CYCLE D'ORIENTATION DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

MATHÉMATIQUES
8E

S, L, M, GnivA – NA

DÉPARTEMENT DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE
GENÈVE 1994
11.038.48

Rédaction:

L'édition précédente de ce manuel a été rédigée et mise au point par un groupe d'enseignant-e-s et de représentant-e-s de bâtiment émanant du groupe de mathématiques du cycle d'orientation de Genève.

L'édition de 1994 a bénéficié de la contribution de Monsieur John Steinig, professeur à la section de mathématiques de l'Université de Genève ainsi que de celles de Madame Jocelyne Durler et Monsieur Alain Emery, présidents du groupe de mathématiques.

Couverture:

Création: Pierre -Yves Jetzer
Daniel Menotti
Photolitho: D. Hiestand

Graphisme et mise en pages:

Konrad Pfister

Coordination de l'édition:

Gérard Etique

Flashage:

CITP, Genève

Impression:

Roto-Sadag, S.A., Genève

AVANT-PROPOS

Ce manuel est destiné aux élèves des sections scientifique, latine et moderne, aux élèves de niveau A de la section générale ainsi qu'aux élèves de niveau A des collèges à options et à niveaux du cycle d'orientation. Il est conforme au nouveau plan d'études des mathématiques adopté par le Conseil de direction en 1985. Il fait suite au livre de 7e année, réédité en 1993.

Les caractéristiques essentielles de ce manuel sont les suivantes:

– *Il tient compte des conclusions de CIRCE III ainsi que des recommandations de la Commission genevoise de l'enseignement des mathématiques.*

– *Il est essentiellement conçu comme un recueil contenant de nombreux exercices dans lequel chaque enseignant-e effectue un choix en fonction du niveau de ses élèves, ce qui lui permet de différencier, voire d'individualiser son enseignement.*

– *La plupart des chapitres comportent quatre parties:*

- *un résumé théorique destiné à l'élève qui veut revoir les connaissances indispensables pour résoudre les exercices,*
- *des exercices oraux qu'il est possible d'effectuer mentalement,*
- *des exercices écrits,*
- *des exercices de développement qui dépassent le cadre strict du programme.*

– *Les élèves n'écrivent pas dans le manuel; ils font leurs exercices dans leur cahier.*

– *Le manuel est complété par un cahier de géométrie dans lequel les élèves effectuent des constructions géométriques.*

Ce manuel rédigé par un groupe d'enseignant-e-s du cycle d'orientation a fait l'objet d'une consultation auprès de tous les maîtres. La présente édition a été revue en profondeur et considérablement améliorée, principalement au niveau de la théorie.

C'est un plaisir pour nous de remercier toutes celles et tous ceux qui ont contribué à conférer à ce moyen d'enseignement une efficacité accrue, notamment Monsieur John Steinig, professeur à la section de mathématiques de l'Université de Genève, pour son très grand investissement dans cette nouvelle édition. *L'enseignant-e saura apprécier les améliorations apportées à cet ouvrage, tout en se rappelant qu'il n'est qu'un outil et qu'il est indispensable de se référer au plan d'études pour y trouver les objectifs à atteindre ainsi que les savoir-faire que les élèves doivent maîtriser.*

Maurice BETTENS
Directeur du service
de l'enseignement

TABLE DES MATIÈRES

LES ENSEMBLES DE NOMBRES

ALGÈBRE

Remarque importante

Les élèves sont invités à ne porter aucune inscription dans ce livre qui leur est prêté. Les exercices proposés doivent être résolus dans le cahier prévu à cet effet.

1

LES NOMBRES DÉCIMAUX POSITIFS

THÉORIE

1. LES NOMBRES DÉCIMAUX POSITIFS

Dans ce chapitre, nous utiliserons des nombres décimaux positifs.

Rappelons de quoi il s'agit. Une fraction représente un nombre. On obtient l'écriture décimale (c'est-à-dire, en base 10) de ce nombre en divisant le numérateur de la fraction par son dénominateur.

Selon la fraction, la division finit par s'arrêter, ou bien ne s'arrête jamais.

Comparons par exemple ce qui se passe quand on écrit en base 10 le nombre représenté par la fraction $\frac{1}{40}$, et celui représenté par la fraction $\frac{1}{41}$. On trouve

$$\frac{1}{40} = 0{,}025 \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{41} = 0{,}024390243902439\ldots$$

Dans le cas de $\frac{1}{41}$ la division ne s'arrête jamais. On dit: $\frac{1}{41}$ représente un nombre dont l'écriture en base 10 est **illimitée** (on doit l'écrire avec une infinité de chiffres après la virgule).

Et on dit: $\frac{1}{40}$ représente un nombre qui a une écriture **finie** en base 10 (on peut l'écrire sans utiliser une infinité de chiffres après la virgule).

Le nombre représenté par $\frac{1}{40}$ est un **nombre décimal**; celui que représente $\frac{1}{41}$ n'est pas un nombre décimal.

Un **nombre décimal** est un nombre qui a une écriture finie en base 10.

Exemples Voici quatre nombres décimaux:

$$\frac{7}{10} = 0{,}7 \qquad \frac{40}{5} = 8 \qquad \frac{30}{8} = 3{,}75 \qquad \frac{17}{25} = 0{,}68$$

Mais les quatre nombres suivants ne sont pas des nombres décimaux:

$$\frac{1}{3} = 0{,}333333\ldots \qquad \frac{108}{99} = 1{,}090909\ldots \qquad \frac{1}{37} = 0{,}027027\ldots \qquad \frac{4}{11} = 0{,}363636\ldots$$

Remarque Les entier positifs, et 0, sont des nombres décimaux.

Comme dans le manuel de 7e, nous utiliserons les notations:

$\mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$ ($\mathbb{N}$ est appelé l'ensemble des entiers naturels, ou encore l'ensemble des nombres naturels.)

$\mathbb{N}^* = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; \dots \}$ ($\mathbb{N}^*$ est appelé l'ensemble des entiers positifs, ou encore l'ensemble des nombres naturels positifs.)

2. OPÉRATIONS AVEC LES NOMBRES DÉCIMAUX POSITIFS

2.1 RAPPEL DE 7e: LES QUATRE OPÉRATIONS

Ces opérations se nomment l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.
Voici un rappel de vocabulaire, et de quelques propriétés de ces opérations.
Dans ce qui suit, les lettres a, b, c désignent des nombres décimaux positifs.

L'addition

L'addition est:
– commutative : $a + b = b + a$
– associative : $(a + b) + c = a + (b + c)$

La multiplication

La multiplication est:
– commutative : $a \cdot b = b \cdot a$
– associative : $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

La soustraction

La soustraction n'est ni commutative, ni associative.

La division

La division n'est ni commutative, ni associative.

2.2 LA DISTRIBUTIVITÉ

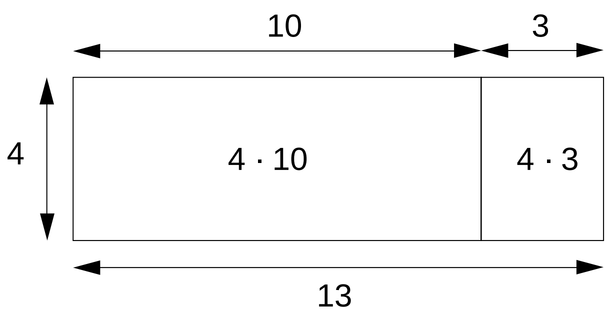
La distributivité est une propriété qui lie l'addition et la multiplication.

Voici un exemple. On a $4 \cdot 13 = 52$. Faisons ce calcul autrement: on peut aussi écrire

$$\begin{aligned} 4 \cdot 13 &= 4 \cdot (3 + 10) \\ &= (3 + 10) + (3 + 10) + (3 + 10) + (3 + 10) \\ &= (3 + 3 + 3 + 3) + (10 + 10 + 10 + 10) \\ &= 4 \cdot 3 + 4 \cdot 10 \\ &= 12 + 40 = 52 \end{aligned}$$

On a donc : $4 \cdot (3 + 10) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 10$

On peut donner une illustration géométrique de cet exemple, en calculant de deux manières l'aire de ce rectangle:

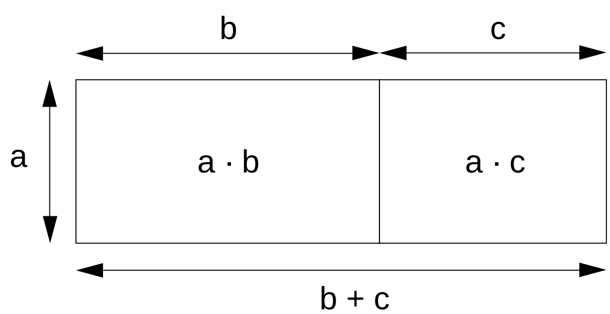


D'une part, un calcul direct montre que cette aire est égale à $4 \cdot 13 = 52$ unités d'aire. D'autre part, en faisant la somme des aires des deux petits rectangles, on trouve $4 \cdot 3 + 4 \cdot 10$.

La propriété de distributivité est exprimée par la règle suivante:

$$\boxed{\begin{aligned} a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c \\ a \cdot (b - c) &= a \cdot b - a \cdot c \end{aligned}}$$

Là aussi, on peut donner une illustration géométrique, si $a > 0$, $b > 0$ et $c > 0$:



2.3 L'EXPONENTIATION

Il arrive souvent qu'on multiplie un entier plusieurs fois par lui-même.
Par exemple, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ est le produit de 6 facteurs égaux à 2.
La notation "puissance" permet d'écrire plus brièvement ce produit: on note

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

qui se lit:

" 2 à la puissance 6 "

ou, plus simplement,

" 2 puissance 6 ".

D'une manière générale, pour $a > 0$ et n entier, $n > 0$, on note:

$$\boxed{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \;\cdots\; \cdot a}_{n \text{ facteurs}} = a^n}$$

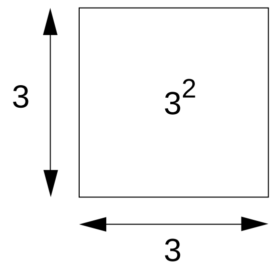
On appelle a^n la " puissance n-ème de a ". Ce symbole se lit: " a puissance n ".
Dans le symbole a^n, l'entier n s'appelle **l'exposant**.

Remarques

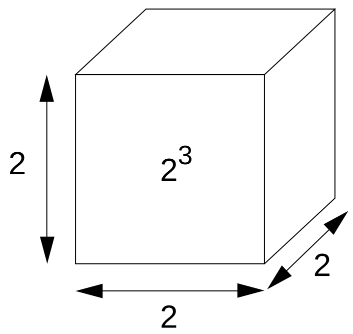
1) Par définition, on écrit: $a^0 = 1$ si $a > 0$.

2) $a^1 = a$: on n'écrit pas l'exposant 1.

3) La puissance 2ème d'un nombre s'appelle le **carré** de ce nombre.
Par exemple, $3^2 = 9$ se lit:
" 3 au carré est égal à 9 ",
ou bien
" 3 à la puissance 2 est égal à 9 ".



4) La puissance 3ème d'un nombre s'appelle le **cube** de ce nombre.
Par exemple, $2^3 = 8$ se lit:
" 2 au cube est égal à 8 ",
ou bien
" 2 à la puissance 3 est égal à 8 " .



5) Le carré a^2 d'un nombre $a > 0$ peut être interprété géométriquement comme l'aire d'un carré dont le côté est de longueur a.

6) Le cube a^3 d'un nombre $a > 0$ peut être interprété géométriquement comme le volume d'un cube dont l'arête est de longueur a.

2.4 UNE PROPRIÉTE DE L'EXPONENTIATION

À partir d'un exemple, nous allons découvrir une propriété importante de l'exponentiation.

Calculons le produit $2^2 \cdot 2^3$. On a:

$$2^2 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$$

et on voit que

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^5$$

Cet exemple illustre la règle suivante: si $a > 0$ et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

Puissances de dix

Les puissances de dix sont très utilisées en sciences (mathématiques, physique, chimie, biologie). Elles servent à exprimer de très grands nombres.
L'exposant peut être un entier positif, ou 0.

Exposant n	Écriture avec la notation "puissance" 10^n	Écriture en base 10
⋮	⋮	⋮
6	10^6	1 000 000
5	10^5	100 000
4	10^4	10 000
3	10^3	1 000
2	10^2	100
1	10^1	10
0	10^0	1

2.5 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES

Racines carrées

Il existe un nombre **positif** dont le carré est égal à 16. Ce nombre est 4.
On peut écrire:

$$\text{si } x > 0 \text{ et } x^2 = 16, \text{ alors } x = 4$$

On dit que 4 est **la racine carrée** de 16, et on écrit: $\sqrt{16} = 4$

Plus généralement, la racine carrée d'un nombre positif a est **le nombre positif** x, tel que $x^2 = a$.

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

La racine carrée de 0 est 0.

Remarque

En général, la racine carrée d'un nombre positif n'est pas un entier. On peut obtenir la racine carrée d'un nombre positif à l'aide d'une calculatrice ou d'une table numérique. Il s'agit alors généralement d'une valeur approximative.

Exemple $2 < \sqrt{7} < 3$

$\sqrt{7} = 2{,}6457\ldots$

Racines cubiques

Il existe un nombre dont le cube est égal à 125. Ce nombre est 5 .

On dit que 5 est la **racine cubique** de 125, et on écrit: $\sqrt[3]{125} = 5$.

Plus généralement, la racine cubique d'un nombre positif b est le nombre x tel que $x^3 = b$.

2.6 L'ORDRE DES OPÉRATIONS

Règles de calcul

1) Dans une suite d'opérations sans parenthèses ni crochets, on effectue

– d'abord les calculs de puissances et de racines,

$$5^2 - 4 \cdot 2 + \sqrt{36} : 2 =$$
$$25 - 4 \cdot 2 + \quad 6 \quad : 2 =$$

– ensuite les multiplications et les divisions,

$$25 - 4 \cdot 2 + 6 : 2 =$$
$$25 - \quad 8 \quad + \quad 3 \quad =$$

– enfin, de gauche à droite, les additions et les soustractions.

$$25 - 8 + 3 =$$
$$17 \quad + 3 = 20$$

2) Lorsqu'une suite d'opérations comporte des parenthèses (ou des crochets), on commence par effectuer les opérations entre parenthèses (ou crochets), en observant les règles (1).

$$4 + 2 \cdot (12 + 3 \cdot 5) - 6 =$$
$$4 + 2 \cdot (12 + \ 15) \ - 6 =$$
$$4 + 2 \quad \cdot \ 27 \quad - 6 =$$
$$4 + \quad 54 \quad - 6 = 52$$

3) Lorsqu'une division est indiquée par une barre de fraction, on calcule séparément ce qui est au-dessus de la barre (le numérateur) et ce qui est au-dessous (le dénominateur), en observant les règles (1) et (2). Ensuite, on effectue la division.

$$\frac{6 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{18 + 8}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{26}{\sqrt{25}} = \frac{26}{5} = 5,2$$

En résumé:

> On commence par calculer le contenu des parenthèses, le numérateur et le dénominateur des fractions.
>
> Dans les parenthèses, ou en l'absence de parenthèses, on calcule
>
> – d'abord les puissances et les racines;
>
> – ensuite les multiplications et les divisions;
>
> – enfin, de gauche à droite, les additions et les soustractions.

EXERCICES ORAUX

1 Calculer :

1) $24 + 59 + 6$	3) $386 + 12 + 25$	5) $29 + 225 + 11$
2) $125 + 72 + 5$	4) $197 + 132 + 3$	6) $47 + 92 + 208$

2 Calculer :

1) $5 + 13 - 9 + 1$	3) $19 - 7 + 2$	5) $18 + 13 - 5 + 2$
2) $4 - 3 + 8 - 4$	4) $35 - 27 + 13 - 4$	6) $42 - 5 + 8 - 3 - 1$

3 Calculer :

1) $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5$	3) $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$	5) $5 \cdot 9 \cdot 0 \cdot 2$
2) $6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$	4) $6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10$	6) $8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 9$

4 Calculer :

1) $0{,}03 \cdot 1000 \cdot 70$	3) $600 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}2$	5) $50 \cdot 4 \cdot 70$
2) $0{,}5 \cdot 20 \cdot 40$	4) $0{,}04 \cdot 0{,}25 \cdot 100$	6) $20 \cdot 0{,}4 \cdot 0 \cdot 70$

5 Calculer :

1) $8 + 3 \cdot 7$	3) $8 \cdot 3 - 40 : 5 + 3 \cdot 7$	5) $6 \cdot 7 - 3 \cdot 7$
2) $7 \cdot 12 : 3 - 5$	4) $4 \cdot 9 + 2 - 6 \cdot 3$	6) $18 + 7 \cdot 3 - 4 \cdot 5$

6 Calculer :

1) $2{,}5 \cdot 4 + 3$	3) $4 \cdot 50 - 0{,}4 \cdot 50$	5) $2 \cdot 55 + 300 : 2$
2) $5 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 4$	4) $4 \cdot 100 + 5 \cdot 20$	6) $600 : 20 + 3 \cdot 40$

7 Calculer :

1) $12 \cdot 0{,}5 - 6 \cdot 0$	3) $240 \cdot 0{,}1 + 2{,}4 : 0{,}1$	5) $0{,}2 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}3$
2) $500 \cdot 0{,}02 + 50 : 2$	4) $8 + 12 : 4 - 21 : 3$	6) $0{,}3 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}4$

8 Calculer la valeur de $5a$ $(5 \cdot a)$ si

1) $a = 10$ 2) $a = 21$ 3) $a = 13$ 4) $a = 16$ 5) $a = 19$

9 Calculer la valeur de ab $(a \cdot b)$ si

1) $a = 5$	$b = 9$	3) $a = 7$	$b = 14$	5) $a = 23$	$b = 0$
2) $a = 11$	$b = 8$	4) $a = 4$	$b = 15$	6) $a = 70$	$b = 2$

10 Calculer la valeur de $a + a$ si

1) $a = 11$	3) $a = 90$	5) $a = 15$	7) $a = 32$
2) $a = 8$	4) $a = 23$	6) $a = 17$	8) $a = 1$

11 Calculer la valeur de $a + b - a$ si

1) $a = 2$	$b = 3$	3) $a = 5$	$b = 0$	5) $a = 8$	$b = 3$
2) $a = 3$	$b = 7$	4) $a = 6$	$b = 4$	6) $a = 10$	$b = 1$

12 Calculer la valeur de $a + b + a + b$ si

1) $a = 7$	$b = 3$	3) $a = 8$	$b = 12$	5) $a = 6$	$b = 9$
2) $a = 10$	$b = 4$	4) $a = 5$	$b = 13$	6) $a = 14$	$b = 1$

13 Calculer la valeur de $2a + 2b$ si

1) $a = 2$	$b = 3$	3) $a = 5$	$b = 0$	5) $a = 8$	$b = 3$
2) $a = 3$	$b = 7$	4) $a = 6$	$b = 4$	6) $a = 1$	$b = 10$

14 Calculer la valeur de $2(a + b)$ si

1) $a = 2$	$b = 3$	3) $a = 5$	$b = 0$	5) $a = 8$	$b = 3$
2) $a = 3$	$b = 7$	4) $a = 6$	$b = 4$	6) $a = 1$	$b = 10$

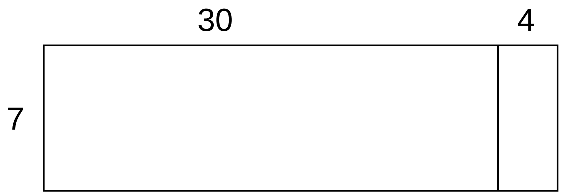
15 Calculer la valeur de $5ab$ si

1) $a = 3$	$b = 6$	3) $a = 6$	$b = 0$	5) $a = 8$	$b = 7$
2) $a = 2$	$b = 10$	4) $a = 5$	$b = 1$	6) $a = 3$	$b = 4$

16 Calculer la valeur de $2ab + ab$ si

1) $a = 3$	$b = 4$	3) $a = 8$	$b = 1$	5) $a = 6$	$b = 2$
2) $a = 5$	$b = 2$	4) $a = 7$	$b = 0$	6) $a = 5$	$b = 10$

17 À l'aide du croquis ci-dessous, calculer oralement le produit $7 \cdot 34$.



En s'aidant, si nécessaire, de croquis du même type, calculer :

1) $6 \cdot 65$	3) $4 \cdot 47$	5) $8 \cdot 22$	7) $3 \cdot 35$	9) $6 \cdot 61$
2) $3 \cdot 29$	4) $9 \cdot 26$	6) $7 \cdot 49$	8) $8 \cdot 27$	10) $2 \cdot 58$

18 Calculer oralement les produits :

1) $3 \cdot 73$	4) $4 \cdot 56$	7) $5 \cdot 63$	10) $8 \cdot 75$
2) $5 \cdot 62$	5) $6 \cdot 99$	8) $6 \cdot 72$	11) $5 \cdot 36$
3) $7 \cdot 18$	6) $2 \cdot 98$	9) $3 \cdot 61$	12) $4 \cdot 48$

19 Calculer oralement les produits :

1) $6 \cdot 27$	4) $68 \cdot 7$	7) $3 \cdot 69$	10) $6 \cdot 49$
2) $36 \cdot 4$	5) $89 \cdot 6$	8) $72 \cdot 4$	11) $9 \cdot 37$
3) $3 \cdot 51$	6) $2 \cdot 78$	9) $39 \cdot 6$	12) $42 \cdot 4$

20 Calculer oralement les produits :

1) $32 \cdot 9$	4) $6 \cdot 19$	7) $65 \cdot 4$	10) $7 \cdot 79$
2) $8 \cdot 51$	5) $38 \cdot 2$	8) $9 \cdot 75$	11) $4 \cdot 44$
3) $4 \cdot 78$	6) $5 \cdot 61$	9) $6 \cdot 43$	12) $8 \cdot 17$

21 Calculer :

1) 3^2	3) 12^2	5) 5^3	7) 1^7	9) 5^2	11) 8^2
2) 6^2	4) 2^4	6) 3^3	8) 7^1	10) 2^5	12) 11^2

22 Calculer :

1) 30^2	3) 4^3	5) 20^2	7) 3^4	9) 5^2	11) 6^2
2) 10^4	4) 40^2	6) 100^2	8) 2^5	10) 50^2	12) 2^6

23 Calculer :

1) 600^2 3) 40^3 5) 20^5 7) 20^2 9) 80^2
2) 30^3 4) 10^5 6) 90^2 8) 500^2 10) 40^1

24 Calculer :

1) 8^2 3) $0,8^2$ 5) 6^2 7) $0,06^2$
2) 80^2 4) 800^2 6) 600^2 8) $0,6^2$

25 Calculer :

1) $0,2^2$ 3) $0,2^3$ 5) $0,01^2$ 7) $0,01^3$
2) $0,02^2$ 4) $0,02^3$ 6) $0,001^2$ 8) $0,001^3$

26 Calculer :

1) $0,1^4$ 3) $0,8^2$ 5) 900^2 7) 70^2
2) 12^2 4) 30^2 6) $0,03^3$ 8) $0,001^3$

27 Calculer la valeur de a^2 si

1) a = 10 2) a = 7 3) a = 2 4) a = 5 5) a = 12

28 Calculer la valeur de $2a^2$ si

1) a = 4 2) a = 1 3) a = 0 4) a = 5 5) a = 3 6) a = 6

29 Calculer la valeur de $a^2 + 1$ si

1) a = 7 2) a = 10 3) a = 4 4) a = 11 5) a = 8 6) a = 0

30 Calculer la valeur de $(a + 1)^2$ si

1) a = 7 2) a = 10 3) a = 4 4) a = 11 5) a = 8 6) a = 0

31 Calculer la valeur de $2a^2 + 1$ si

1) a = 2 2) a = 1 3) a = 4 4) a = 10 5) a = 5 6) a = 6

32 Calculer la valeur de $2(a^2 + 1)$ si

1) $a = 2$ 2) $a = 1$ 3) $a = 4$ 4) $a = 10$ 5) $a = 5$ 6) $a = 6$

33 Calculer :

1) 10^4 2) 10^0 3) 10^6 4) 10^2 5) 10^1 6) 10^3

34 Calculer :

1) $3{,}7 \cdot 10^3$ 3) $6{,}28 \cdot 10^2$ 5) $9{,}04 \cdot 10^4$ 7) $4{,}33 \cdot 10^4$

2) $5{,}3 \cdot 10^5$ 4) $5{,}1 \cdot 10^1$ 6) $7{,}5 \cdot 10^2$ 8) $2{,}9 \cdot 10^3$

35 Calculer :

1) $52{,}4 \cdot 10^4$ 2) $0{,}27 \cdot 10^6$ 3) $523{,}5 \cdot 10^4$ 4) $0{,}622 \cdot 10^1$

36 Calculer :

1) $3 \cdot 10^3$ 2) $2{,}25 \cdot 10^4$ 3) $0{,}047 \cdot 10^3$ 4) $3{,}02 \cdot 10^2$ 5) $0{,}35 \cdot 10^5$

37 Compléter par l'exposant manquant :

1) $400 = 4 \cdot 10^{\cdots}$ 3) $6 = 6 \cdot 10^{\cdots}$ 5) $800 = 8 \cdot 10^{\cdots}$

2) $7000 = 7 \cdot 10^{\cdots}$ 4) $90\,000 = 9 \cdot 10^{\cdots}$ 6) $50 = 5 \cdot 10^{\cdots}$

38 Compléter par l'exposant manquant :

1) $3700 = 3{,}7 \cdot 10^{\cdots}$ 3) $62{,}7 = 6{,}27 \cdot 10^{\cdots}$ 5) $624\,000 = 6{,}24 \cdot 10^{\cdots}$

2) $120 = 1{,}2 \cdot 10^{\cdots}$ 4) $428{,}7 = 4{,}287 \cdot 10^{\cdots}$ 6) $3{,}25 = 3{,}25 \cdot 10^{\cdots}$

39 Calculer :

1) 20^2 et $2^2 \cdot 10^2$ 3) $0{,}3^2$ et $3^2 \cdot 0{,}1^2$ 5) $0{,}8^2$ et $8^2 \cdot 0{,}1^2$

2) 600^2 et $6^2 \cdot 100^2$ 4) 70^2 et $7^2 \cdot 10^2$ 6) 20^4 et $2^4 \cdot 10^4$

40 Calculer :

1) $10^3 \cdot 100$
2) $1000 \cdot 10^2$
3) $10^2 \cdot 10^3$
4) $10^1 \cdot 1000$
5) $10 \cdot 10^3$
6) $10^1 \cdot 10^3$

41 Compléter par l'exposant manquant :

1) $10^4 \cdot 10^3 = 10^{\cdots}$
2) $10 \cdot 10^5 = 10^{\cdots}$
3) $10^2 \cdot 10^0 = 10^{\cdots}$
4) $10^{\cdots} \cdot 10^3 = 10^5$
5) $10^2 \cdot 10^{\cdots} = 10^5$
6) $10 \cdot 10^{\cdots} = 10$

42 Compléter par l'exposant manquant :

1) $5^7 \cdot 5^3 = 5^{\cdots}$
2) $7^3 \cdot 7^5 = 7^{\cdots}$
3) $3^4 \cdot 3^5 = 3^{\cdots}$
4) $2^8 \cdot 2^3 = 2^{\cdots}$
5) $6^2 \cdot 6^{\cdots} = 6^7$
6) $3^4 \cdot 3^{\cdots} = 3^8$
7) $2^5 \cdot 2^0 = 2^{\cdots}$
8) $9^3 \cdot 9 = 9^{\cdots}$
9) $4^7 \cdot 4^{\cdots} = 4^8$

43 Compléter par l'exposant manquant :

1) $3^6 \cdot 3^{\cdots} = 3^8$
2) $2^6 \cdot 2^4 = 2^{\cdots}$
3) $7^{\cdots} \cdot 7^2 = 7^2$
4) $8^3 \cdot 8^{\cdots} = 8^7$
5) $6^{\cdots} \cdot 6^2 = 6^3$
6) $2^4 \cdot 2 = 2^{\cdots}$
7) $6^2 \cdot 6^{\cdots} = 6^6$
8) $4^4 \cdot 4 = 4^{\cdots}$
9) $3^2 \cdot 3^{\cdots} \cdot 3^4 = 3^7$

44 Compléter :

1) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^1 = 3^{\cdots}$
2) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^3 \cdot 3^4 = 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots}$
3) $4^2 \cdot 5^3 \cdot 4^4 = 4^{\cdots} \cdot 5^{\cdots}$
4) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots} = 2^6 \cdot 3^9$
5) $3^2 \cdot 3^{\cdots} \cdot 2^4 \cdot 2^{\cdots} = 2^7 \cdot 3^5$
6) $2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots} \cdot 2^4 \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^5$
7) $7^3 \cdot 3^4 \cdot 3^{\cdots} \cdot 7^{\cdots} = 3^6 \cdot 7^9$
8) $2^7 \cdot 2^{\cdots} \cdot 3^4 \cdot 3^{\cdots} = 2^7 \cdot 3^4$

45 Compléter par l'exposant manquant :

1) $a^3 \cdot a^5 = a^{\cdots}$
2) $x^5 \cdot x = x^{\cdots}$
3) $a^4 \cdot a^3 = a^{\cdots}$
4) $x^3 \cdot x^0 = x^{\cdots}$
5) $b^2 \cdot b^2 = b^{\cdots}$
6) $x^3 \cdot x = x^{\cdots}$
7) $a^3 \cdot a^{\cdots} = a^5$
8) $x^2 \cdot x^{\cdots} = x^2$
9) $b \cdot b = b^{\cdots}$

46 Compléter :

1) $x \cdot x^2 \cdot x^3 = x^{\cdots}$
2) $y^3 \cdot y^{\cdots} = y^4$
3) $x^5 \cdot x^{\cdots} = x^9$
4) $a^4 \cdot a^{\cdots} \cdot a^3 = a^9$
5) $y \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y^0 = y^{\cdots}$
6) $a^3 \cdot b^2 \cdot a^4 \cdot a^2 = a^{\cdots} \cdot b^{\cdots}$
7) $a^5 \cdot b^{\cdots} \cdot a^{\cdots} \cdot b^2 = a^8 \cdot b^5$
8) $x^5 \cdot y^{\cdots} \cdot y^4 \cdot x^{\cdots} = x^6 \cdot y^4$

47 Compléter :

1) $a^5 \cdot a^7 = a^{\cdots}$
2) $x \cdot y^3 \cdot x^4 \cdot y^2 = x^{\cdots} \cdot y^{\cdots}$
3) $x^7 \cdot x^{\cdots} = x^{12}$
4) $x^2 \cdot y^3 \cdot x^{\cdots} = x^3 \cdot y^{\cdots}$
5) $y^4 \cdot x^7 \cdot x^{\cdots} \cdot y^2 = x^9 \cdot y^{\cdots}$
6) $x^{\cdots} \cdot x^6 = x^6$

48 Calculer :

1) $\sqrt{16}$
2) $\sqrt{49}$
3) $\sqrt{4}$
4) $\sqrt{25}$
5) $\sqrt{100}$
6) $\sqrt{81}$
7) $\sqrt{36}$
8) $\sqrt{64}$
9) $\sqrt{9}$
10) $\sqrt{144}$

49 Calculer :

1) $\sqrt{100}$
2) $\sqrt{10\ 000}$
3) $\sqrt{64}$
4) $\sqrt{6400}$
5) $\sqrt{400}$
6) $\sqrt{4\ 000\ 000}$
7) $\sqrt{16}$
8) $\sqrt{1600}$

50 Calculer :

1) $\sqrt{0{,}01}$
2) $\sqrt{0{,}04}$
3) $\sqrt{0{,}09}$
4) $\sqrt{0{,}0004}$
5) $\sqrt{0{,}16}$
6) $\sqrt{0{,}25}$
7) $\sqrt{0{,}64}$
8) $\sqrt{0{,}81}$

51 Calculer :

1) $\sqrt{0{,}16}$
2) $\sqrt{160\ 000}$
3) $\sqrt{1}$
4) $\sqrt{10\ 000}$
5) $\sqrt{0{,}0025}$
6) $\sqrt{2500}$
7) $\sqrt{90\ 000}$
8) $\sqrt{0{,}0009}$

52 Calculer :

1) $\sqrt{0.0004}$ 3) $\sqrt{0,81}$ 5) $\sqrt{1,44}$

2) $\sqrt{40\ 000}$ 4) $\sqrt{81}$ 6) $\sqrt{14\ 400}$

53 Calculer :

1) $\sqrt[3]{1}$ 3) $\sqrt[3]{1000}$ 5) $\sqrt[3]{0,001}$ 7) $\sqrt[3]{0,008}$

2) $\sqrt[3]{8}$ 4) $\sqrt[3]{27}$ 6) $\sqrt[3]{27\ 000}$ 8) $\sqrt[3]{125}$

54 Calculer :

1) $\sqrt[3]{729}$ 3) $\sqrt[3]{64\ 000}$ 5) $\sqrt[3]{125\ 000}$ 7) $\sqrt[3]{343}$

2) $\sqrt[3]{64}$ 4) $\sqrt[3]{0,064}$ 6) $\sqrt[3]{0,000125}$ 8) $\sqrt[3]{0,125}$

55 Calculer :

1) $\sqrt[3]{27}$ 3) $\sqrt[3]{8}$ 5) $\sqrt{1600}$ 7) $\sqrt[3]{64\ 000}$

2) $\sqrt{25}$ 4) $\sqrt[3]{8000}$ 6) $\sqrt[3]{0,027}$ 8) $\sqrt{6400}$

56 Calculer :

1) $\sqrt{4900}$ 3) $\sqrt[3]{27\ 000}$ 5) $\sqrt{900}$ 7) $\sqrt[3]{0,000125}$

2) $\sqrt[3]{0,027}$ 4) $\sqrt{0,0009}$ 6) $\sqrt[3]{0,008}$ 8) $\sqrt{0,000025}$

EXERCICES ÉCRITS

57 Calculer la valeur de $3ab$ si

1) $a = 1000$ et $b = 0,01$
2) $a = 200$ et $b = 100$
3) $a = 0,01$ et $b = 0,2$
4) $a = 2,5$ et $b = 20$
5) $a = 0,4$ et $b = 0,5$

58 Calculer la valeur de $3a$ si

1) $a = 0,03$
2) $a = 0,09$
3) $a = 1,1$
4) $a = 0,12$
5) $a = 1,2$
6) $a = 25$
7) $a = 2,5$
8) $a = 70$

59 Substituer $a = 2$ et $b = 3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $a + b + a$
2) $a + b – a$
3) $a + b + a – b$
4) $a + a + b + b$
5) $2a + b – a$
6) $2a – b + 2a$
7) $3a + 2b – 3a$
8) $a + 2b + a – 2b$
9) $a + b – a + 2b$

60 Substituer $a = 3$ et $b = 5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $a + 5a$
2) $2a + 3a + b$
3) $9a + 3b + a$
4) $4a + 2b – 4a$
5) $2a + 3b + 3a + 2b$
6) $5a + 2b + 4b + 3a$
7) $2a + b – a + 2b – a$
8) $6a – 3b + b$
9) $5a – 2b + 3a – 2b$

61 Substituer $a = 20$ et $b = 4$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $3a + 9a + 2b + 5b$
2) $2a + 11a + 3b + 17b$
3) $55a + 5a + 4b + 6b$
4) $14a + 16b + 2a + 4b$
5) $13a + 4b + 7a + 2b$
6) $495a + 5a + 88b + 12b$

62 Substituer $x = 4$ et $y = 5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $4x + 6x + 13y – 3y$
2) $25y – 5y + 15x + 25x$
3) $2x + 14y + 6y + 18x$
4) $21x + 17y – 11x + 13y$
5) $242x + 97y – 142x + 3y$

63 Substituer $a = 8$ et $b = 5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $2a – b$
2) $a + b$
3) $2(a – b)$
4) $ab – 22$
5) $3a(a – b)$
6) $a(ab – 39)$
7) $ab(a – 4)$
8) $6b(a + 2)$
9) $2ab(a – b)$

64 Substituer $a = 0{,}1$ et $b = 0{,}5$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $2a + b$	4) $2b(b - a)$	7) $2a + b - 2a$
2) $5a - b$	5) $ab(b - a)$	8) $10a + 4b$
3) $2a(a + b)$	6) $70a + 30b$	9) $a + 2b - a$

65 Substituer $a = 3$, $b = 7$ et $c = 21$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $2 \cdot a + c \cdot (a + b)$	$2a + c \cdot (a + b)$
2) $3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot c + 9$	$3ab - 2c + 9$
3) $b \cdot (3 \cdot c - b)$	$b \cdot (3c - b)$
4) $(2 \cdot c - a) \cdot (3 \cdot b + 2)$	$(2c - a) \cdot (3b + 2)$

66 Substituer $a = 0{,}1$, $b = 20$ et $c = 2$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $5ab$	4) $(4a + 30c) \cdot b$	7) $50b + (c : b + 0{,}019)$
2) $\frac{b}{c} + ab$	5) $2b - a : c$	8) $5b + b : c$
3) $b : c + a$	6) $\frac{b}{c} - \frac{a}{c}$	9) $(2a + b) : c$

67 Substituer $a = 1{,}5$, $b = 0{,}5$ et $c = 2$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $(a + b) \cdot 10c$	3) $2{,}5 \cdot (3a + b) - c$	5) $(7{,}5 + b) \cdot (2ac - b)$
2) $4 \cdot (a + 3b) - c$	4) $3c \cdot (a - b)$	6) $(4ab - 1{,}5) \cdot 2{,}8 + c$

68 Calculer :

1) 7^2	3) 10^7	5) $0{,}4^3$	7) 1^{1326}	9) 2^7
2) 12^3	4) $0{,}1^3$	6) $0{,}2^3$	8) 1326^1	10) 5^3

69 Ecrire par ordre décroissant :

1) 2^3 ; 2^5 ; 2^1 ; 2^7 ; 2^6 ; 2^4 ; 2^2
2) 6^5 ; 3^5 ; 5^5 ; 1^5 ; 7^5 ; 4^5
3) 2^3 ; 3^2 ; 1^{12} ; 10^3 ; 3^3
4) 2^6 ; 4^2 ; 8^4 ; 4^1 ; 2^3 ; 5^2 ; 10^5

70 Calculer :

1) $3^3 \cdot 5^3$ et 15^3	3) $7^3 \cdot 3^3$ et 21^3	5) $12^2 \cdot 8^2$ et 96^2
2) $8^2 \cdot 9^2$ et 72^2	4) $4^2 \cdot 9^2$ et 36^2	6) $4^2 \cdot 8^2$ et 32^2

71 Calculer :

1) $2^2 \cdot 2^4 - 2^3$ 3) $(2^2)^2 + 2^4$ 5) $(2^2 + 2^4)^2$

2) $2^3 \cdot 2^4 + 2^2$ 4) $(2^2 + 2^4) \cdot 2^3$ 6) $(2^2 \cdot 2^4)^2 - 2^2 \cdot 2^4$

72 Énumérer tous les nombres entiers dont le carré est compris entre 100 et 200.

73 Énumérer tous les nombres entiers dont le carré est compris entre 1600 et 2500.

74 Examiner le chiffre des unités des nombres ci-dessous.
En déduire lesquels ne sont certainement pas le carré d'un nombre entier.

1) 3364 3) 3242 5) 3721 7) 4225 9) 1433

2) 768 4) 397 6) 6850 8) 676 10) 4252

75 Substituer $a = 2$ et $b = 3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $a^2 + 2$ 3) $a^2 - b$ 5) $a + b^2$ 7) $5a^2 - 2b^2$

2) $a^3 - 5$ 4) $2b^2 - 10$ 6) $a^2 + b^2$ 8) $a^4 - b^2$

76 Calculer la valeur de $3a \cdot (a^2 + b)$ si

1) $a = 1$ et $b = 2$ 2) $a = 3$ et $b = 5$ 3) $a = 5$ et $b = 7$

77 Calculer la valeur de $2x^2y + y^2$ si

1) $x = 0{,}1$ et $y = 20$ 2) $x = 3$ et $y = 1{,}5$ 3) $x = 2$ et $y = 0{,}2$

78 Calculer la valeur de $3a^2 \cdot (2a + b^2)$ si

1) $a = 5$ et $b = 7$ 2) $a = 0{,}5$ et $b = 4$ 3) $a = 0{,}1$ et $b = 0{,}6$

79 Copier et compléter : quels sont les exposants qui manquent ?

1) $a^6 \cdot b^5 \cdot a^4 \cdot b^4 \cdot c^3 \cdot a^2 = a^{\cdots} \cdot b^{\cdots} \cdot c^{\cdots}$

2) $a^4 \cdot b^3 \cdot c^2 \cdot c^4 \cdot b^3 \cdot a^4 = a^{\cdots} \cdot b^{\cdots} \cdot c^{\cdots}$

3) $x^5 \cdot y^4 \cdot z \cdot x \cdot y^2 \cdot z^3 = x^{\cdots} \cdot y^{\cdots} \cdot z^{\cdots}$

4) $x^2 \cdot y^3 \cdot z \cdot x^3 \cdot y^2 \cdot z = x^{\cdots} \cdot y^{\cdots} \cdot z^{\cdots}$

5) $a^3 \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot b \cdot c^2 \cdot a^4 \cdot b^3 = a^{\cdots} \cdot b^{\cdots} \cdot c^{\cdots}$

80 Copier et compléter : quels sont les exposants qui manquent ?

1) $x^3 \cdot x^2 \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot x^3 \cdot y^5 = x^{\cdots} \cdot y^{\cdots}$
2) $a^7 \cdot b^3 \cdot c \cdot a^2 \cdot c \cdot b^4 = a^{\cdots} \cdot b^{\cdots} \cdot c^{\cdots}$
3) $x^3 \cdot y \cdot z^0 \cdot x^2 \cdot x^4 \cdot y^2 = x^{\cdots} \cdot y^{\cdots} \cdot z^{\cdots}$
4) $a^5 \cdot b^3 \cdot b^{\cdots} \cdot a^4 = a^{\cdots} \cdot b^6$
5) $x^4 \cdot y^3 \cdot z \cdot x^{\cdots} \cdot y \cdot z^0 = x^6 \cdot y^{\cdots} \cdot z^{\cdots}$

81 Copier et compléter : quels sont les exposants qui manquent ?

1) $x^3 \cdot y^2 \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot y = x^{\cdots} \cdot y^{\cdots}$
2) $a^3 \cdot b \cdot c^4 \cdot a^0 \cdot b^2 \cdot a \cdot c^3 = a^{\cdots} \cdot b^{\cdots} \cdot c^{\cdots}$
3) $a^5 \cdot b^3 \cdot a^{\cdots} \cdot b^2 \cdot b^{\cdots} \cdot a^4 = a^{12} \cdot b^6$
4) $a^3 \cdot b^2 \cdot a^{\cdots} \cdot b^3 \cdot b \cdot a^5 = a^{10} \cdot b^{\cdots}$
5) $y^2 \cdot y \cdot x^3 \cdot x^{\cdots} \cdot y^{\cdots} \cdot x^2 \cdot y^4 = x^5 \cdot y^{10}$

82 Calculer :

1) $(3^2 - 2^2) \cdot 5 + 2 \cdot (3 + 1^5)$
2) $(3 \cdot 5 + 2^2) \cdot 2 + (6^3 - 3 \cdot 11)^2$
3) $(3^3 - 3^2) : 2 + 4 \cdot (2^2 + 2^3)$
4) $7 \cdot (4^2 + 2) + 3 \cdot (2^4 + 4)$
5) $3^2 + 2 \cdot (8 - 4)^2 - 5 \cdot (27 - 5^2)$
6) $2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$

83 Calculer :

1) $(8 \cdot 3 - 3^2) \cdot 2 + 4 \cdot 3$
2) $6^2 : (11 - 2) + 5^2 \cdot (9 - 2 \cdot 4)$
3) $(5 + 5) \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 3^2$
4) $5 + 5 \cdot (4 + 2 \cdot 6) + 3^2$
5) $6 \cdot (6^2 - 5^2) + 2 \cdot (10 - 3 \cdot 2)^2$
6) $3^4 + 2^4$
7) $7 \cdot (5^2 - 4^2) + 3 \cdot (8 - 2 \cdot 3)^2$
8) $6^2 : (6 - 2) + 4^2 \cdot (11 - 2 \cdot 5)$
9) $(6 \cdot 4 - 2^2) \cdot 2 + 5 \cdot 3$
10) $3 + 7 \cdot (6 + 2 \cdot 4) + 2^2$

84 $\mathbf{G^H}$ signifie que l'on élève le nombre de **G**auche à une puissance égale au nombre du **H**aut. Copier et compléter ces tableaux :

		H	
	G^H	2	3
G	6		
	3		

G^H	1	
4		16
5		

G^H		
3		81
2	32	

85 $\mathbf{G^2 + H^2}$ signifie que l'on calcule le carré du nombre de **G**auche, le carré du nombre du **H**aut, puis que l'on additionne ces deux carrés. Copier et compléter ces tableaux :

		H	
	G^2+H^2	6	8
G	3		
	5		

G^2+H^2	7	
3		25
	50	

G^2+H^2		6
	68	
3	13	

86 $\mathbf{G^2 \cdot H}$ signifie que l'on multiplie le carré du nombre de **G**auche par le nombre du **H**aut. Copier et compléter ces tableaux :

		H	
	$G^2 \cdot H$	2	5
G	3		
	1		

$G^2 \cdot H$	5	
3		
7		98

$G^2 \cdot H$	4	10
2		
	36	

87 $\mathbf{G + H^2}$ signifie que l'on additionne le nombre de **G**auche et le carré du nombre du **H**aut. Copier et compléter ces tableaux :

		H	
	$G + H^2$	3	7
G	8		
	0		

$G + H^2$	3	0
5		
		9

$G + H^2$	8	
6		42
3		

88 Dans chaque ligne, trouver le nombre dont on est parti :

1) $\square \xrightarrow{\times 10} \square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{2500}$

2) $\square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{1600}$

3) $\square \xrightarrow{:\,10} \square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{100}$

4) $\square \xrightarrow{\text{au carré}} \square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{81}$

5) $\square \xrightarrow{\times 5} \square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{10\,000}$

6) $\square \xrightarrow{\text{au carré}} \square \xrightarrow{:\,10} \boxed{90}$

89 Dans chaque ligne, trouver le nombre dont on est parti :

1) $\square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{81}$

2) $\square \xrightarrow{+\,3} \square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{81}$

3) $\square \xrightarrow{\text{au carré}} \square \xrightarrow{:\,2} \boxed{18}$

4) $\square \xrightarrow{-\,8} \square \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{4}$

5) $\square \xrightarrow{\text{au carré}} \square \xrightarrow{+\,3} \boxed{28}$

6) $\square \xrightarrow{:\,2} \square \xrightarrow{\text{au cube}} \boxed{27}$

90 Dans chaque ligne, trouver le nombre dont on est parti :

1) $\boxed{} \xrightarrow{\times 3} \boxed{} \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{3600}$

2) $\boxed{} \xrightarrow{+ 12} \boxed{} \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{2500}$

3) $\boxed{} \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{} \xrightarrow{- 50} \boxed{850}$

4) $\boxed{} \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{0{,}04}$

5) $\boxed{} \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{} \xrightarrow{\times 10} \boxed{2{,}5}$

6) $\boxed{} \xrightarrow{\times 10} \boxed{} \xrightarrow{\text{au carré}} \boxed{0{,}25}$

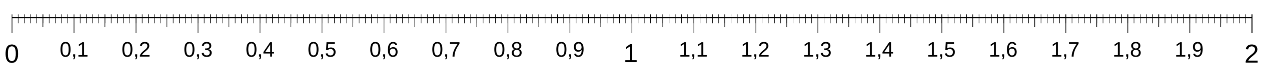
91 Calculer :

1) $\sqrt{64}$ 3) $\sqrt{6400}$ 5) $\sqrt{4}$ 7) $\sqrt{0{,}04}$

2) $\sqrt{0{,}64}$ 4) $\sqrt{0{,}0064}$ 6) $\sqrt{40000}$ 8) $\sqrt{0{,}0004}$

92 Reproduire cette droite graduée dans le cahier.
Placer ensuite les nombres suivants sur la droite :

$0{,}01$; $\sqrt{0{,}01}$; $(0{,}4)^2$; $\sqrt{0{,}04}$; $(1{,}2)^2$; $\sqrt{0{,}25}$; 1^2 ; 1.



93 Recopier dans le cahier, puis compléter par un des symboles < ou > :

1) $0,5$ ... $(0,5)^2$
2) $1,2$ ... $(1,2)^2$
3) $(1,2)^2$ ... $(1,2)^3$
4) $(0,6)^3$ ... $(0,6)^2$
5) $0,9$ ... $\sqrt{0,9}$
6) $\sqrt{0,36}$ ... $(0,36)^2$
7) $(0,04)^2$ ... $\sqrt{0,04}$
8) $(0,02)^2$ ... $\sqrt{0,0009}$

94 Classer par ordre croissant :

1) $\sqrt{0,09}$; $\sqrt{1,21}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt{1,69}$

2) $\sqrt{0,64}$; $(0,4)^2$; $\sqrt{1,21}$; $(1,21)^2$; $\sqrt{0,09}$; $(0,09)^2$

3) $0,3$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{0,16}$; $1,9$; $\sqrt{1,44}$; $1,3$; $\sqrt{0,01}$

95 Encadrer chacun des nombres suivants par deux entiers successifs :

1) $\sqrt{17}$
2) $\sqrt{30}$
3) $\sqrt{110}$
4) $\sqrt{68}$
5) $\sqrt{72}$
6) $\sqrt{7}$
7) $\sqrt{39}$
8) $\sqrt{908}$

96 Encadrer chacun des nombres suivants au dixième près :

1) $\sqrt{0,6}$
2) $\sqrt{0,08}$
3) $\sqrt{0,47}$
4) $\sqrt{0,001}$
5) $\sqrt{0,9}$
6) $\sqrt{0,72}$
7) $\sqrt{0,03}$
8) $\sqrt{0,28}$

97 Encadrer chacun des nombres suivants à la dizaine près :

1) $\sqrt{700}$
2) $\sqrt{70}$
3) $\sqrt{8000}$
4) $\sqrt{800}$
5) $\sqrt{3271}$
6) $\sqrt{2347}$
7) $\sqrt{1000}$
8) $\sqrt{324}$

98 Encadrer chacun des nombres suivants par deux entiers successifs :

1) $\sqrt{38}$	3) $\sqrt{22}$	5) $\sqrt{48}$	7) $\sqrt{12}$
2) $\sqrt{3}$	4) $\sqrt{93}$	6) $\sqrt{150}$	8) $\sqrt{5}$

99 Encadrer chacun des nombres suivants au dixième près :

1) $\sqrt{0{,}3}$	3) $\sqrt{0{,}05}$	5) $\sqrt{0{,}342}$	7) $\sqrt{0{,}07}$
2) $\sqrt{0{,}8}$	4) $\sqrt{0{,}53}$	6) $\sqrt{0{,}4}$	8) $\sqrt{0{,}152}$

100 Encadrer chacun des nombres suivants à la dizaine près :

1) $\sqrt{5472}$	3) $\sqrt{6248}$	5) $\sqrt{122}$	7) $\sqrt{12134}$
2) $\sqrt{547}$	4) $\sqrt{624}$	6) $\sqrt{3427}$	8) $\sqrt{72}$

101 Calculer la valeur de $\sqrt{a^2}$ si

1) $a = 1$	3) $a = 0{,}1$	5) $a = 7$	7) $a = 11$
2) $a = 3$	4) $a = 100$	6) $a = 0{,}02$	8) $a = 0{,}5$

102 Calculer la valeur de $\sqrt{4a^2}$ si

1) $a = 0{,}1$	3) $a = 10$	5) $a = 1{,}2$	7) $a = 50$
2) $a = 5$	4) $a = 1{,}1$	6) $a = 0{,}01$	8) $a = 400$

103 Substituer $a = 3$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $\sqrt{4a^2}$	3) $\sqrt{4}\ a^2$	5) $(2a)^2$	7) $2a\sqrt{4a^2}$
2) $4\sqrt{a^2}$	4) $2a^2$	6) 2^2a	8) $2a(2a)^2$

104 Substituer a = 0,3 dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $\sqrt{9a^2}$
3) $4a - 4\sqrt{a^2}$
5) $\sqrt{9}\,a^2$
2) $4a - 2\sqrt{a^2}$
4) $4a - \sqrt{4a^2}$
6) $\sqrt{9a^2} - 2a$

105 Substituer a = 5 et b = 4 dans les expressions suivantes et calculer :

1) $\sqrt{a^2 - b^2}$
3) $\sqrt{4\left(a^2 - b^2\right)}$
5) $\sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$
2) $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$
4) $\sqrt{4}\left(a^2 - b^2\right)$
6) $\sqrt{4a^2} - \sqrt{4b^2}$

106 Calculer la valeur de l'expression $\sqrt{9a^2} + 2a$ si

1) a = 2
2) a = 1
3) $a = \sqrt{9}$

107 Calculer la valeur de l'expression $3x - \sqrt{4x^2}$ si

1) x = 4
2) x = 0,1
3) x = 0,3

108 Calculer la valeur de l'expression $\sqrt{a^3} + 2\left(\sqrt{a}\right)^3$ si

1) a = 4
2) a = 0,09
3) a = 1,44
4) a = 9
5) $a = 5^2$

109 Calculer :

1) $(6-2)^2 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}$

2) $3 \cdot \left(\sqrt{16} - 2\right) + 4^2 \cdot \left(\sqrt{9} - 2\right)$

3) $\dfrac{5 \cdot 6 + 3 \cdot 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}}$

4) $(0{,}2)^2 \cdot \sqrt{1600} + \sqrt{2500} : (0{,}5)^2$

5) $8 + 3 \cdot \left(6^2 - \sqrt{100}\right) - 5^2$

110 Calculer :

1) $3^2 \cdot \sqrt{100} + 5 \cdot (6^2 - 4 \cdot 9)$

2) $\dfrac{\sqrt{64} + 4}{\sqrt{64} - 4}$

3) $6 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{36} - 5 \cdot \sqrt{4}$

4) $6 \cdot (\sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{36}) - 5 \cdot \sqrt{4}$

5) $6 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot (\sqrt{36} - 5) \cdot \sqrt{4} =$

111 Calculer :

1) $(3^2 - \sqrt{16})^3 - 5 \cdot (6 + \sqrt{4})$

2) $\sqrt{6^2 - 5 \cdot 7} + (12^2 - 11 \cdot 2^2) : 10$

3) $\dfrac{\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} =$

4) $9 \cdot (6^2 - 5^2) + (6 \cdot \sqrt{16}) : 2^2$

5) $(3 + 4)^2 : (3^2 + 4^2)$

112 Calculer :

1) $\sqrt{4} \cdot 3^3 + 2^3 \cdot (\sqrt{25} - 2^2) \cdot \sqrt{1} =$

2) $(3 + 4)^2 - \sqrt{50 - 5^2} \cdot 7 =$

3) $\sqrt{2^3 + 1} \cdot 5^2 - 2^4 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2}$

4) $(6 - 2)^2 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2} =$

5) $\sqrt[3]{125} \cdot (2^4 - 3^2) - 4^3 : 32$

6) $(2 \cdot 3 + 2^2)^2 : 1^5 - \sqrt{81}$

7) $(3^2 - \sqrt{16})^3 - 5 \cdot (6 + \sqrt{4}) =$

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

113 Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut :
- Effectuer le calcul indiqué dans la case "DÉBUT".
- Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
- Inscrire la lettre qui s'y trouve sous le tableau, puis effectuer le calcul.
- Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
  Et ainsi de suite.

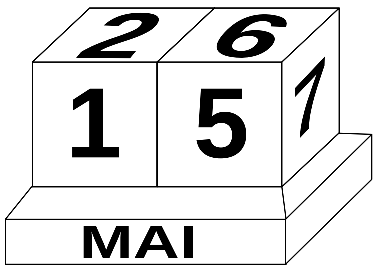
DÉBUT L 80 x 0,01 =	P 0,3 x 0,1 =	B 4000 x 2 =	L 0,4 x 1000 =
R 1000 x 0,1 =	A 4 x 0,1 =	S 0,02 x 5 =	N 0,04 x 1000 =
V 800 x 0,01 =	T 0,01 x 100 =	E 0,8 x 1000 =	U 1 x 0,3 =
D 30 x 100 =	S 2000 x 0,01 =	I 0,03 x 1000 =	M 20 x 10 =
E 200 x 0,01 =	A 8 x 0,005 =	E 2 x 0,01 =	D 40 x 0,1 =
T 0,1 x 100 =	S 10 x 0,001 =	I 400 x 5 =	**FIN** E 3000 x 0,001 =

L ……………………………………………………………………………………E

114 Combien y a-t-il de points en tout sur les 28 pièces d'un jeu de dominos ?

115 Un calendrier est formé de deux cubes, qui permettent de composer tous les nombres 01, 02, 03, ... jusqu'à 31.

Quels sont les chiffres inscrits sur les faces cachées des cubes?



116 Comment peut-on placer des signes "+" entre les chiffres 123456789 pour que la somme obtenue soit 99 ?

117 Quelle valeur faut-il donner à b dans l'égalité $2a - b = 15$, si … ?

1) $a = 9$ 2) $a = 32$ 3) $a = 27$ 4) $a = 8$ 5) $a = 13{,}5$ 6) $a = 8{,}3$

118 Quelle valeur faut-il donner à b dans l'égalité $5 \cdot (2a + b) = 40$, si … ?

1) $a = 1$ 2) $a = 4$ 3) $a = 0$ 4) $a = 2$

119 Dans l'égalité $5 \cdot (2a + b) = 100$, quelle valeur doit avoir a, si … ?

1) $b = 8$ 2) $b = 2$ 3) $b = 18$ 4) $b = 6$

Quelle valeur doit avoir b, si … ?

1) $a = 10$ 2) $a = 5$ 3) $a = 8$ 4) $a = 0$

120 Quelle valeur doit avoir x dans l'égalité $2 \cdot (4x + 2y) = 84$, si … ?

1) $y = 7$ 2) $y = 21$ 3) $y = 3$ 4) $y = 13$

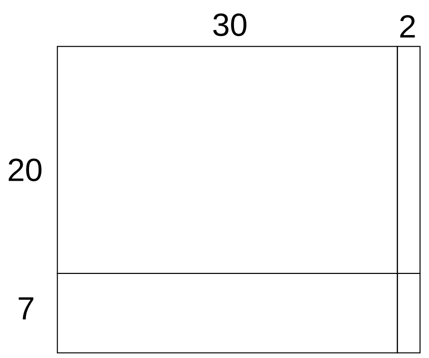
121 Dans l'égalité $2 \cdot (2r + 3p) = 60$, quelle doit être la valeur de p, si … ?

1) $r = 9$ 2) $r = 15$ 3) $r = 6$

Quelle doit être la valeur de r, si … ?

1) $p = 2$ 2) $p = 8$ 3) $p = 10$

122 À l'aide du croquis ci-contre, calculer oralement $27 \cdot 32$



À l'aide de croquis du même type, calculer oralement :

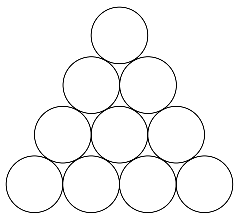
1) $16 \cdot 23$ 3) $17 \cdot 32$ 5) $63 \cdot 52$ 7) $72 \cdot 12$
2) $25 \cdot 34$ 4) $31 \cdot 42$ 6) $44 \cdot 25$ 8) $23 \cdot 42$

123 a) Remplacer chaque lettre par un nombre, de telle sorte que les égalités suivantes soient vraies :

1) $31 + 3 \cdot (12 + 2\mathbf{R}) - 56 = 35$
2) $(117 : \mathbf{S} + 27) : 8 + 18 = 36$
3) $[4 + 2 \cdot (2 + 3\mathbf{A}) + 12] \cdot 3 - 45 = 15$
4) $35 - 3 \cdot (2\mathbf{V} - 17) = 32$
5) $5 \cdot [3 \cdot (5\mathbf{I} - 6) + 14] = 130$
6) $(120 - 5\mathbf{N} + 2) \cdot 2 + 10 = 204$
7) $(72 - 3\mathbf{L} - 15) \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 111$
8) $3 \cdot (23 - 2\mathbf{E}) + 18 - 12 = 33$
9) $5 \cdot (7 + \mathbf{T}) - 4 \cdot (6 - 3 \cdot 2) + 4 = 79$
10) $(\mathbf{C} + 2)^2 - 6^2 = 28$

b) Remplacer chaque chiffre par la lettre qui lui correspond pour déchiffrer le message : 37 8409023, 6 718 30 10587

124 Comment placer une et une seule fois chacun des chiffres de 0 jusqu'à 9 dans les disques, de telle sorte que les quatre nombres qu'on peut lire horizontalement soient des carrés parfaits ?
Note: Il y a plusieurs solutions !



125 Retrouver le nombre manquant :

1) $3^{\dots} \cdot 5^4 = 625$ 3) $3 + 5^{\dots} = 28$ 5) $7 \cdot 2^5 - 3^{\dots} = 215$
2) $2^3 \cdot \ldots = 72$ 4) $4^2 \cdot 3 + \ldots = 54$

126 Retrouver la puissance manquante :

1) $3^2 \cdot \ldots = 72$ 2) $5^3 - \ldots = 109$ 3) $3 \cdot 2^4 + \ldots = 73$

127 Retrouver le nombre qui manque :

1) $2^4 \cdot \ldots^2 = 64$ 3) $5^3 - \ldots^2 = 4$ 5) $9^2 : \ldots^3 + 4 = 7$
2) $3^4 - \ldots^2 = 56$ 4) $3^3 \cdot \ldots^2 + 1^{10} = 1$

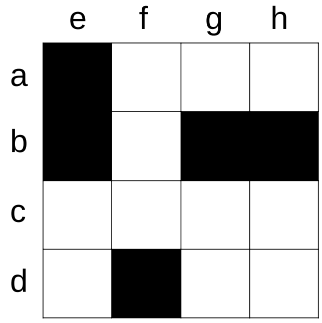
128 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

a) Cube
b) Nombre premier
c) La somme de ses chiffres vaut 15
d) Carré * Multiple de 11

Verticalement :

e) Cube
f) $(7^2 \cdot 10 + 20) : 3 + 2$
g) Nombre pair * $7 \cdot (15 – 2 \cdot 3) – 17$
h) Nombre impair * Carré



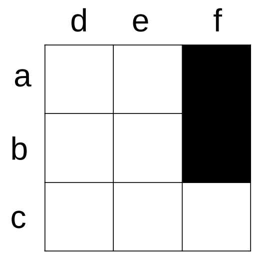
129 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

a) Cube de (f)
b) Multiple de 7
c) La somme de ses chiffres vaut 15

Verticalement :

d) Tiers de (e)
e) Carré de (a)
f) Nombre premier



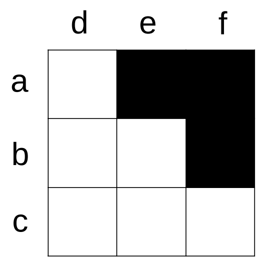
130 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

a) Pas de définition
b) Carré diminué de 3
c) Le produit des deux derniers chiffres donne le premier chiffre

Verticalement :

d) Sept fois (e)
e) Cube de (a)
f) Moitié de (a)



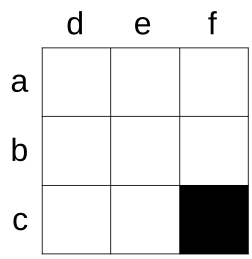
131 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

a) Multiple de 7
b) Un de plus que (a)
c) Le carré du carré de ce nombre est égal à la somme des carrés de (a) et de (b)

Verticalement :

d) La somme de ses chiffres est 3
e) Est formé de trois chiffres consécutifs
f) Multiple de 15



132 Chaque case blanche doit contenir un chiffre :

Horizontalement :

a) Carré impair
b) Cube diminué de 88
c) Carré augmenté de 1

Verticalement :

d) Moitié du cube de (f)
e) Carré de (f)
f) Trouvez-moi !

	d	e	f
a			■
b			
c			

Puissances de dix

Les puissances de dix sont très utilisées par les scientifiques (mathématiciens, physiciens, chimistes, biologistes…).
Sur certaines machines à calculer, elles servent aussi à exprimer les très grands nombres et les très petits nombres. L’exposant est un nombre entier positif ou négatif ou zéro.

Exposant n	Écriture avec la notation "puissance" 10^n	Écriture en base 10
⋮	⋮	⋮
6	10^6	1 000 000
5	10^5	100 000
4	10^4	10 000
3	10^3	1 000
2	10^2	100
1	10^1	10
0	10^0	1
–1	10^{-1}	0,1
–2	10^{-2}	0,01
–3	10^{-3}	0,001
–4	10^{-4}	0,0001
–5	10^{-5}	0,00001
–6	10^{-6}	0,000001
⋮	⋮	⋮

133 Calculer :

1) 10^{-2} 2) 10^{-1} 3) 10^{-4} 4) 10^{0} 5) 10^{-3} 6) 10^{-6}

134 Compléter par l'exposant manquant :

1) $0{,}4 = 4 \cdot 10^{\cdots}$
2) $0{,}42 = 4{,}2 \cdot 10^{\cdots}$
3) $0{,}003 = 3 \cdot 10^{\cdots}$
4) $0{,}0008 = 8 \cdot 10^{\cdots}$

135 Calculer :

1) $5 \cdot 10^{-3}$
2) $3 \cdot 10^{-2}$
3) $30 \cdot 10^{-4}$
4) $4 \cdot 10^{0}$
5) $0{,}4 \cdot 10^{-1}$
6) $300 \cdot 10^{-2}$
7) $2 \cdot 10^{-8}$
8) $1{,}7 \cdot 10^{-7}$

2

LES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

THÉORIE

1. LES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Dans ce chapitre nous utiliserons des nombres décimaux relatifs. Un **nombre décimal relatif** est un nombre décimal positif (ou 0), précédé d'un signe (+ ou –).

Voici quelques exemples de nombres relatifs:

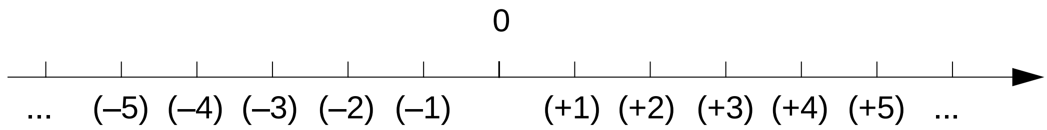
–2,5 ; +3 ; +0,0027 ; –579 ; 0 ; –0,125

(Le 0 s'écrit sans signe. On omet souvent d'écrire le signe + devant un nombre positif.)

1.1 RAPPELS DE 7e

a) La droite numérique

Avec les nombres relatifs, on peut graduer une droite de part et d'autre de 0.



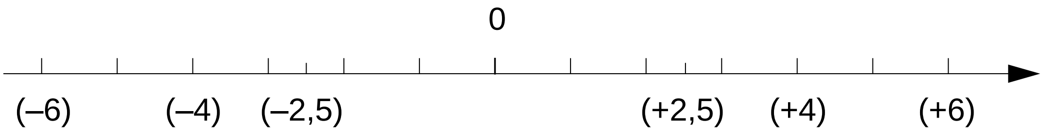
Par convention, on dira que le plus petit de deux nombres relatifs est celui qui est placé le plus à gauche sur la droite numérique horizontale. On utilisera les symboles < et > comme pour les nombres décimaux positifs.

Exemples

1 < 7 ; –1 < 0 ; –3 < 5 ; –2,5 < –2 ; –10 < –3 ,

7 > 1 ; 0 > –1 ; 5 > –3 ; –2 > –2,5 ; –3 > –10 .

b) Nombres opposés



Deux nombres situés sur la droite numérique, de part et d'autre de 0 et à la même distance de 0, sont dits **nombres opposés**.

L'opposé du nombre n se note: –n

Exemples

L'opposé de 0 est 0.

L'opposé de –6 est +6. On écrit: $-(-6) = +6$.

L'opposé de +4 est –4. On écrit: $-(+4) = -4$.

L'opposé de +2,5 est –2,5. On écrit: $-(+2{,}5) = -2{,}5$.

c) La valeur absolue d'un nombre relatif

La valeur absolue d'un nombre relatif est sa distance au zéro sur la droite numérique.

Notation: la valeur absolue du nombre a s'écrit $|a|$ et se lit "valeur absolue de a".

Exemples

$$|-6| = 6 \quad ; \quad |-0{,}125| = 0{,}125 \quad ; \quad |0| = 0 \quad ; \quad |+0{,}0027| = 0{,}0027$$

2. OPÉRATIONS AVEC LES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

2.1 RAPPEL DE 7e: ADDITION ET SOUSTRACTION DE NOMBRES RELATIFS

On a appris en 7e comment additionner deux nombres relatifs, et comment soustraire un nombre relatif d'un autre. Rappelons brièvement comment on procède, et les propriétés principales de ces deux opérations.

L'addition

1) Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on additionne leurs valeurs absolues, puis on prend le même signe que celui des deux nombres.

   Par exemple,

   $$(+4,5) + (+11,2) = +15,7 \quad ; \quad (–5,1) + (–7,3) = –12,4$$

2) Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on soustrait la plus petite valeur absolue de la plus grande, puis on prend le signe de celui des deux nombres qui a la plus grande valeur absolue.

   Par exemple,

   $$(+3) + (–8) = –5 \quad ; \quad (+3,7) + (–1,5) = +2,2$$

Propriétés

La somme d'un nombre relatif et de son opposé est égale à 0.

Par exemple,

$$(+2) + (–2) = 0 \quad ; \quad (–1,3) + (+1,3) = 0$$

L'addition de nombres relatifs est: – commutative: $a + b = b + a$

– associative: $a + (b + c) = (a + b) + c$

La soustraction

Soustraire un nombre relatif, c'est additionner son opposé.

Par exemple,

$$(+3) – (+4) = (+3) + (–4) = –1 \quad ; \quad (–2,5) – (–2,7) = (–2,5) + (+2,7) = +0,2$$

Remarques (simplifications d'écriture)

1) On peut simplifier l'écriture d'une somme en supprimant les parenthèses, et les signes + qui les séparent.

Par exemple,

$$(–2) + (+7) + (–6) = –2 + 7 – 6 = –1$$

2) Dans une suite d'additions et de soustractions, on transforme d'abord chaque soustraction en addition de l'opposé, puis on passe à l'écriture simplifiée comme en (1).

Par exemple,

$$(+7) – (+5) – (–4) + (–8) = (+7) + (–5) + (+4) + (–8) = +7 – 5 + 4 – 8 = –2$$

2.2 MULTIPLICATION ET DIVISION DE NOMBRES RELATIFS

On sait comment multiplier deux nombres positifs, et comment diviser un nombre positif par un autre. Voyons maintenant comment on fait lorsqu'il s'agit de nombres relatifs.

La multiplication

Règles de calcul

– Le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif**; c'est le produit de leurs valeurs absolues.

Par exemple,

$$(+3) \cdot (+7) = +21 \quad ; \quad (–14) \cdot (–2) = +28$$

– Le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**; c'est l'opposé du produit de leurs valeurs absolues.

Par exemple,

$$(+8{,}6) \cdot (–3) = –25{,}8 \quad ; \quad (–2{,}5) \cdot (+4) = –10$$

– La "règle des signes" de la multiplication est parfois énoncée de la manière suivante:

+	fois	+	donne	+
–	fois	–	donne	+
+	fois	–	donne	–
–	fois	+	donne	–

Propriétés

La multiplication de nombres relatifs est:
– commutative: $a \cdot b = b \cdot a$
– associative: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

La **distributivité** lie la multiplication et l'addition: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

La division

Pour diviser un nombre relatif par un autre, on divise les valeurs absolues puis on applique une règle des signes semblable à celle de la multiplication:

+ divisé par + donne +	$(+21) : (+3) = +7$
– divisé par – donne +	$(–25{,}8) : (–3) = + 8{,}6$
– divisé par + donne –	$(–10) : (+4) = –2{,}5$
+ divisé par – donne –	$(+28) : (–2) = –14$

2.3 L'EXPONENTIATION DE NOMBRES RELATIFS

L'exponentiation de nombres relatifs se définit comme pour les nombres positifs:
pour n entier, $n > 0$, on note

$$\boxed{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \quad \cdot a}_{n \text{ facteurs}} = a^n}$$

Le calcul se fait en appliquant la règle des signes de la multiplication.

Par exemple,

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +8 \quad ; \quad (–2)^3 = (–2) \cdot (–2) \cdot (–2) = –8$$

Propriété

Comme pour les nombres positifs, si a est un nombre relatif et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

Règle pratique

– une puissance d'un nombre positif est positive

– une puissance d'un nombre négatif est $\begin{cases} \text{positive, si l'exposant est pair} \\ \text{négative, si l'exposant est impair} \end{cases}$

En résumé, cette règle s'écrit:

– si $a > 0$, alors $a^n > 0$

– si $a < 0$, alors $\begin{cases} a^n > 0 \text{ si } n \text{ est pair} \\ a^n < 0 \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$

Exemples

$(+5)^2 = +25$ et $(+5)^3 = +125$

$(–5)^2 = +25$ et $(–5)^3 = –125$

EXERCICES ORAUX

136 Calculer l'opposé de chacun de ces nombres :

1) –7	3) –6	5) +2,3	7) –2,5	9) –2,3	11) –3,4
2) +9	4) –45	6) 0	8) +3,4	10) +2,2	12) –6,248

137 Donner la valeur absolue de chacun de ces nombres :

1) –7	3) –6	5) +2,3	7) –2,5	9) –2,3	11) –3,4
2) +9	4) –45	6) 0	8) +3,4	10) +2,2	12) –6,248

138 Calculer :

1) (+4) + (–7)	4) (–4) + (–8)	7) (–2) + (+6)
2) (–3) – (+2)	5) (–7) + (–12)	8) (–3) – (–12)
3) (+6) + (+3)	6) (+3) – (–4)	9) (–6) – (+13)

139 Calculer :

1) (–6) – (+12)	4) (+2) – (+2)	7) (+4) – (–6)
2) (+4) + (–8)	5) (+48) + (–48)	8) (–8) – (+6)
3) (–7) – (–6)	6) (–7) – (+3)	9) (+5) + (–8)

140 Calculer :

1) (+7) + (–3)	4) (–6) + (–4)	7) (–2) – (–6)
2) (–12) – (–14)	5) (–3) – (+7)	8) (–6) – (+4)
3) (+8) + (–6)	6) (+8) – (–4)	9) (+12) + (–12)

141 Calculer a + b si

1) a = –2 et b = +5	3) a = –4 et b = –8	5) a = –6 et b = 0
2) a = –3 et b = –6	4) a = +6 et b = –12	6) a = +12 et b = –12

142 Calculer a – b si

1) a = –6 et b = +3	3) a = –5 et b = +8	5) a = +3 et b = –7
2) a = +7 et b = –5	4) a = –7 et b = –5	6) a = –8 et b = –10

143 Calculer :

1) $-3 + 6 - 4 - 2$
2) $+6 - 2 - 4 + 8 - 6$
3) $+12 + 4 - 10$
4) $-7 - 8 + 3 - 12$
5) $-7 + 3 + 0 - 8$
6) $-3 - 8 + 2 - 6$
7) $+7 - 2 - 4$
8) $-7 + 6 - 3 - 5$

144 Calculer :

1) $+2 + 4 - 6$
2) $+6 - 2 - 12$
3) $-3 - 5 + 2 - 6$
4) $-7 + 7 - 3 + 3$
5) $+8 - 3 - 6 - 4 + 6 - 3$
6) $-2 - 7 + 4 - 3$
7) $+2 - 6 - 8 + 4 + 8$
8) $+6 - 8 - 3 + 6$

145 Calculer :

1) $-7 - 9 + 8 + 3 - 6 - 4 + 12$
2) $-3 + 6 + 4 - 8 - 6 + 12 - 5$
3) $-7 - 6 + 4 - 3 + 6 - 5 + 7$
4) $+2 + 8 - 6 - 12 + 4 - 5 + 6$
5) $-7 + 3 + 7 - 4 - 6 + 2$
6) $-5 + 12 + 4 - 8 - 5 + 0 - 4$
7) $+6 + 3 - 5 - 7 + 2 + 4 - 3$
8) $-8 - 3 + 12 + 4 - 6 - 7 + 2$

146 Calculer :

1) $(-2) \cdot (+3)$
2) $(+5) \cdot (-7)$
3) $(-7) \cdot (-3)$
4) $(-6) \cdot (+10)$
5) $(+6) \cdot (+7)$
6) $(-2) \cdot (-3)$
7) $(+12) \cdot (-1)$
8) $(-3) \cdot (+4)$
9) $(+4) \cdot (+2)$
10) $(+3) \cdot (+7)$
11) $(+4) \cdot (-9)$
12) $(-3) \cdot (-5)$

147 Calculer :

1) $(-7) \cdot (-2)$
2) $(+3) \cdot (-12)$
3) $(+2) \cdot (+8)$
4) $(-3) \cdot (-4)$
5) $(-10) \cdot (-1)$
6) $(+7) \cdot (+8)$
7) $(-2) \cdot (+13)$
8) $(-2) \cdot (+5)$
9) $(+3) \cdot (-7)$
10) $(-8) \cdot (+4)$
11) $(-1) \cdot (+7)$
12) $(+4) \cdot (-11)$

148 Calculer :

1) $(+12) \cdot (-6)$
2) $(-3) \cdot (+7)$
3) $(-5) \cdot (+8)$
4) $(+2) \cdot (-9)$
5) $(-6) \cdot (+6)$
6) $(+6) \cdot (-4)$
7) $(-3) \cdot 0$
8) $(-7) \cdot (+1)$
9) $(-5) \cdot (-2)$
10) $(+3) \cdot (+5)$
11) $(-7) \cdot (-7)$
12) $(+12) \cdot (-1)$

149 Calculer :

1) $(+48) : (-6)$
2) $(-63) : (-9)$
3) $(+100) : (-0{,}1)$
4) $(-12) : (-4)$
5) $(-0{,}1) : (-10)$
6) $(+28) : (-7)$
7) $(-5) : (-1)$
8) $(+72) : (-9)$
9) $(-12) : (+3)$

150 Calculer :

1) $(-12) : (+0,4)$
2) $(+100) : (-10)$
3) $(+7) : (-1)$
4) $(-8) : (+2)$
5) $(+16) : (+4)$
6) $(-3) : (+3)$
7) $(-0,5) : (+10)$
8) $(-15) : (-3)$
9) $(+1000) : (-100)$

151 Calculer :

1) $(-40) : (-8)$
2) $(+64) : (+8)$
3) $(-49) : (+7)$
4) $(+560) : (-8)$
5) $(-8,1) : (-9)$
6) $(-36) : (-60)$
7) $(-4200) : (+60)$
8) $(-5,4) : (-0,9)$
9) $(+349) : (-349)$

152 Calculer :

1) $(-3)^2$
2) $(+2)^5$
3) $(+9)^2$
4) $(-3)^3$
5) $(-1)^2$
6) $(+3)^3$
7) $(-3)^4$
8) $(-3)^5$

153 Calculer :

1) $(+3)^2$
2) $(-1)^2$
3) $(+4)^2$
4) $(-5)^3$
5) $(-1)^7$
6) $(+1)^4$
7) $(-1)^{1235}$
8) $(-1)^{2344}$

154 Calculer :

1) $(-4)^2$
2) $(+2)^2$
3) 0^3
4) $(-1)^{73}$
5) $(-5)^2$
6) $(+7)^2$
7) $(-1)^{127}$
8) $(+1)^{127}$

EXERCICES ÉCRITS

155 Calculer :

1) (–2,3) + (–4,5) + (–3,7) + (–6,2)
2) (+2,7) + (–3,8) + (–12) + (–3,5)
3) (+42) + (–56) + (–37) + (+56)
4) (+17) + (–36) + (+42) + (–17)
5) (–52,1) + (+48) + (–36,9) + (+42,2)
6) (+51,3) + (–36,7) + (–27,6) + (–12,3)

156 Calculer :

1) (+2,7) + (–3,4) + (–5,6) + (–6,2)
2) (–4,7) + (+5,8) + (–5,8) + (–1,7)
3) (+28) + (+32) + (–59) + (+23)
4) (+42) + (–36) + (–27) + (–34)
5) (–47) + (+36) + (–27,3) + (–32,7)
6) (+28) + (–32,5) + (+42,7) + (+17,3)

157 Calculer :

1) (–2,3) – (+3,4) + (–5,2) + (+4,7) – (–5,2)
2) (–17) + (+32) + (–34) + (+73) – (+19)
3) (+12) – (+32) + (–34) – (+36) – (–52)
4) –(–17) + (–32) – (+34) + (–41)
5) (–52) – (+52) + (–34) – (–43)
6) (+0,25) + (–0,3) + (+0,5) – (–2,3) – (+0,75)

158 Calculer :

1) (–5,2) + (+3,7) + (–2,8) – (+4,5) + (+5,2)
2) –(–27) – (+32) + (–45) – (–12) + (+45)
3) (+0,2) – (+3,1) – (–1,5) + (–0,6) – (+2,5)
4) (–6,2) – (+36) + (–3,8) – (–23) + (–27)
5) –(–0,3) – (+0,7) + (+1,2) – (–0,5) – (–1,2)
6) (–1,5) – (+3,5) + (–6,5) – (–7) + (–4)

159 Simplifier l'écriture, puis calculer :

1) (+3) + (–6) – (+4) + (–7) – (–6) + (–3)
2) (+2) + (–5) – (–3) + (–4) – (+6) + (–3)
3) (–12) + (+27) + (–5) – (–4) + (+12) – (–17)
4) (–6) + (–12) – (+3) + (–4) – (–5) – (+3)
5) (+14) + (–15) – (+14) + (–6) – (–3) + (+15)
6) (+3) + (–12) – (+4) + (–6) – (–7) – (+4)

160 Simplifier l'écriture, puis calculer :

1) (–0,5) + (+3,2) – (+4,1) + (–2,7) – (+1,3)
2) –(+6,2) – (–3,4) + (–1,7) – (+3,4) + (–5,2)
3) (+51) – (–36) + (–42) – (–27) – (+36) + (–23)
4) (+5) – (–35) + (–10) – (+35) + (–45) – (+30)
5) –(–27) – (+34) + (–52) – (–43) + (+27) – (–17)
6) (–10,3) + (–42,6) + (+32,7) + (+42,6)

161 Simplifier l'écriture, puis calculer :

1) (–4,2) + (–3,6) – (–5,2) – (+8,7)
2) (+18) + (–23) – (+24) + (+73) – (–38)
3) –(–0,3) + (–0,4) – (+0,7) – (–0,6) – (–1,2)
4) (+6,2) + (–3,5) – (+6,2) – (+3,8) + (+7,3)
5) (–28) + (+32) + (–15) – (+32) + (–48) – (+36)
6) –(+15) + (–32) – (–27) + (–15) – (–73) + (–25)

162 Calculer a – b + c si

1) a = –7 b = +12 c = –14
2) a = –6,2 b = +4,2 c = –5,7
3) a = –32 b = –48 c = –12
4) a = +2,5 b = –7,5 c = +3,8
5) a = –5 b = +27 c = –15
6) a = +8 b = –1 c = –3

163 Calculer a – (b + c) si

1) a = –3 b = +12 c = –15
2) a = –26 b = –32 c = +14
3) a = +12 b = –15 c = –17
4) a = +26,5 b = +41,3 c = –41,3
5) a = +8,4 b = –6,9 c = +2,9
6) a = +12,7 b = –12,7 c = +2,4

164 Calculer –a – (b – 3) si

1) a = +8 et b = –5
2) a = –6 et b = +12
3) a = +2,7 et b = –4,1
4) a = –5,6 et b = +3
5) a = +128 et b = –128
6) a = –0,3 et b = +0,7

165 Calculer :

1) $(+3{,}4) \cdot (-1) \cdot (+20)$
2) $(-0{,}7) \cdot (+0{,}8) \cdot (-100)$
3) $(+4{,}7) \cdot (-0{,}01) \cdot (-100)$
4) $(-3) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (-6)$
5) $(+30) \cdot (-4) \cdot (+0{,}2)$
6) $(-0{,}7) \cdot (+0{,}3) \cdot (-200)$

166 Calculer :

1) $(+0{,}4) \cdot (-50) \cdot (+100) \cdot (-0{,}1)$
2) $(+1{,}7) \cdot (-0{,}3) \cdot (-100) \cdot (+0{,}1)$
3) $(-30) \cdot (+0{,}5) \cdot (+10) \cdot (-0{,}2)$
4) $(-60) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}4) \cdot (-2{,}5)$
5) $(-0{,}6) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}5) \cdot (-3)$
6) $(+100) \cdot (-1) \cdot (-0{,}4) \cdot (-2{,}5)$

167 Calculer :

1) $(-0{,}5) \cdot (+150) \cdot (-10) \cdot 0 \cdot (-4)$
2) $(+0{,}3) \cdot (-0{,}07) \cdot (+100) \cdot (+20)$
3) $(-8) \cdot (+0{,}4) \cdot (-100) \cdot (+0{,}1) \cdot (-1)$
4) $(+0{,}2) \cdot (-0{,}5) \cdot (-0{,}5) \cdot (+200) \cdot (+0{,}3)$
5) $(-20) \cdot (-50) \cdot (+0{,}6) \cdot (-3)$
6) $(+2) \cdot (-5) \cdot (-1{,}5) \cdot (-1)$

168 Calculer $a \cdot b \cdot c$ si

1) $a = -1$ $b = -1$ $c = -1$
2) $a = -1$ $b = +3$ $c = +1$
3) $a = -1$ $b = +5$ $c = -1$
4) $a = +4$ $b = 0$ $c = +39$
5) $a = +15$ $b = -15$ $c = -1$
6) $a = +4$ $b = +4$ $c = +4$

169 Calculer $x \cdot y \cdot z$ si

1) $x = +3$ $y = +2$ $z = -1$
2) $x = -4$ $y = -5$ $z = -7$
3) $x = +2$ $y = +6$ $z = +10$
4) $x = -4$ $y = -5$ $z = +7$
5) $x = +3$ $y = -2$ $z = +6$
6) $x = +3$ $y = +2$ $z = -6$

170 Calculer $2abc$ si

1) $a = -0{,}3$ $b = +20$ $c = -0{,}4$
2) $a = +70$ $b = +20$ $c = -5$
3) $a = -1{,}5$ $b = 0$ $c = +30$
4) $a = -0{,}5$ $b = -0{,}6$ $c = +7$
5) $a = +40$ $b = -2$ $c = +50$
6) $a = -4$ $b = +20$ $c = -0{,}05$

171 Calculer :

1) $(+5) \cdot (-3 + 6)$
2) $(-7) \cdot (-2 + 15)$
3) $(-3 - 11) \cdot (+2 - 5)$
4) $(+6 - 11 + 5) \cdot (-3 - 7)$
5) $(+6 + 0) \cdot (+5 + 15)$
6) $(+4 - 3) \cdot (+6 - 7)$

172 Calculer :

1) $-(-3+5)\cdot(+2)$
2) $-(-7-9)\cdot(-4)$
3) $-(-3+5)\cdot(-4+7)$
4) $(+5-3)\cdot(-2)-(-4+19)\cdot(+10)$
5) $(+5)+(-2)\cdot(+3-5)$
6) $(+5-2)\cdot(+3)-5$

173 Calculer :

1) $+5+(-2)\cdot(+3)-5$
2) $(+5-2)\cdot(+3-5)$
3) $-(+3-4)+(+3-5)\cdot(-1)$
4) $-(+3-4)-(+3-5)$
5) $-3-(+4-3)-5$
6) $(+5-12)\cdot(-3)+(-5)\cdot(+6-15)$
7) $-(+7-2)\cdot(-5)+(-2)\cdot(-9-17)$
8) $(+3)-(-5)\cdot(+7)-(-3)\cdot(+5)$

174 Calculer $a\cdot(b+c)$ si

1) $a=+3$ $b=-5$ $c=-7$
2) $a=-5$ $b=-2$ $c=+9$
3) $a=-1$ $b=-4$ $c=+1$
4) $a=+6$ $b=0$ $c=-3$
5) $a=0$ $b=-15$ $c=-1$
6) $a=+8$ $b=+6$ $c=+5$

175 Calculer $5a^2b^3$ si

1) $a=+11$ $b=-2$
2) $a=-4$ $b=+5$
3) $a=+6$ $b=-4$
4) $a=-9$ $b=+3$
5) $a=-10$ $b=-1$
6) $a=-5$ $b=+2$

176 Calculer a^2bc^3 si

1) $a=-1$ $b=+2$ $c=-2$
2) $a=-5$ $b=+1$ $c=+2$
3) $a=-5$ $b=+1$ $c=-2$
4) $a=0$ $b=+1$ $c=-5$
5) $a=-5$ $b=+11$ $c=+3$
6) $a=+9$ $b=0$ $c=-3$

177 Calculer $\dfrac{x+3y}{z}$ si

1) $x=-7$ $y=+6$ $z=-1$
2) $x=+6$ $y=-5$ $z=+3$
3) $x=-12$ $y=-1$ $z=-5$
4) $x=+2$ $y=-4$ $z=+2$

178 Calculer :

1) $(-2)^2\cdot(+1)^3\cdot(-3)^3$
2) $(-1)^{17}\cdot(+1)^3\cdot(+1)^{16}$
3) $(-5)^2\cdot(+2)^3\cdot(+7)^2$
4) $(-1)^7\cdot 0\cdot(+15)^3$
5) $(-4)^2\cdot(-2)\cdot(-1)^5$
6) $(+1)^{167}\cdot(+167)^1$

179 Calculer :

1) $(-2)^3 + (-1)^5 + (+3)^2$
2) $(-1)^3 + (+3)^2 - (-6)^2$
3) $(+7)^2 - (-1)^7 - (-3)^2$
4) $(-1)^2 - (+1)^3 + (-1)^7$
5) $(-1)^6 - (-1)^8$

180 Calculer :

1) $(-3)^3 \cdot (+2)^2 - (+1)^5$
2) $0^6 \cdot (+3)^2 + (-4)^3$
3) $(-7)^2 \cdot (+1)^7 - (-5)^2$
4) $(-3)^2 \cdot (-2)^4 - (-5) \cdot (+2)^2$
5) $(-3) \cdot (+4)^2 - (+2) \cdot (-5) + (-2)^2$
6) $(-3)^2 - (-5) \cdot (+7)^7 + (-2)^5$

181 Calculer :

1) $(+3)^2 - (+5)^2 \cdot (-1)^3$
2) $(-4)^2 \cdot (+3) - (-2)^3$
3) $(-2)^3 \cdot (+3)^2 + (-1)^5 \cdot (-5)^2$
4) $(3 - 5)^3 \cdot (+4)^2$
5) $(1 - 2)^4 - (-5)^2 \cdot (+2)$
6) $(+7)^2 + (-3)^3 \cdot (+2)$

182 Calculer :

1) $(-1)^5 - (-2)^4 + (-3)^3 + (+4)^2 - (-5)$
2) $(-3)^3 + (-2) \cdot [(-1)^5 + (+3)] - (-2)^3 \cdot (-2)$
3) $(+4)^2 \cdot (-1)^2 + (-2)^3 \cdot (+3)$
4) $(+4)^2 \cdot [(-1)^2 + (-2)^3] \cdot (+3)$
5) $-(-1)^3 \cdot (+2)^2 + (+1)^2 \cdot (+11)^2$
6) $(-1)^5 \cdot (+2)^3 \cdot (-3)^2 - (-3)^3 + (-1) \cdot (+4)^2$
7) $(-3)^2 \cdot (+2) - (-6)^2 - (-1)^7 \cdot (+2) + (-3)^2$

183 Calculer :

1) $(-3)^2 \cdot (+2{,}5) - (-6{,}3) : (-10)$
2) $(+1{,}2)^2 \cdot (-0{,}1) + (-0{,}1)^2 \cdot (+1000)$
3) $(-2{,}5) \cdot (+2)^3 + (-3{,}2) \cdot (-10)$
4) $(+0{,}3)^2 \cdot (-0{,}2)^3 - (-0{,}9)^2 : (+0{,}3)^3$

184 Calculer :

1) $(-4 + 3)^4 \cdot (-2) + (-1)^2 \cdot (-5) - (-3)^2 + (-4) \cdot (-5)^2$
2) $(-4) + (+3)^4 \cdot [(-2) + (-1)^2] \cdot (-5) - [(-3)^2 + (-4)] \cdot (-5)^2$
3) $(+2)^6 - [(-2) \cdot (-3)]^2 + (-2)^2 \cdot (-3)^2$
4) $[(-2)^5 \cdot (+3 - 5)^2] : (-2)^4 + (-1)^5 \cdot (-4)$

185 Calculer :

1) $(+3)^3 : (-3)^2 - (-5 + 7)^3 \cdot (-1)^4$
2) $[(+4) + (-5)]^2 \cdot 2^2$
3) $[(+4)^2 + (-5)^2] \cdot 2^2$
4) $[(-2)^4 + (+2)^3 + (+5)^3 - (-10)^3] : (-3)$

186 Calculer la valeur de $5x^2 - 3x + 7$ si

1) $x = -1$ 2) $x = +1$ 3) $x = +3$ 4) $x = -7$

187 Substituer $x = -2$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $3x^2 - x - 2 - 3x - 5x^2$
2) $5x^2 + 3x - 7x^2 + 2x$
3) $12x^2 - 24x - 5x^2 + 14x - 7x^2$
4) $7x^3 + 3x - 5x^2 - x$

188 Calculer la valeur de $-5x^5 + 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 - x + 15$ si

1) $x = -1$ 2) $x = -2$ 3) $x = +3$ 4) $x = -10$

189 Calculer la valeur de $3x^2y + 2xy^2$ si

1) $x = 0$ et $y = +2$
2) $x = -2$ et $y = -1$
3) $x = +1$ et $y = -3$
4) $x = -5$ et $y = +2$

190 Substituer $a = -2$ et $b = -1$ dans les expressions suivantes, puis calculer :

1) $a^2 - 5$
2) ab^2
3) $a^2 + b^2$
4) $(a - b^2) \cdot a$
5) $a^2b - 1$
6) $a^2 - 5b$

191 Calculer la valeur de $3a^2b + 5ab + b^3c^2$ si

1) $a = +1$ $b = -5$ $c = +2$
2) $a = 0$ $b = +4$ $c = -3$
3) $a = -4$ $b = -1$ $c = -5$

192 Substituer $a = -1$, $b = +2$ et $c = -3$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $a^2 - b + c$
2) $a^2b - b^2 + ac$
3) $-a^2 + (-b)^3 - c$
4) $-ac - bc^3$
5) $ab - ac$
6) $a^2c - ac^2 - (ac)^2$

193 Substituer $a = -3$ et $b = +2$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $(-a)^2 + b$
2) $-a^2 - ab$
3) $(-ab^2)^2$
4) $(-a)^2(-b)^2$
5) $a^2b - b^2$
6) $(a + 1)^2 \cdot (b - 4)^2$

194 Calculer la valeur de a^b si

1) $a = -3$ et $b = 4$
2) $a = -5$ et $b = 2$
3) $a = -2$ et $b = 6$
4) $a = 0$ et $b = 7$
5) $a = -1$ et $b = 0$
6) $a = +4$ et $b = 3$

195 Calculer la valeur de $a^b + a$ si

1) $a = -3$ et $b = 3$
2) $a = -1$ et $b = 7$
3) $a = -7$ et $b = 2$
4) $a = -2$ et $b = 5$
5) $a = +2$ et $b = 5$
6) $a = -1$ et $b = 3$

196 Calculer la valeur de $a^b + c^d$ si

1) $a = +3$ $b = 3$ $c = -5$ $d = 2$
2) $a = +6$ $b = 0$ $c = -5$ $d = 2$
3) $a = -1$ $b = 17$ $c = -1$ $d = 3$

197 Une mère a 43 ans et son fils a 12 ans. Quel sera l'âge de la mère lorsque le fils aura 27 ans ? Quel sera l'âge du fils lorsque la mère fêtera ses 80 ans ?

198 On a partagé une certaine somme entre deux personnes. La première a reçu 148 fr., soit 229 fr. de moins que la seconde. Quelle somme a-t-on partagée ?

199 Si j'avais 3000 fr. de plus, je pourrais m'acheter une voiture qui coûte 12 930 fr., et il me resterait 1560 fr. Combien d’argent ai-je ?

200 Anne a 13 ans. En quelle année aura-t-elle 47 ans ? Quel sera son âge en l'an 2031 ?

201 Pierre a emprunté 6340 fr. Il rembourse 1240 fr., puis 875 fr., et enfin 2340 fr. Combien doit-il encore rembourser ?

202 La somme de deux nombres est 2456. L'un d'eux est 738. De combien le plus grand surpasse-t-il le plus petit ?

203 Si l'on ajoute les 2345 fr. d' Albert à l'argent de Bernadette, on trouve 6732 fr. Combien possède Bernadette ?

204 Platon naquit à Athènes en 427 avant Jésus-Christ. Il avait 28 ans lorsque son maître Socrate mourut. En 377 av. J.-C., Platon fonda une école de philosophie, l'Académie, dans laquelle il enseigna jusqu'à sa mort, survenue en 348 av. J.-C.

1) En quelle année est mort Socrate ?
2) Quel âge avait Platon lorsqu'il fonda l'Académie ?
3) Durant combien d'années y enseigna-t-il ?
4) À quel âge mourut-il ?

205 L'historien grec Hérodote (484 à 420 av. J.-C.) rapporte que Thalès de Milet (624 à 548 av. J.-C.) avait prévu une éclipse de soleil survenue en 585 av. J.-C.

1) Quel âge avait Thalès de Milet lors de l'éclipse de soleil ?
2) À quel âge est mort Thalès de Milet ?
3) Depuis combien d'années était mort Thalès de Milet à la naissance d'Hérodote ?
4) À quel âge est mort Hérodote ?

206 Alexandre le Grand (356 à 323 av. J.-C.) succéda à son père Philippe de Macédoine (382 à 336 av. J.-C.) à l'âge de vingt ans. Auparavant, il fut l'élève du philosophe grec Aristote (384 à 332 av. J.-C.).

1) Quel âge avait Aristote à la naissance d'Alexandre ?
2) Quel âge avait Philippe de Macédoine à la naissance de son fils Alexandre ?
3) À quel âge Aristote est-il mort ?
4) À quel âge Philippe de Macédoine est-il mort ?
5) À quel âge Alexandre le Grand est-il mort ?

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

207 Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut :

– Effectuer le calcul situé dans la case "DÉBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
– Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
– Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
– Chercher la case dont le premier nombre est égal au résultat trouvé.
Et ainsi de suite.

DÉBUT B (-7)+(-3)=	F (-3)+(+10)=	B (+9)+(-3)=	E (-20)+(+24)=	R (+6)-(+12)=	R (-4)-(+4)=
I (-11)-(-23)=	**FIN** E (+19)+(-2)=	A (+7)-(-13)=	S (+15)-(+16)=	L (-14)-(+3)=	A (-17)+(+27)=
E (-8)-(-6)=	A (-6)+(-5)=	I (-10)+(-10)=	R (+12)-(-7)=	S (-1)-(+12)=	N (+4)-(+7)=
R (+2)-(-7)=	T 0 - (+14)=	E (-13)+(+15)=	E (-2)-(-2)=	I (+20)-(+24)=	I (+10)-(-5)=

208 Découvrir le message caché dans le tableau suivant, en utilisant la règle décrite à l'exercice 207 .

DÉBUT B (-25)+(+32)=	S (-15)-(+12)=	L (+5)-(-5)=	A (-7)+(+7)=	E (-12)-(+27)=
E (+10)+(+18)=	A (+18)-(+21)=	T (+9)+(-27)=	E (+21)+(-37)=	V (+12)-(+17)=
I 0 - (-15)=	R (+7)-(-17)=	I (-15)-(-36)=	P (-9)+(-7)=	L (-3)+(+19)=
U (-18)-(+6)=	N (-16)-(-12)=	U (-10)-(-15)=	O (-5)-(-14)=	B (+3)-(+18)=
C (+16)-(+26)=	A (+24)+(-12)=	S (-24)+(+17)=	C (-4)+(+22)=	**FIN** R (-28)+(-20)=

209 Découvrir le message caché dans le tableau suivant, en utilisant la règle décrite à l'exercice 207 .

DÉBUT S (-6)·(-3)=	F (-25)+(+22)=	E 0 - (-7)=	I (+4)·(+3)=
I (+2)·(+9)=	Q (+8)·(-1)=	O (-18)+(+22)=	A (-3)·(-7)=
E (-6)·(+4)=	U (-14)+(-6)=	E (-4)·(-2)=	**FIN** S (+18)-(-7)=
A (+40)+(-38)=	A (-12)-(-15)=	U (-8)· 0=	T (+24)-(+30)=
I (+5)·(-5)=	S (+12)·(-1)=	T (+7)·(-2)=	N (-24)+(-2)=
T (+3)·(+8)=	T (-26)·(-31)=	F (-20)·(-2)=	C (+21)-(+25)=

210 Découvrir le message caché dans le tableau suivant, en utilisant la règle décrite à l'exercice 207 .

DÉBUT L (-8)·(+6)=	I (+20)·(-5)=	L (+5)·(-12)=	N (-40)·(-3)=	0 (+60)+(-60)=
E (+54)-(+74)=	E (-144)-(-200)=	C (-22)·(+3)=	U (+40)·(-3)=	E (-60)-(+36)=
R (-96)+(+144)=	R (-120)+(+102)=	U (+8)·(-5)=	A (-48)·(-2)=	T (-18)·(-3)=
L 0 - (-20)=	C (+96)-(-12)=	E (+120)-(+142)=	F (-20)·(-3)=	S (+56)·(+2)=
T (+112)+(-104)=	O (-66)-(-106)=	E (+48)·(-3)=	0 (+108)-(+103)=	**FIN** E (-100)-(-134)=

211 Auguste vécut de 63 av. J.-C. à 14 ap. J.-C. Il fut le premier empereur romain, nommé en 27 avant Jésus-Christ. Il protégea les arts, et fut l'ami des poètes Horace (65 à 8 av. J.-C.), Virgile (70 à 19 av. J.-C.), Tite-Live (59 av. J.-C. à 17 ap. J.-C.) et Ovide (43 av. J.-C. à 17 ap. J.-C.). Auguste adopta Tibère (42 av. J.-C. à 37 ap. J.-C.), qui lui succéda.

Attention: "l'an zéro" n'existe pas !

1) Quel âge Auguste avait-il lorsqu'il devint empereur ?
2) Quel âge Auguste avait-il à la mort d'Horace ?
3) Quel âge Auguste avait-il à la mort de Virgile ?
4) Quel âge Auguste avait-il à la naissance de Tite-Live ?
5) Quel âge Auguste avait-il à la naissance de Tibère ?
6) Quel âge Auguste avait-il à la naissance d'Ovide ?
7) Quel âge Tibère avait-il à la mort d'Auguste ?
8) Quel âge Tibère avait-il à la mort de Virgile ?
9) À quel âge Auguste est-il mort ?
10) À quel âge Virgile est-il mort ?
11) À quel âge Ovide est-il mort ?
12) Durant combien d'années Tibère fut-il empereur ?
13) À quel âge Tibère est-il mort ?

212 Trouver la valeur que doit avoir x, si

1) $(-2) \cdot x = -18$
2) $(-5) \cdot x = +10$
3) $x \cdot (+3) = -27$
4) $x \cdot (+8) = +40$
5) $(-5) \cdot (-3) \cdot x = -15$
6) $(-8) \cdot (+2) \cdot x = +80$

213 Trouver la valeur que doit avoir x, si

1) $(-3) \cdot x + 5 = 17$
2) $(+9) \cdot x - (-2) = -7$
3) $x \cdot (-8) + 6 = -26$
4) $x \cdot (+8) - (-2) = 42$

214 Trouver la valeur que doit avoir x, si

1) $(-7) \cdot (+4) - x = -35$
2) $x - (-5) \cdot (+3) = -15$
3) $(+7) \cdot (+2) - x = -6$
4) $x + (-6) \cdot (+2) = -8$

215 Trouver la valeur que doit avoir x, si

1) $-7 - (+3) \cdot x = -10$
2) $-25 - (+4) \cdot x = 7$
3) $(+11) + (-2) \cdot x = 21$
4) $(-9) + (-3) \cdot x = 0$

216 Trouver la valeur que doit avoir x, si

1) $(-2)^2 \cdot (-2) = x$
2) $(-2)^3 \cdot x = 48$
3) $(-2)^2 \cdot x = -12$
4) $(-2)^x \cdot (+5) = 20$
5) $(-3)^x \cdot (-3)^2 = 81$
6) $(-3)^x \cdot (-1)^4 = -27$
7) $(-3)^x \cdot (+3) = -81$
8) $(-5)^x \cdot (-1)^7 = -25$

217 Trouver la valeur que doit avoir x, si

1) $x^3 \cdot (+5)^2 = -25$
2) $(-3)^3 \cdot x^3 = -216$
3) $(-3)^3 \cdot x^2 = -108$
4) $(-2)^5 \cdot (-3)^x = 96$
5) $(-5)^4 \cdot (-4)^x = 625$
6) $(-3)^x \cdot (-2)^2 = -108$

218 Calculer, lorsque cela est possible :

1) $\sqrt{9}$
2) $-\sqrt{9}$
3) $\sqrt[3]{-27}$
4) $\sqrt[3]{+27}$
5) $\sqrt[3]{+8}$
6) $-\sqrt[4]{16}$
7) $\sqrt{-9}$
8) $\sqrt[3]{-8}$
9) $\sqrt[4]{-81}$
10) $-\sqrt[4]{-625}$
11) $\sqrt[3]{125}$
12) $-\sqrt{-49}$

219 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $x^2 = +9$
2) $x^2 = +81$
3) $x^3 = -125$
4) $x^2 = -16$
5) $x^2 - 25 = 0$
6) $x^2 - 16 = 0$
7) $x^2 + 25 = 0$
8) $x^3 + 27 = 0$
9) $x^4 + 16 = 0$

220 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $(-3)^x + (-2) = -29$
2) $(+4)^x - (+7) = +9$
3) $(-5)^3 - (-3)^x = -98$
4) $(+7)^2 - (-5)^x = 14$
5) $[(-5) + (+8)]^x = 81$
6) $[(+9) - (+11)]^x = -32$
7) $[(-4) - (+5)]^x = -729$
8) $[(+2) - (-7)]^x = +81$

221 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $x^3 - (+5)^2 = 2$
2) $x^3 - (+4)^3 = -72$
3) $(-11)^2 - x^2 = 21$
4) $(+8)^3 - x^5 = 269$
5) $(-5)^2 + x^5 = -218$
6) $[(-5) + x]^3 = 64$
7) $[(+7) - x]^2 = 81$
8) $[(-8) - x]^3 = -27$

222 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $(-2)^3 \cdot x - (+4) = 36$
2) $(-5)^2 \cdot x + 3 = -47$
3) $x \cdot (-4)^2 - (-5) = 85$
4) $x \cdot (-1)^5 - 7 = 0$
5) $(-3)^2 \cdot x^3 - (-50) = -22$
6) $x^4 \cdot (+5)^2 + (-15) = 10$
7) $(-2)^x \cdot (-3)^2 + (-12) = -3$
8) $x^3 - (+4)^2 \cdot (-1)^5 = -11$

223 Trouver, lorsque cela est possible, le ou les nombres x qui vérifient :

1) $\sqrt[3]{x} = -27$
2) $\sqrt[x]{81} = +3$
3) $\sqrt[x]{-125} = -5$
4) $\sqrt[x]{(-3) + (+7)} = +2$
5) $\sqrt[x]{(+5) + (-32)} = -3$
6) $\sqrt[2]{(-4) - x} = -4$
7) $\sqrt[3]{(+7) - x} = -4$
8) $\sqrt[3]{(+4) - x} = 64$

3

LES FRACTIONS
LES NOMBRES RATIONNELS

THÉORIE

1. LES FRACTIONS. LES NOMBRES RATIONNELS

1.1 RAPPELS DE 7e: DIVISEURS ET NOMBRES PREMIERS

a) Vocabulaire

Si d et n sont des entiers positifs, et si d est un diviseur de n, on peut dire aussi:

d divise n,

ou

n est divisible par d,

ou encore

n est un multiple de d.

b) Nombres premiers

Tout entier positif est divisible par 1, et par lui-même.

On dit:

– qu'un entier positif est un **nombre premier**, s'il a exactement deux diviseurs;
– qu'un entier positif est **composé**, s'il a plus que deux diviseurs.

L'entier 1 n'est ni premier, ni composé. Tout entier positif plus grand que 1 est soit premier, soit composé. Les deux diviseurs d'un nombre premier sont cet entier lui- même, et l'entier 1.

Voici l'ensemble des nombres premiers inférieurs à 60:

$$\{ 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 \}$$

L'ensemble de tous les nombres premiers a une infinité d'éléments; on ne peut donc pas les énumérer tous.

1.2 LA DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Tout entier composé peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers. Lorsqu'on écrit l'entier sous cette forme, on dit qu'on le "décompose en produit de facteurs premiers".
Par exemple, l'entier 220 se décompose de la manière suivante: $220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$

Voici deux exemples pour montrer comment on peut chercher une telle décomposition.

1) Pour décomposer 96 on peut écrire d'abord

$$96 = 2 \cdot 48$$

L'entier 48 n'est pas premier: on a $48 = 6 \cdot 8$ donc

$$96 = 2 \cdot 48 = 2 \cdot 6 \cdot 8$$

Ni 6 ni 8 ne sont premiers: on a $6 = 2 \cdot 3$ et $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ donc

$$96 = 2 \cdot 6 \cdot 8 = 2 \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$$

et la décomposition de 96 en produit de facteurs premiers est $96 = 2^5 \cdot 3$.

2) On peut aussi procéder systématiquement, en essayant de diviser l'entier à décomposer par chacun des nombres premiers inférieurs à cet entier.

Décomposons 252 de cette manière:

$$\begin{aligned} 252 : 2 &= 126 \\ 126 : 2 &= 63 \\ 63 : 3 &= 21 \\ 21 : 3 &= 7 \\ 7 : 7 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \end{array}$$

La première ligne ci-dessus indique que le nombre premier 2 divise 252. Le quotient est 126, on l'écrit sous 252. La deuxième ligne indique que 2 divise 126. On continue jusqu'à ce que le quotient soit 1.

Il est pratique de disposer les calculs comme ci-dessus. L'entier 252 est inscrit dans la colonne de gauche; son diviseur premier 2 est inscrit dans celle de droite. Le quotient 126 est inscrit sous 252. Et ainsi de suite.

La décomposition de 252 en produit de facteurs premiers est $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Propriété fondamentale. Quelle que soit la méthode qu'on utilise pour décomposer un entier positif en produit de facteurs premiers, le résultat sera toujours le même; seul l'ordre des facteurs peut être différent.
Par exemple, on peut écrire

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \text{et} \quad 48 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

L'ordre des facteurs est différent, mais on doit utiliser dans les deux cas quatre fois le nombre premier 2, et une fois le nombre premier 3.

Nous allons maintenant voir que la décomposition en produit de facteurs premiers peut être utilisée lorsqu'on doit calculer un pgcd ou un ppcm.

1.3 CALCUL DU PGCD

Le plus grand diviseur commun (pgcd) de deux entiers est le plus grand entier positif qui les divise l'un et l'autre.

Par exemple, le pgcd de 12 et 18 est 6 .

Voici deux méthodes pour calculer un pgcd.

a) Si les entiers sont petits, on peut utiliser les ensembles de diviseurs, comme on l'a fait en 7e.

b) On peut aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

Par exemple, cherchons le pgcd de 120 et 630. Leurs décompositions en produit de facteurs premiers sont

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \ .$$

Dans le pgcd de 120 et 630 on doit retrouver les facteurs premiers 2, 3 et 5, mais pas 7.

– le facteur 2 doit apparaître une fois, car il n'y a qu'un facteur 2 dans la décomposition de 630, et trois facteurs 2 dans celle de 120,

– le facteur 3 doit apparaître une fois, car il n'y a qu'un facteur 3 dans la décomposition de 120, et deux facteurs 3 dans celle de 630,

– le facteur 5 doit apparaître une fois, car il apparaît une fois dans la décomposition de 120 et une fois dans celle de 630,

– le facteur 7 ne doit pas apparaître, car il n'apparaît pas dans la décomposition de 120.

Donc, le pgcd de 120 et 630 est

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \ .$$

On vérifie que

$$120 = 30 \cdot 4 \quad \text{et} \quad 630 = 30 \cdot 21 \ .$$

1.4 CALCUL DU PPCM

Le plus petit commun multiple (ppcm) de deux entiers positifs est le plus petit entier positif qui est divisible par l'un et par l'autre.

Par exemple, 12 est le ppcm de 4 et 6 .

Plus généralement, le ppcm de plusieurs entiers positifs est le plus petit entier positif qu'ils divisent tous.

Par exemple, 18 est le ppcm de 2, 3 et 9 .

Voici deux méthodes pour calculer un ppcm.

a) On peut utiliser les ensembles de multiples, comme on l'a fait en 7e.

b) On peut aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

Par exemple, cherchons le ppcm de 120 et 630. Leurs décompositions en produit de facteurs premiers sont (on l'a vu pour calculer leur pgcd):

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \; .$$

Dans le ppcm de 120 et 630, on doit retrouver les facteurs premiers 2 , 3 , 5 et 7 .

– le facteur 2 doit apparaître trois fois, car il y a trois facteurs 2 dans la décomposition de 120, et un seul dans celle de 630,

– le facteur 3 doit apparaître deux fois, car il y a deux facteurs 3 dans la décomposition de 630, et un seul dans celle de 120,

– le facteur 5 doit apparaître une fois, car il y a un facteur 5 dans la décomposition de 630, et un dans celle de 120,

– le facteur 7 doit apparaître une fois, car il y a un facteur 7 dans la décomposition de 630, et aucun dans celle de 120.

Donc le ppcm de 120 et 630 est

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520 \; .$$

On vérifie que

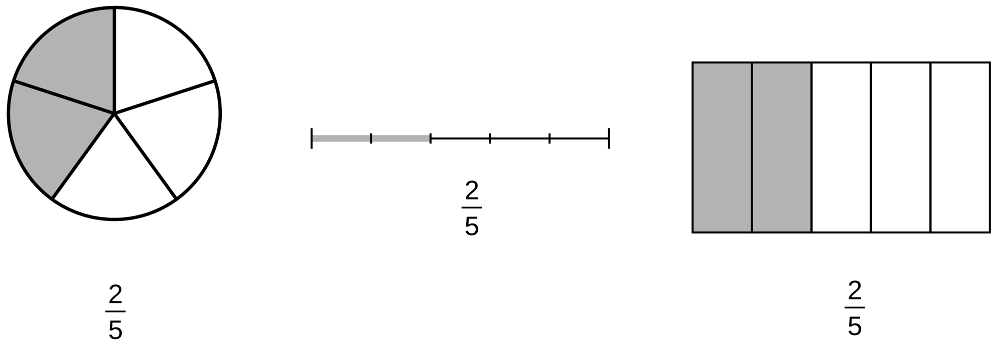
$$2520 = 120 \cdot 21 \quad \text{et} \quad 2520 = 630 \cdot 4 \; .$$

2. LES FRACTIONS

Fraction $\left\{ \dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \right.$ ← numérateur ← barre de fraction ← dénominateur $(b \neq 0)$

Le numérateur et le dénominateur d’une fraction doivent être des entiers.
Le dénominateur d’une fraction ne doit pas être égal à 0.
Pour le moment, on ne considérera que des numérateurs et dénominateurs positifs.

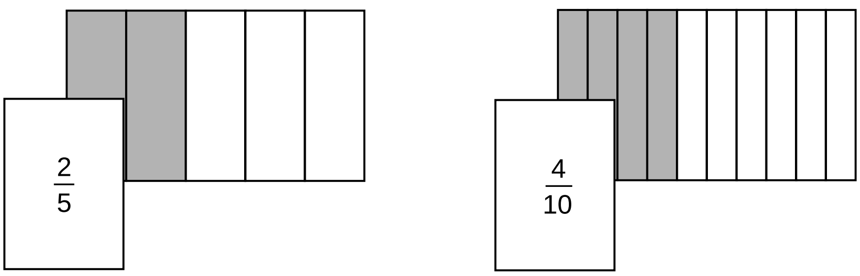
2.1 RAPPEL DE 7e: FRACTIONS ET PARTAGES



L’écriture $\frac{2}{5}$ montre qu’on a partagé le disque (le segment, le rectangle) en 5 parts égales, et qu’on a ensuite pris 2 de ces parts.

2.2 RAPPEL DE 7e: FRACTIONS ÉQUIVALENTES

Dans un partage, la même part peut être représentée par plusieurs fractions;
on dit alors que ces fractions sont équivalentes.



$\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont équivalentes, car elles représentent la même part de ce rectangle.

On écrit: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Si on partage le rectangle en *deux fois plus* de parties, il faut prendre *deux fois plus* de morceaux pour avoir la même quantité:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10}$$

Deux fractions sont équivalentes, si on peut utiliser l'une ou l'autre pour représenter la même part d'un même objet.

Comme le montre cet exemple, on obtient une fraction équivalente à une fraction donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur de la fraction donnée par un même entier positif:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10}$$

Dans cet exemple, on dit qu'on a **amplifié les termes** de la fraction $\frac{2}{5}$.

Si on lit ce même exemple de droite à gauche, on voit que

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

On dit ici qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{4}{10}$.

On dit qu'on **simplifie** une fraction, lorsqu'on la remplace par une fraction équivalente, avec un numérateur et un dénominateur plus petits. Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par un diviseur commun. Par exemple,

$$\frac{15}{35} = \frac{15 : 5}{35 : 5} = \frac{3}{7}$$

Dans cet exemple, on a simplifié $\frac{15}{35}$ en divisant son numérateur et son dénominateur par 5. Les fractions $\frac{15}{35}$ et $\frac{3}{7}$ sont équivalentes.

Si on simplifie une fraction, ou si on amplifie ses termes, on obtient une fraction équivalente.

On dit qu'une fraction est **irréductible**, si elle ne peut pas être simplifiée. Dans une fraction irréductible, le pgcd du numérateur et du dénominateur est égal à 1.

Exemple Rendre la fraction $\frac{198}{462}$ irréductible.

Il suffit de diviser numérateur et dénominateur par leur pgcd.

Puisque $198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ et $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$, leur pgcd est $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$ et on a:

$$\frac{198}{462} = \frac{198 : 66}{462 : 66} = \frac{3}{7}$$

On peut aussi disposer ce calcul comme ceci:

$$\frac{198}{462} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot \overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 7 \cdot \underset{1}{\cancel{11}}} = \frac{3}{7}$$

2.3 FRACTIONS ET ÉCRITURE EN BASE 10

La fraction $\frac{a}{b}$ représente le nombre qu'on obtient en divisant l'entier a par l'entier b.

En effectuant la division, on obtient l'écriture décimale (c'est-à-dire, en base 10) du nombre que cette fraction représente.

Voici quelques exemples:

$\frac{3}{5}$ = 3 : 5 = 0,6

$\frac{15}{4}$ = 15 : 4 = 3,75

$\frac{1}{3}$ = 1 : 3 = 0,333333.... (qu'on note: $0,\overline{3}$)

$\frac{1}{6}$ = 1 : 6 = 0,1666666... (qu'on note: $0,1\overline{6}$)

$\frac{2}{7}$ = 2 : 7 = 0,285714285714285714... (qu'on note: $0,\overline{285714}$)

$\frac{11}{60}$ = 0,18333333... (qu'on note: $0,18\overline{3}$)

(En surlignant des chiffres, on indique qu'ils se répètent indéfiniment.)

> Deux fractions équivalentes $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ représentent le même nombre.
>
> Autrement dit, si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont équivalentes, on obtient le
>
> même résultat en divisant a par b qu'en divisant c par d.

Propriété utile Les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont équivalentes si ad = bc, et seulement dans ce cas.

Considérons une fraction $\frac{a}{b}$. En divisant a par b on obtient:

– soit un nombre dont l'écriture en base 10 est finie (on peut l'écrire sans utiliser une infinité de chiffres après la virgule); c'est ce qu'on appelle un **nombre décimal**.

Par exemple,

$$\frac{3}{5} = 0{,}6 \quad ; \quad \frac{15}{4} = 3{,}75$$

– soit un nombre dont l'écriture en base 10 est illimitée (on doit l'écrire avec une infinité de chiffres après la virgule).

Par exemple,

$$\frac{2}{7} = 0{,}285714285714\ldots \quad ; \quad \frac{7}{60} = 0{,}11666666\ldots$$

Si le nombre qui correspond à une fraction a une écriture illimitée en base 10, cette écriture est **périodique**. Ceci veut dire qu'à partir d'un certain chiffre après la virgule (ou immédiatement après la virgule), un groupe de chiffres se répète sans fin. C'est bien le cas des deux derniers exemples:

$\frac{2}{7} = 0{,}\overline{285714}$ (la partie qui se répète s'appelle la **période**; ici, c'est 285714 et elle commence immédiatement après la virgule);

$\frac{7}{60} = 0{,}11\overline{6}$ (ici, la période est 6; elle commence au troisième chiffre après la virgule).

Remarque C'est la décomposition du dénominateur en produit de facteurs premiers qui détermine si le nombre qui correspond à une fraction irréductible est un nombre décimal, ou non:

– si la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible, et si b n'a pas d'autres facteurs premiers que 2 ou 5, alors la partie décimale est finie;

– si $\frac{a}{b}$ est irréductible, et si b est divisible par (au moins) un nombre premier qui n'est ni 2 ni 5, alors la partie décimale est illimitée (et périodique).

(Autrement dit: une fraction représente un nombre décimal si elle est équivalente à une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, et seulement dans ce cas.)

2.4 DÉNOMINATEUR COMMUN

Les fractions $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ n'ont pas le même dénominateur.

On peut les remplacer chacune par une fraction qui lui soit équivalente, de sorte que les nouvelles fractions aient le même dénominateur.

Par exemple,

$$\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{5}{15} \qquad \text{et} \qquad \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} \quad .$$

On dit: on a mis $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ au même dénominateur (qui est 15).

On peut également dire: on a mis ces deux fractions à un dénominateur commun (qui est 15).

On a aussi

$$\frac{1}{3} = \frac{10 \cdot 1}{10 \cdot 3} = \frac{10}{30} \qquad \text{et} \qquad \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30}$$

Là, on a mis $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$ au même dénominateur (qui est 30); mais $30 > 15$.

Les entiers 15 et 30 sont des multiples communs de 3 et de 5 ; l'entier 15 est le ppcm de 3 et 5.

On veut souvent mettre deux fractions à un dénominateur commun qui soit aussi petit que possible; pour $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{5}$, ce dénominateur est 15.

Cet exemple illustre le fait suivant:

Le plus petit dénominateur commun de deux fractions est le ppcm de leurs dénominateurs.

2.5 COMPARAISON DE FRACTIONS

Comparer deux fractions, c'est décider laquelle des deux représente le nombre le plus grand.

Il existe plusieurs méthodes pour comparer deux fractions.

a) Comparaison par division.

Par exemple, comparons $\frac{3}{25}$ et $\frac{1}{8}$. En effectuant les divisions on obtient:

$$\frac{3}{25} = 0{,}12 \quad \text{et} \quad \frac{1}{8} = 0{,}125.$$

Puisque $0{,}12 < 0{,}125$ on a $\frac{3}{25} < \frac{1}{8}$.

b) Comparaison de fractions de même dénominateur.

Si deux fractions ont le même dénominateur, c'est celle qui a le plus grand numérateur qui représente le nombre le plus grand.

Par exemple,

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

car en partageant un objet en cinq parts égales, et en prenant deux de ces parts, on aura moins que si on avait pris quatre des parts.

c) Comparaison de fractions de dénominateurs différents.

On commence par mettre les deux fractions au même dénominateur.
Puis on compare comme en (b).
Souvent, pour simplifier les calculs, on choisira ce dénominateur commun aussi petit que possible. (Rappelons que le plus petit dénominateur commun est le ppcm des dénominateurs considérés.)

Exemple: comparer $\frac{7}{12}$ et $\frac{5}{8}$

Le ppcm de 8 et 12 est 24 et on a $24 = 2 \cdot 12$ et $24 = 3 \cdot 8$.
On écrira donc

$$\frac{7}{12} = \frac{14}{24} \quad \text{et} \quad \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$$

Puisque $\frac{14}{24} < \frac{15}{24}$ on a $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$

d) Autres cas

Dans d'autres situations, d'autres méthodes peuvent être plus simples à appliquer.

Par exemple, pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{13}{8}$ il suffit de remarquer que $\frac{1}{2} < 1$ et $\frac{13}{8} > 1$ et que donc $\frac{1}{2} < \frac{13}{8}$.

Voici un autre exemple: comparons $\frac{5}{7}$ et $\frac{5}{12}$.

Si on partage un objet en 12 parts égales, les parts qu'on obtient sont plus petites que si on partage le même objet en 7 parts égales. Puisque, dans les deux cas, on prend 5 parts, on a:

$$\frac{5}{12} < \frac{5}{7} .$$

Ranger plusieurs fractions par ordre croissant, c'est les écrire de la plus petite à la plus grande.

Si on sait comparer des fractions deux à deux, on pourra ranger plusieurs fractions par ordre croissant.

Par exemple, on a:

$$\frac{5}{9} < \frac{11}{8} < \frac{3}{2} < \frac{25}{3} .$$

2.6 OPÉRATIONS AVEC DES FRACTIONS POSITIVES

Les fractions avec lesquelles nous avons travaillé jusqu'à maintenant ont un numérateur et un dénominateur positifs; une telle fraction est une **fraction positive**.

On peut additionner ou multiplier des fractions positives, ou diviser une fraction positive par une autre; le résultat de l'opération est chaque fois une fraction positive.

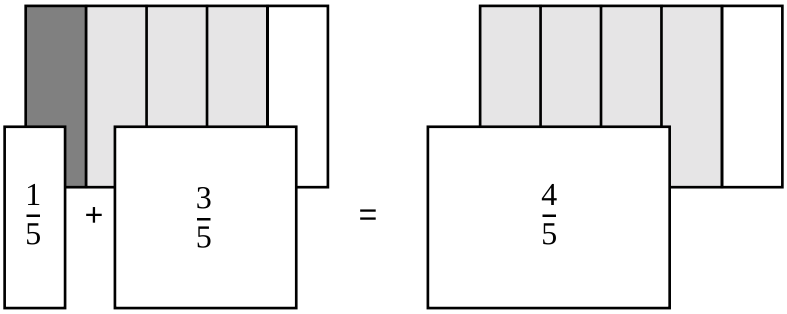
Dans certains cas, on peut soustraire une fraction positive d'une autre et obtenir comme résultat une fraction positive.

I. L'ADDITION

1) Fractions de même dénominateur

> Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on additionne les numérateurs. On garde le même dénominateur.

Exemple

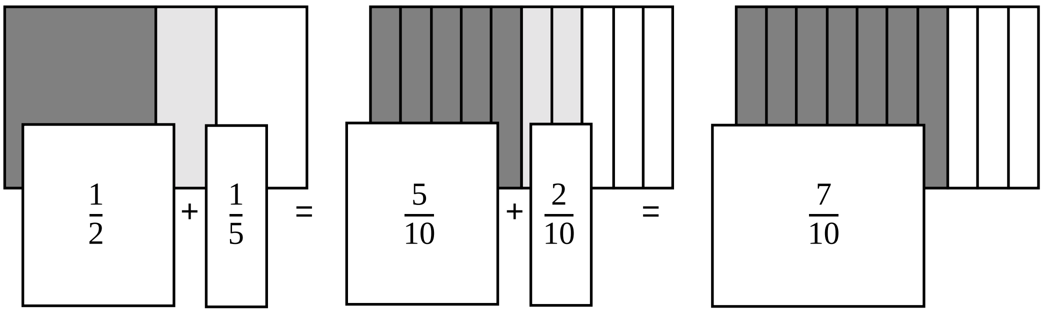


$$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$$

2) Fractions de dénominateurs différents

Si les fractions qu'on veut additionner ont des dénominateurs différents, on commence par les mettre au même dénominateur. Ensuite, on additionne comme ci-dessus.

Exemple



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{5\cdot 1}{5\cdot 2}+\frac{2\cdot 1}{2\cdot 5}=\frac{5}{10}+\frac{2}{10}=\frac{7}{10}$$

> Pour additionner deux fractions qui n'ont pas le même denominateur:
>
> – on met d'abord les deux fractions au même dénominateur;
> – on additionne ensuite les numérateurs;
> – on garde le même denominateur.
>
> (On simplifie le résultat de l'addition, si on veut une fraction irréductible.)

Remarque Lorsqu'on additionne des fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il est parfois utile de les simplifier avant de les mettre au même dénominateur.

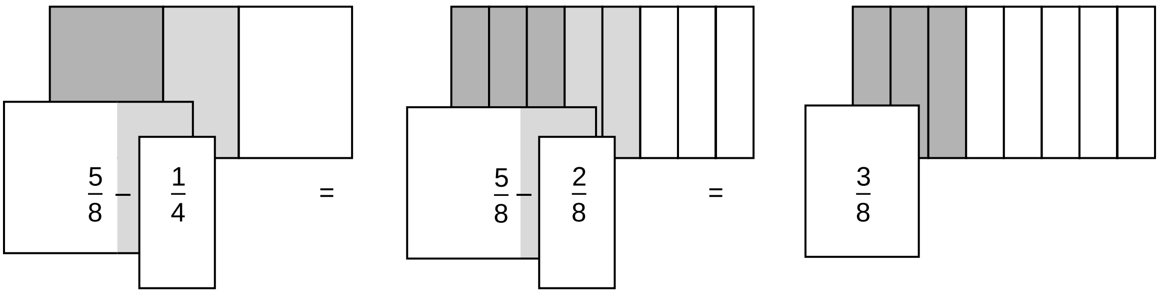
Par exemple, pour calculer $\frac{2}{3}+\frac{15}{18}$, on commence par simplifier $\frac{15}{18}$.

On obtient $\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$. Donc $\frac{2}{3}+\frac{15}{18}=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$.

II. LA SOUSTRACTION

On peut soustraire une fraction positive d'une autre, plus grande qu'elle. La différence est une fraction positive.

Voici un exemple:

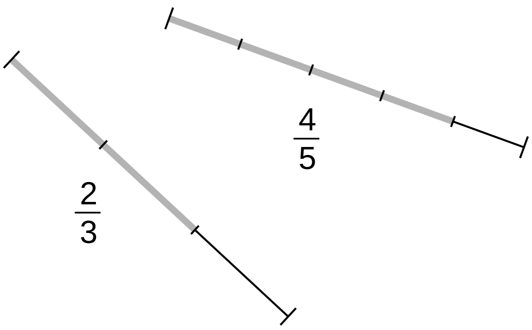


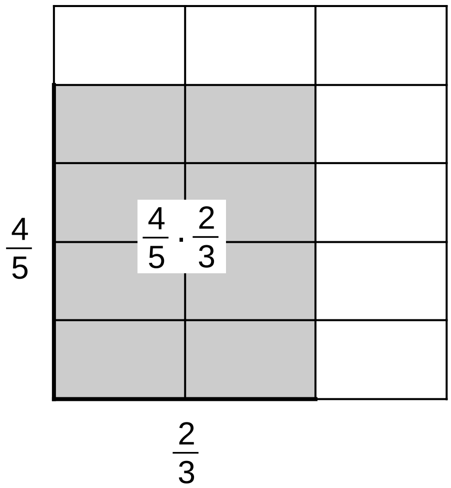
$$\frac{5}{8}-\frac{1}{4}=\frac{5}{8}-\frac{2\cdot 1}{2\cdot 4}=\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$$

> Pour soustraire une fraction d'une autre:
> – on met d'abord les deux fractions au même denominateur;
> – on soustrait ensuite les numérateurs;
> – on garde le même dénominateur.
>
> (On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

III. LA MULTIPLICATION

On peut multiplier deux fractions positives; leur produit est encore une fraction positive. Voici une illustration géométrique.





On prend le côté du carré comme unité de longueur (il est alors de longueur 1).

L'aire de la surface ombrée est $\frac{8}{15}$ de l'aire du carré. Elle est aussi égale au produit des longueurs $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Donc,

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15} .$$

Mais on peut écrire

$$\frac{8}{15} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} .$$

On a donc

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} .$$

Cet exemple illustre le résultat suivant:

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Remarque. Lorsqu'on multiplie deux fractions, il est souvent judicieux de simplifier le produit avant d'effectuer la multiplication.

Exemple:

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{15}{21} = \frac{7 \cdot (3 \cdot 5)}{(2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 7)} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{5}{12}$$

Le produit d'un entier et d'une fraction. Cette règle pour multiplier deux fractions permet de multiplier une fraction et un entier. Pour cela, on écrit d'abord l'entier sous la forme d'une fraction de dénominateur 1. Ensuite, on multiplie les deux fractions.

Par exemple,

$$\frac{2}{3}\cdot 4=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{1}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 1}=\frac{8}{3}\ .$$

Ceci revient à appliquer la règle de calcul suivante:

> Pour multiplier un entier et une fraction, on multiplie le numérateur de la fraction par cet entier; on garde le même dénominateur.

Par exemple,

$$5\cdot\frac{3}{7}=\frac{5\cdot 3}{7}=\frac{15}{7} \qquad \frac{3}{4}\cdot 7=\frac{3\cdot 7}{4}=\frac{21}{4}$$

L'inverse d'une fraction.

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction, alors la fraction $\frac{b}{a}$ est appelée son inverse:

> $\frac{b}{a}$ est la fraction inverse de $\frac{a}{b}$

Par exemple,

$\frac{3}{7}$ est l'inverse de $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{3}$ est l'inverse de $\frac{3}{7}$;

$\frac{5}{2}$ est l'inverse de $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{5}$ est l'inverse de $\frac{5}{2}$.

Dans ces exemples, on a:

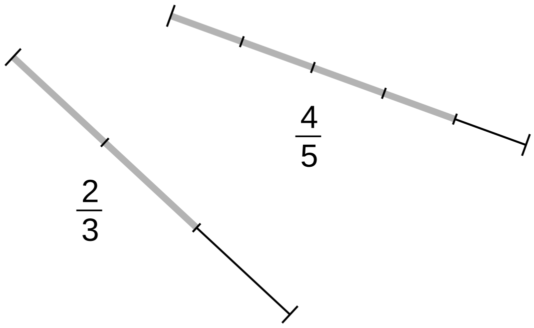
$$\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{3}=\frac{21}{21}=1 \quad \text{et} \quad \frac{5}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{10}{10}=1$$

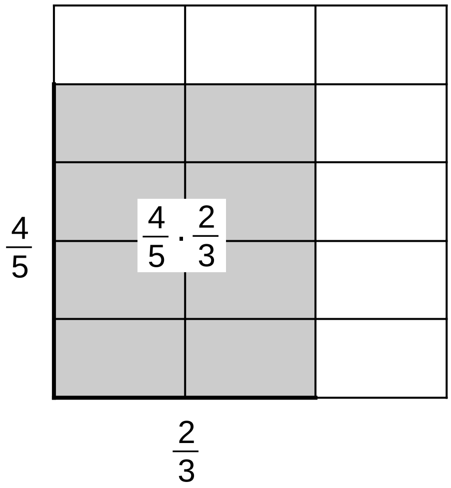
Comme dans ces exemples, on a toujours:

> Le produit d'une fraction et de son inverse est égal à 1.

IV. LA DIVISION

Reprenons la figure qui illustre le produit des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.





Si on divise l'aire d'un rectangle par la longueur d'un de ses côtés, on trouve la longueur de l'autre côté.

Donc si on divise l'aire $\frac{8}{15}$ du rectangle ombré par la longueur $\frac{2}{3}$ d'un de ses côtés, on trouvera la longueur $\frac{4}{5}$ de l'autre côté:

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$$

Mais on a aussi

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{5}$$

Donc

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2}$$

Ainsi, pour diviser par $\frac{2}{3}$ on a multiplié par $\frac{3}{2}$

Cet exemple illustre la règle suivante:

Pour diviser par une fraction, on multiplie par la fraction inverse.

La forme générale de cette règle est:

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}$$

Exemples

$$\frac{3}{7} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{14} \quad ; \quad \frac{6}{35} : \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{5}$$

2.7 FRACTION D'UN NOMBRE DÉCIMAL. FRACTION D'UNE FRACTION

a) Fraction d'un nombre décimal

On a vu en 7e comment calculer une fraction d'un nombre, ou d'une quantité (d'une longueur, d'une somme d'argent ...).

Par exemple, calculons $\frac{3}{4}$ de 2,8. On peut le faire de deux manières:

– on peut diviser 2,8 par 4 puis multiplier le résultat par 3. On obtient (2,8 : 4) · 3 = 2,1
– on peut multiplier 2,8 par 3 puis diviser le résultat par 4. On obtient (2,8 · 3) : 4 = 2,1

Donc, $\frac{3}{4}$ de 2,8 c'est 2,1 .

Pour faire ce calcul, nous avons utilisé la règle suivante:

> Pour calculer une fraction d'un nombre décimal, on peut:
>
> – diviser ce nombre par le dénominateur de la fraction, puis multiplier le résultat par le numérateur de la fraction;
>
> on peut aussi:
>
> – multiplier ce nombre par le numérateur de la fraction, puis diviser le résultat par le dénominateur de la fraction.
>
> Les deux calculs donnent le même résultat.

Voici un second exemple: calculons $\frac{3}{5}$ de 7 cm.

Multiplions d'abord 7 cm par le numérateur 3 de la fraction:

$$3 \cdot (7 \text{ cm}) = 21 \text{ cm}$$

puis divisons 21 cm par le dénominateur 5 de la fraction:

$$(21 \text{ cm}) : 5 = 4{,}2 \text{ cm}.$$

Donc, $\frac{3}{5}$ de 7 cm, c'est 4,2 cm.

On peut traiter cet exemple d'une autre manière.

Si on multiplie 7 par $\frac{3}{5}$ comme on a appris à le faire à la page 88 on obtient:

$$\frac{3}{5} \cdot 7 = \frac{3 \cdot 7}{5} = \frac{21}{5}$$

Divisons maintenant le numérateur 21 de la fraction $\frac{21}{5}$ par son dénominateur 5.

On trouve:

$$\frac{21}{5} = 4{,}2$$

C'est une autre façon de voir que $\frac{3}{5}$ de 7 cm, c'est 4,2 cm.

Cet exemple illustre la règle suivante:

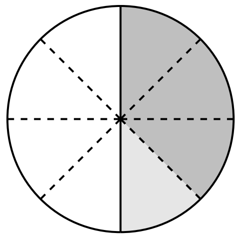
Calculer une fraction d'un entier, c'est multiplier l'entier par la fraction.

b) Fraction d'une fraction

Dans certains problèmes, on doit calculer une fraction d'une fraction.
Voici un tel problème:

Paul a mangé le quart d'un demi-gâteau. Quelle fraction de ce gâteau a-t-il mangé?

En faisant une figure, on voit que la réponse est:



Paul a mangé $\frac{1}{8}$ du gâteau.

On peut exprimer cette réponse en disant:

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ c'est $\frac{1}{8}$

On peut aussi résoudre ce problème par le calcul. Si on multiplie $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ comme on a appris à le faire à la page 87, on voit que:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Comme dans ce problème, on a toujours:

> Pour calculer une fraction d'une fraction, on multiplie les deux fractions.

2.8 L'EXPONENTIATION DES FRACTIONS POSITIVES

Il arrive souvent qu'on multiplie une fraction plusieurs fois par elle-même.
La notation "puissance" permet d'abréger l'écriture d'un tel produit.

Par exemple, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ est le produit de cinq facteurs égaux à $\frac{2}{3}$.

Pour en simplifier l'écriture, on note:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

D'une manière générale, si $\frac{a}{b}$ est une fraction, et si n est un entier positif, on utilise la notation:

$$\boxed{\underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

Propriétés. À l'aide d'exemples, nous allons dégager deux propriétés importantes de l'exponentiation.

1)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2^4}{5^4}$$

Cet exemple illustre la règle suivante, valable pour toutes les fractions $\frac{a}{b}$:

si n est un entier positif, alors

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

2)

$$\left(\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\right)\cdot\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\right) = \frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

Cet exemple-ci illustre le fait que si $\frac{a}{b}$ est une fraction et si m et n sont des entiers positifs, alors

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}}$$

2.9 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES DE FRACTIONS POSITIVES

Racines carrées

La racine carrée de $\frac{16}{25}$ est **le nombre positif** x tel que $x^2 = \frac{16}{25}$. On vérifie que

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

Donc $\frac{4}{5}$ est la racine carrée de $\frac{16}{25}$ et on écrit:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \; .$$

On remarque ici que

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} \quad \text{car} \quad \sqrt{16} = 4 \quad \text{et} \quad \sqrt{25} = 5\,.$$

C'est un exemple de la règle suivante:

> Si $\frac{a}{b}$ est une fraction positive et si $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ sont des entiers,
>
> alors $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ est aussi une fraction positive, et
>
> $$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Voici encore une application de cette règle:

$$\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$$

Remarques

1) En général, la racine carrée d'une fraction positive n'est pas une fraction.
On peut obtenir la racine carrée d'une fraction positive à l'aide d'une machine à calculer. Il s'agit alors généralement d'une valeur approximative.

Exemple: $\sqrt{\frac{9}{2}} = \sqrt{4{,}5} = 2{,}1213\ldots$

2) On commencera, si cela est possible, par rendre la fraction irréductible avant de calculer sa racine carrée. Par exemple,

$$\sqrt{\frac{8}{50}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

Racines cubiques

La racine cubique de la fraction positive $\frac{a}{b}$ est le nombre x tel que $x^3 = \frac{a}{b}$.

La racine cubique de $\frac{a}{b}$ est notée $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

Par exemple,

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5} \quad ; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$$

Le calcul de la racine cubique d'une fraction est facilité par une règle semblable à celle que nous avons énoncée pour les racines carrées:

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction positive et si $\sqrt[3]{a}$ et $\sqrt[3]{b}$ sont des entiers, alors $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

2.10 FRACTIONS NÉGATIVES ET FRACTIONS POSITIVES

Certains nombres positifs peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction.

Par exemple,

0,2 peut s'écrire: $0{,}2 = \frac{1}{5}$

1,125 peut s'écrire: $1{,}125 = \frac{9}{8}$

0,025 peut s'écrire: $0{,}025 = \frac{1}{40}$

0,333333... peut s'écrire: $0{,}333333... = \frac{1}{3}$

Ecrivons maintenant l'opposé de chacun de ces nombres:

$-0{,}2 \quad ; \quad -1{,}125 \quad ; \quad -0{,}025 \quad ; \quad -0{,}333333...$

Ce sont des nombres négatifs. On peut aussi les écrire sous la forme d'une fraction. On le fait en mettant le signe "moins" devant la barre de la fraction qui représente la valeur absolue du nombre. Ainsi,

– 0,2 peut s'écrire: $-0{,}2 = -\frac{1}{5}$

– 1,125 peut s'écrire: $-1{,}125 = -\frac{9}{8}$

– 0,025 peut s'crire: $-0{,}025 = -\frac{1}{40}$

– 0,333333... peut s'écrire: $-0{,}333333... = -\frac{1}{3}$

On dit que

$$\frac{1}{5} \quad ; \quad \frac{9}{8} \quad ; \quad \frac{1}{40} \quad ; \quad \frac{1}{3}$$

sont des **fractions positives** (parce qu'elles représentent des nombres positifs).

On dit que

$$-\frac{1}{5} \quad ; \quad -\frac{9}{8} \quad ; \quad -\frac{1}{40} \quad ; \quad -\frac{1}{3}$$

sont des **fractions négatives** (parce qu'elles représentent des nombres négatifs).

Règles d'écriture

Maintenant que nous savons ce que sont une fraction négative et une fraction positive, nous pouvons écrire des fractions dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers relatifs.

Par exemple, on peut écrire la fraction négative $-\frac{1}{5}$ de plusieurs manières:

$$-\frac{1}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{-1}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{-5} \; .$$

Une fraction positive aussi peut s'écrire de plusieurs manières. Par exemple, la fraction positive $\frac{1}{2}$ peut s'écrire

$$+\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{+1}{+2} \quad \text{ou} \quad \frac{-1}{-2} \; .$$

2.11 OPÉRATIONS AVEC DES FRACTIONS POSITIVES OU NÉGATIVES

Pour calculer avec des fractions positives ou négatives, on réunit les règles de calcul pour les fractions positives (voir les paragraphes 2.6 à 2.8 de ce chapitre), et les règles de calcul pour les nombres relatifs (énoncées comme au Chapitre 2).

L'addition Pour additionner deux fractions:

– on les met d'abord au même dénominateur;
– on additionne ensuite les numérateurs, selon la règle d'addition des nombres relatifs;
– on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

Par exemple,

$$\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{(+10)+(-12)}{15}=\frac{-2}{15}=-\frac{2}{15}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{-10-12}{15}=\frac{-22}{15}=-\frac{22}{15}$$

La soustraction Pour soustraire une fraction d'une autre:

– on les met d'abord au même dénominateur;
– on soustrait ensuite les numérateurs, selon la règle de soustraction des nombres relatifs;
– on garde le même dénominateur.

(On simplifie le résultat, si on veut une fraction irréductible.)

Par exemple,

$$\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(+\frac{12}{20}\right)-\left(\frac{-5}{20}\right)=\frac{+12-(-5)}{20}=\frac{+17}{20}=+\frac{17}{20}$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{4}{5}\right)=\left(+\frac{10}{15}\right)-\left(\frac{+12}{15}\right)=\frac{+10-(+12)}{15}=\frac{-2}{15}=-\frac{2}{15}$$

La multiplication Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux, les dénominateurs entre eux, et on applique la règle des signes.

Voici deux exemples.

$$\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{15}{16}\right)=-\frac{2\cdot 15}{5\cdot 16}=-\frac{3}{8}$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)=+\frac{5\cdot 4}{8\cdot 3}=+\frac{5}{6}$$

La division Pour diviser par une fraction, on multiplie par la fraction inverse. Ici aussi, il faut tenir compte de la règle des signes.

Par exemple,

$$\left(+\frac{5}{7}\right) : \left(-\frac{9}{14}\right)=\left(+\frac{5}{7}\right)\cdot\left(-\frac{14}{9}\right)=-\frac{5\cdot 14}{7\cdot 9}=-\frac{10}{9}$$

L'exponentiation On multiplie plusieurs fois une fraction par elle-même.

Par exemple,

$$\left(+\frac{4}{7}\right)^2 = +\frac{16}{49} \quad ; \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125} \quad ; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = +\frac{16}{81} \ .$$

2.12 L'ORDRE DES OPÉRATIONS

Pour calculer avec des fractions (positives ou négatives), l'ordre des opérations est le même que lorsqu'on calcule avec des nombres décimaux (voir à ce sujet le résumé à la fin du Chapitre 1).

2.13 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES: COMPLÉMENT POUR LE PROGRAMME DE 8e S

Racines carrées

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

Racines cubiques

Un nombre négatif a une racine cubique. La racine cubique de la fraction $\frac{a}{b}$ (positive ou négative) est le nombre x tel que $x^3 = \frac{a}{b}$.

Par exemple,

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} \quad \text{donc} \quad \sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2} \ .$$

2.14 LES NOMBRES RATIONNELS

On a vu que certains nombres, positifs ou négatifs, peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction. Donnons encore quelques exemples.

Les nombres

$$-0,3 = -\frac{3}{10} \quad ; \quad 0,125 = \frac{1}{8} \quad ; \quad 1,175 = \frac{47}{40} \quad ; \quad -3,875 = -\frac{31}{8}$$

ont une écriture finie en base 10 (ce sont des nombres décimaux); ils peuvent aussi s'écrire sous la forme d'une fraction.

Les nombres

$$-0,\overline{6} = -\frac{2}{3} \quad ; \quad -2,\overline{142857} = -\frac{15}{7} \quad ; \quad 0,\overline{027} = \frac{1}{37} \quad ; \quad 1,\overline{3} = \frac{4}{3}$$

ont une écriture infinie (et périodique) en base 10; eux aussi peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction.

On dit que ces huit nombres sont des **nombres rationnels**; 0,125 est un nombre rationnel positif, et $-2,\overline{142857}$ est un nombre rationnel négatif.

> Un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction s'appelle un nombre rationnel. Si la fraction est positive, c'est un nombre rationnel positif; si elle est négative, c'est un nombre rationnel négatif. Les nombres rationnels positifs, zéro, et les nombres rationnels négatifs forment ce qu'on appelle **l'ensemble des nombres rationnels**.

Etudier les nombres rationnels, c'est donc étudier les fractions. C'est ce que nous avons fait dans ce chapitre.

Il existe des nombres qui ne peuvent **pas** se mettre sous la forme d'une fraction: ce ne sont pas des nombres rationnels.

Par exemple, les mathématiciens savent démontrer que les nombres $\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ et π ne sont pas des nombres rationnels.

EXERCICES ORAUX

224 Énumérer les éléments de

1) Div_6 2) Div_5 3) Div_{10} 4) Div_8

225 Énumérer les éléments de

1) Div_7 2) Div_{12} 3) Div_{15} 4) Div_{20}

226 Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

1) 25 2) 17 3) 36 4) 2 5) 4 6) 11 7) 21

227 Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

1) 99 2) 27 3) 56 4) 19 5) 12 6) 29 7) 31

228 Décomposer en produit de facteurs premiers :

1) 6 2) 18 3) 30 4) 24 5) 44 6) 8 7) 34

229 Décomposer en produit de facteurs premiers :

1) 42 2) 36 3) 60 4) 32 5) 28 6) 12 7) 20

230 Décomposer en produit de facteurs premiers :

1) 80 2) 56 3) 54 4) 33 5) 63 6) 38 7) 15

231 Énumérer les dix plus petits éléments de

1) M_5 2) M_9 3) M_2 4) M_{10} 5) M_8 6) M_{30}

232 Énumérer les dix plus petits éléments de

1) M_{15} 2) M_6 3) M_{12} 4) M_{11} 5) M_4 6) M_3

233 Quel est le ppcm … ?

1) de 6 et 8
2) de 3 et 5
3) de 5 et 10
4) de 12 et 24
5) de 6 et 15
6) de 9 et 15

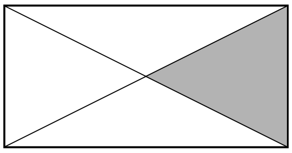
234 Quel est le ppcm … ?

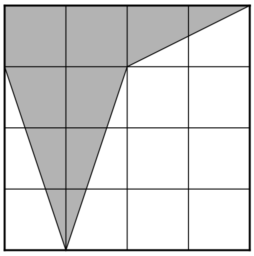
1) de 5 et 20
2) de 3 et 4
3) de 8 et 12
4) de 8 et 30
5) de 5 et 8
6) de 6 et 14

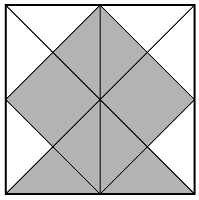
235 Quel est le ppcm … ?

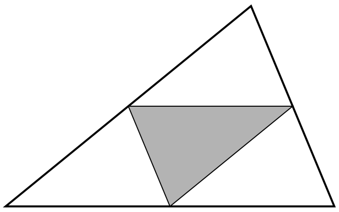
1) de 2 et 5
2) de 4 et 40
3) de 6 et 10
4) de 7 et 10
5) de 10 et 12
6) de 20 et 30

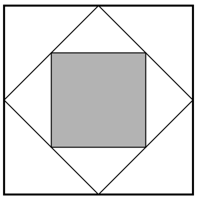
236 Quelle fraction de chaque figure a-t-on ombrée ?

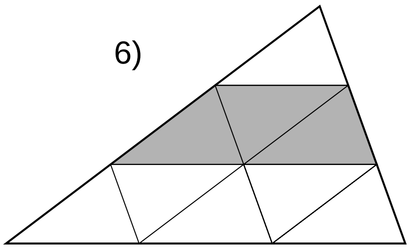
1) 

3) 

5) 

2) 

4) 

6) 

237 Donner l'écriture décimale de chacune de ces fractions :

1) $\frac{3}{10}$
2) $\frac{1}{5}$
3) $\frac{1}{2}$
4) $\frac{7}{20}$
5) $\frac{6}{100}$
6) $\frac{27}{10}$
7) $\frac{12}{20}$
8) $\frac{1}{4}$

238 Donner l'écriture décimale de chacune de ces fractions :

1) $\frac{73}{100}$
2) $\frac{2}{5}$
3) $\frac{3}{30}$
4) $\frac{4}{10}$
5) $\frac{3}{4}$
6) $\frac{36}{10}$
7) $\frac{125}{100}$
8) $\frac{7}{100}$

239 Comment faut-il compléter ces égalités pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{8}$ 3) $\frac{4}{7} = \frac{12}{\dots}$ 5) $\frac{1}{3} = \frac{6}{\dots}$

2) $\frac{8}{20} = \frac{\dots}{5}$ 4) $\frac{2}{5} = \frac{\dots}{25}$ 6) $\frac{42}{70} = \frac{\dots}{10}$

240 Comment faut-il compléter ces égalités pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{3}{5} = \frac{21}{\dots}$ 3) $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{6}$ 5) $\frac{3}{4} = \frac{9}{\dots}$

2) $\frac{6}{48} = \frac{\dots}{16}$ 4) $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{12}$ 6) $\frac{20}{25} = \frac{\dots}{5}$

241 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{6}{8}$ 3) $\frac{15}{20}$ 5) $\frac{12}{15}$ 7) $\frac{4}{12}$ 9) $\frac{5}{10}$

2) $\frac{6}{9}$ 4) $\frac{2}{4}$ 6) $\frac{12}{8}$ 8) $\frac{3}{12}$ 10) $\frac{6}{18}$

242 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{8}{10}$ 3) $\frac{10}{15}$ 5) $\frac{2}{12}$ 7) $\frac{3}{9}$ 9) $\frac{5}{25}$

2) $\frac{6}{12}$ 4) $\frac{15}{9}$ 6) $\frac{8}{18}$ 8) $\frac{4}{16}$ 10) $\frac{6}{14}$

243 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{7}{14}$ 3) $\frac{15}{6}$ 5) $\frac{35}{45}$ 7) $\frac{24}{18}$ 9) $\frac{9}{63}$

2) $\frac{8}{20}$ 4) $\frac{3}{18}$ 6) $\frac{9}{27}$ 8) $\frac{7}{70}$ 10) $\frac{18}{6}$

244 Laquelle des deux fractions suivantes est la plus grande ?

1) $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{12}$ 3) $\frac{2}{7}$ et $\frac{2}{12}$ 5) $\frac{8}{9}$ et $\frac{1}{72}$

2) $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{4}$ 6) $\frac{7}{6}$ et $\frac{14}{27}$

245 Laquelle des deux fractions suivantes est la plus grande ?

1) $\frac{3}{12}$ et $\frac{3}{15}$ 3) $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{5}$ 5) $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$

2) $\frac{4}{5}$ et $\frac{9}{2}$ 4) $\frac{3}{17}$ et $\frac{1}{28}$ 6) $\frac{5}{2}$ et $\frac{3}{5}$

246 Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers successifs :

1) $\frac{22}{7}$ 3) $\frac{12}{17}$ 5) $\frac{73}{20}$ 7) $\frac{15}{2}$

2) $\frac{30}{4}$ 4) $\frac{5}{2}$ 6) $\frac{43}{3}$ 8) $\frac{26}{5}$

247 Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers successifs :

1) $\frac{43}{7}$ 3) $\frac{29}{3}$ 5) $\frac{7}{3}$ 7) $\frac{14}{9}$

2) $\frac{58}{9}$ 4) $\frac{153}{10}$ 6) $\frac{20}{7}$ 8) $\frac{6}{13}$

248 Effectuer les additions suivantes :

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ 3) $\frac{4}{27}+\frac{10}{27}$ 5) $\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$

2) $\frac{5}{12}+\frac{1}{12}$ 4) $\frac{7}{6}+\frac{4}{6}$ 6) $\frac{2}{15}+\frac{11}{15}$

249 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

1) $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{8}$
2) $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$
3) $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{6}$
4) $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{10}$
5) $\frac{5}{12}$ et $\frac{1}{24}$
6) $\frac{2}{9}$ et $\frac{7}{15}$

250 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

1) $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{20}$
2) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$
3) $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{12}$
4) $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{30}$
5) $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{8}$
6) $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{14}$

251 Quel est le plus petit dénominateur commun des deux fractions suivantes ?

1) $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{5}$
2) $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{40}$
3) $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{10}$
4) $\frac{2}{7}$ et $\frac{7}{10}$
5) $\frac{1}{10}$ et $\frac{7}{12}$
6) $\frac{7}{20}$ et $\frac{7}{30}$

252 Que vaut $a + 1$ si … ?

1) $a = \frac{2}{3}$
2) $a = \frac{5}{12}$
3) $a = \frac{3}{4}$
4) $a = \frac{1}{2}$
5) $a = \frac{7}{6}$
6) $a = \frac{3}{5}$

253 Que vaut $x + 2$ si … ?

1) $x = \frac{2}{5}$
2) $x = \frac{4}{7}$
3) $x = \frac{1}{3}$
4) $x = \frac{1}{4}$
5) $x = \frac{1}{2}$
6) $x = \frac{11}{6}$

254 Calculer les produits suivants :

1) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$ 3) $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$ 5) $\frac{2}{5}\cdot 2$ 7) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{5}\cdot\frac{7}{2}$ 4) $\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}$ 6) $\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{2}$ 8) $\frac{4}{5}\cdot 3$

255 Effectuer ces multiplications :

1) $\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}$ 3) $\frac{7}{6}\cdot\frac{5}{3}$ 5) $7\cdot\frac{1}{4}$ 7) $\frac{4}{5}\cdot 3$

2) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{2}$ 6) $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$ 8) $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{9}$

256 Calculer les produits suivants :

1) $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}$ 3) $\frac{2}{3}\cdot 5$ 5) $\frac{1}{2}\cdot 11$ 7) $\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{7}$

2) $\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{7}$ 4) $\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}$ 6) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}$ 8) $3\cdot\frac{5}{4}$

257 Calculer l'inverse de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{2}{5}$ 3) $\frac{4}{7}$ 5) 6 7) $\frac{1}{4}$ 9) $\frac{2}{7}$

2) $\frac{3}{4}$ 4) $\frac{1}{7}$ 6) $\frac{6}{13}$ 8) 3 10) $\frac{1}{3}$

258 Calculer :

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 3) $\left(\frac{6}{7}\right)^2$ 5) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ 7) $\left(\frac{3}{10}\right)^3$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ 4) $\left(\frac{9}{5}\right)^2$ 6) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ 8) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$

259 Calculer les racines carrées suivantes :

1) $\sqrt{\frac{1}{9}}$ 3) $\sqrt{\frac{36}{49}}$ 5) $\sqrt{\frac{81}{49}}$ 7) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

2) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ 4) $\sqrt{\frac{25}{9}}$ 6) $\sqrt{\frac{16}{49}}$ 8) $\sqrt{\frac{144}{100}}$

260 Calculer :

1) $\frac{2}{3}$ de 15 3) $\frac{4}{5}$ de 10 5) $\frac{3}{4}$ de 16

2) $\frac{1}{4}$ de 28 4) $\frac{3}{10}$ de 150 6) $\frac{5}{6}$ de 24

261 Calculer :

1) $\frac{3}{4}$ de 40 3) $\frac{12}{7}$ de 14 5) $\frac{2}{3}$ de 36

2) $\frac{4}{25}$ de 25 4) $\frac{5}{6}$ de 60 6) $\frac{1}{9}$ de 180

262 Calculer :

1) $\frac{2}{5}$ de 100 3) $\frac{3}{20}$ de 40 5) $\frac{3}{7}$ de 35

2) $\frac{5}{4}$ de 12 4) $\frac{1}{8}$ de 160 6) $\frac{6}{5}$ de 50

263 Déterminer la longueur dont

1) 6 m représentent $\frac{1}{3}$

2) 20 m représentent $\frac{1}{5}$

3) 8 m représentent $\frac{1}{4}$

4) 12 m représentent la moitié

5) 2 m représentent $\frac{1}{7}$

6) 6 m représentent $\frac{1}{6}$

264 Calculer le montant dont

1) 6 fr. représentent les $\frac{2}{3}$
2) 9 fr. représentent les $\frac{3}{5}$
3) 10 fr. représentent les $\frac{5}{8}$
4) 6 fr. représentent les $\frac{2}{7}$
5) 12 fr. représentent les $\frac{3}{4}$
6) 20 fr. représentent les $\frac{2}{9}$

265 Quelle fraction de 60 fr. représentent … ?

1) 20 fr. 2) 10 fr. 3) 15 fr. 4) 1 fr. 5) 45 fr. 6) 7 fr.

266 Quelle fraction de 100 m représentent … ?

1) 25 m 2) 40 m 3) 6 m 4) 15 m 5) 50 m 6) 80 m

267 Quel est
a) l'opposé
b) l'inverse
de chacune des fractions suivantes ?

1) $+\frac{1}{7}$
2) $-\frac{4}{5}$
3) $+\frac{3}{5}$
4) $-\frac{2}{3}$
5) -2
6) $+3$
7) $+\frac{6}{7}$
8) $-\frac{5}{6}$

268 Quel est
a) l'opposé
b) l'inverse
de chacune des fractions suivantes ?

1) $-\frac{1}{3}$
2) $+\frac{5}{3}$
3) $+\frac{5}{6}$
4) $-\frac{4}{7}$
5) $+6$
6) $+\frac{1}{2}$
7) $-\frac{2}{9}$
8) $-\frac{3}{4}$

EXERCICES ÉCRITS

269 Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

1) 1500 2) 360 3) 800 4) 88 5) 4920

270 Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

1) 720 2) 1584 3) 4620 4) 1250 5) 1232

271 Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

1) 1225 2) 11 088 3) 1386 4) 891 5) 1250

272 Calculer le ppcm des entiers suivants :

1) 12, 18 et 24
2) 15, 20 et 40
3) 50, 20 et 100
4) 75, 25 et 3

273 Calculer le ppcm des entiers suivants :

1) 72, 36 et 3
2) 12, 15 et 20
3) 55, 22 et 33
4) 2, 3, 4 et 5

274 Calculer le ppcm des entiers suivants :

1) 20, 30 et 40
2) 10, 12 et 24
3) 6, 8 et 24
4) 2, 3, 4 et 6

275 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 50, 60 et 100
2) 60 et 64
3) 80 et 84
4) 80, 84 et 90

276 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 100, 120, 150 et 200
2) 676 et 260
3) 210 et 252
4) 8, 15 et 24

277 Calculer le ppcm des entiers suivants, puis calculer, à l'aide des facteurs premiers, combien de fois le ppcm contient chacun des entiers donnés.

1) 34, 10 et 17
2) 21, 27 et 30
3) 348 et 522
4) 168, 252 et 336

278 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{42}{5}$ 3) $\frac{63}{25}$ 4) $\frac{25}{6}$ 5) $\frac{4}{7}$ 6) $\frac{1}{3}$ 7) $\frac{8}{13}$ 8) $\frac{12}{11}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

279 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{5}{9}$ 2) $\frac{36}{5}$ 3) $\frac{27}{4}$ 4) $\frac{4}{11}$ 5) $\frac{26}{13}$ 6) $\frac{5}{3}$ 7) $\frac{17}{12}$ 8) $\frac{6}{7}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

280 Donner l'écriture décimale de chacune des fractions suivantes :

1) $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{45}{8}$ 3) $\frac{25}{7}$ 4) $\frac{3}{5}$ 5) $\frac{3}{25}$ 6) $\frac{2}{3}$ 7) $\frac{36}{3}$ 8) $\frac{5}{11}$

Parmi ces écritures décimales, lesquelles sont périodiques ?
Quelle est alors la période ?

281 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{35}{21} = \frac{\dots}{6}$ 2) $\frac{4}{8} = \frac{\dots}{10}$ 3) $\frac{6}{27} = \frac{\dots}{72}$ 4) $\frac{\dots}{35} = \frac{9}{63}$

282 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{\dots}{20} = \frac{12}{15}$ 2) $\frac{8}{28} = \frac{10}{\dots}$ 3) $\frac{\dots}{40} = \frac{9}{15}$ 4) $\frac{27}{36} = \frac{\dots}{28}$

283 Comment faut-il compléter les égalités suivantes pour obtenir des fractions équivalentes ?

1) $\frac{24}{36} = \frac{\dots}{21}$ 2) $\frac{24}{30} = \frac{32}{\dots}$ 3) $\frac{27}{63} = \frac{\dots}{77}$ 4) $\frac{18}{\dots} = \frac{24}{60}$

284 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{60}{42}$ 2) $\frac{84}{90}$ 3) $\frac{30}{28}$ 4) $\frac{140}{126}$ 5) $\frac{77}{91}$ 6) $\frac{13}{26}$

285 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{57}{133}$ 2) $\frac{44}{121}$ 3) $\frac{748}{352}$ 4) $\frac{270}{540}$ 5) $\frac{12}{18}$ 6) $\frac{15}{105}$

286 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{90}{105}$ 2) $\frac{81}{54}$ 3) $\frac{48}{56}$ 4) $\frac{68}{85}$ 5) $\frac{200}{418}$ 6) $\frac{2052}{1710}$

287 Mettre chacune des fractions suivantes sous forme irréductible :

1) $\frac{2^3 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11}{2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11}$ 2) $\frac{44 \cdot 42 \cdot 156}{196 \cdot 260 \cdot 99}$ 3) $\frac{30 \cdot 19 \cdot 120 \cdot 33}{95 \cdot 2 \cdot 198}$

288 Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour mettre ces fractions sous forme irréductible :

1) $\frac{1232}{364}$ 3) $\frac{104}{117}$ 5) $\frac{1386}{4620}$ 7) $\frac{924}{1540}$

2) $\frac{231}{315}$ 4) $\frac{68}{85}$ 6) $\frac{231}{308}$ 8) $\frac{135}{308}$

289 1) Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 2) :

$\frac{4}{8}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{10}{8}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{11}{8}$

2) Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$\frac{8}{4}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{8}{3}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{8}{2}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{8}{6}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{8}{11}$

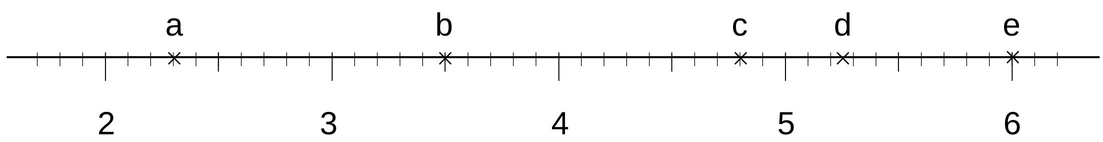
290 Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

$\frac{7}{3}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{7}{4}$; 3,4 ; 2,3 ; 1,6

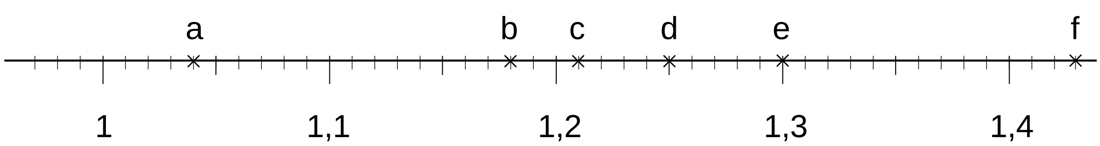
291 Placer les nombres suivants sur une droite numérique (entre 0 et 4) :

2,5 ; $\frac{1}{5}$; $\frac{5}{2}$; 1,25 ; $\frac{3}{3}$; 0,2 ; $\frac{5}{4}$; 1

292 Exprimer les nombres suivants d'abord par leur écriture décimale, puis sous la forme d'une fraction irréductible :



293 Exprimer les nombres suivants d'abord par leur écriture décimale, puis sous la forme d'une fraction irréductible :



294 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

1) $\frac{5}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{19}{13}$; $\frac{13}{13}$ 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{19}{28}$ 3) $\frac{11}{9}$; $\frac{7}{6}$; 3 ; $\frac{19}{18}$

295 Classer les nombres suivants par ordre décroissant :

1) $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{5}$; 7 ; $\frac{7}{11}$; $\frac{7}{24}$

2) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{12}{5}$

296 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{9}+\frac{1}{12}$

2) $\frac{3}{8}+\frac{9}{14}$

3) $\frac{3}{4}+\frac{1}{15}$

4) $\frac{7}{10}+\frac{5}{12}$

5) $\frac{5}{18}+\frac{11}{30}$

6) $\frac{1}{5}+\frac{5}{12}$

297 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$

2) $\frac{2}{3}+\frac{3}{7}$

3) $\frac{2}{7}+\frac{5}{7}$

4) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$

5) $1+\frac{3}{4}$

6) $\frac{2}{3}+\frac{3}{2}$

298 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{3}{5}+\frac{7}{15}$

2) $\frac{7}{11}+\frac{10}{55}$

3) $\frac{4}{20}+\frac{27}{15}$

4) $\frac{2}{21}+\frac{7}{4}$

5) $\frac{3}{25}+\frac{25}{3}$

6) $\frac{7}{48}+\frac{7}{12}$

299 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{2}+\frac{4}{7}+5$

3) $\frac{17}{36}+\frac{7}{12}+\frac{1}{8}$

4) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$

300 Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{5}{8}+\frac{7}{12}+\frac{19}{18}$

2) $\frac{5}{48}+\frac{7}{32}+\frac{11}{16}$

3) $\frac{3}{7}+\frac{2}{9}+\frac{2}{3}$

4) $\frac{7}{5}+\frac{3}{4}+2$

301 Calculer les différences suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{5}-\frac{3}{15}$

2) $7-\frac{5}{6}$

3) $\frac{12}{7}-\frac{19}{21}$

4) $\frac{19}{12}-\frac{7}{9}$

5) $\frac{9}{10}-\frac{8}{45}$

6) $13-\frac{29}{6}$

302 Effectuer les soustractions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{22}{27}-\frac{1}{18}$

2) $\frac{32}{9}-\frac{1}{5}$

3) $\frac{17}{18}-\frac{1}{12}$

4) $\frac{17}{8}-\frac{4}{9}$

5) $\frac{34}{5}-\frac{2}{15}$

6) $\frac{14}{25}-\frac{1}{5}$

303 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{5}+\frac{3}{9}$

2) $\frac{7}{12}+\frac{5}{8}$

3) $\frac{4}{3}+\frac{2}{5}$

4) $\frac{5}{21}-\frac{2}{12}$

5) $\frac{19}{20}-\frac{8}{15}$

6) $\frac{5}{21}-\frac{2}{15}$

304 Tracer un segment **AB** mesurant 12 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{2}{3}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

305 Tracer un segment **AB** mesurant 10 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{3}{4}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

306 Tracer un segment **AB** mesurant 6 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{7}{3}$ de **AB**.

Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

307 Tracer un segment **AB** mesurant 7 cm. Tracer en rouge un segment **CD** mesurant les $\frac{3}{2}$ de **AB**.

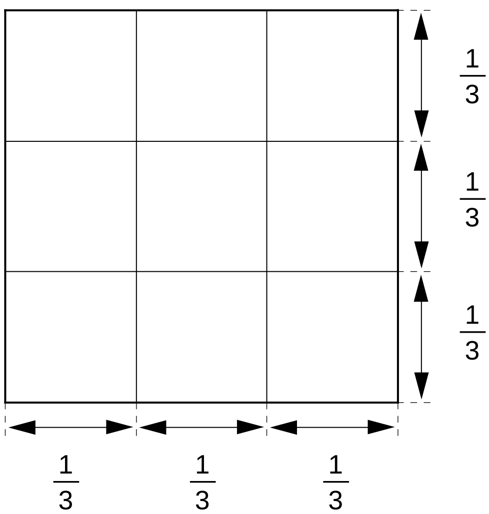
Quelle est la longueur de **CD** en centimètres ?

308 Calculer $\frac{3}{5}$ de 20 cm .

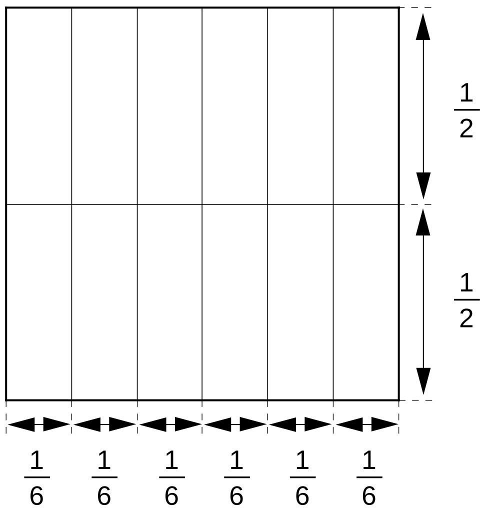
309 Calculer $\frac{4}{3}$ de 24 cm .

310 Calculer $\frac{5}{4}$ de 14 cm .

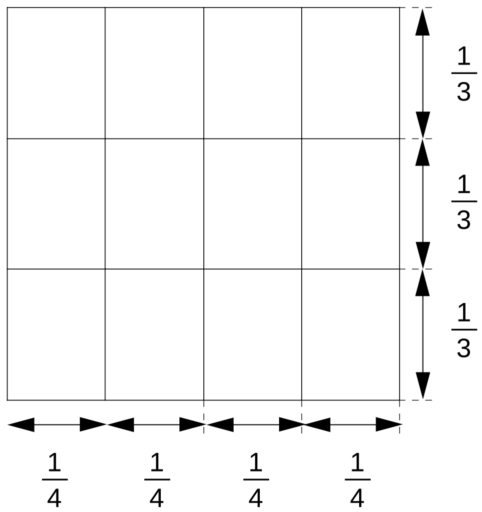
311 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement le tiers et les deux tiers du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



312 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement la moitié et les cinq sixièmes du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



313 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un rectangle dont les côtés mesurent respectivement les trois quarts et les deux tiers du côté du carré. Quelle fraction de l'aire du carré l'aire hachurée représente-t-elle ?



314 Copier et compléter ces tableaux :

$\cdot$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{5}{6}$		
$\frac{3}{5}$		

$\cdot$		
$\frac{5}{2}$	1	3
	$\frac{2}{15}$	

$\cdot$		$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	
		$\frac{1}{8}$

315 Copier et compléter ces tableaux :

$\cdot$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{2}{5}$		
$\frac{3}{4}$		

$\cdot$		$\frac{1}{3}$
7	4	
		$\frac{4}{5}$

$\cdot$	$\frac{4}{5}$	
$\frac{2}{3}$		1
	2	

316 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ 3) $\frac{12}{15} \cdot \frac{75}{36}$ 5) $\frac{4}{21} \cdot \frac{28}{5}$

2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}$ 4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{21}$ 6) $\frac{57}{48} \cdot \frac{16}{95}$

317 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{18}{21}$ 3) $\frac{4}{3} \cdot 6$ 5) $\frac{56}{54} \cdot \frac{81}{72}$ 7) $\frac{1}{7} \cdot 0$

2) $\frac{1}{9} \cdot 3$ 4) $\frac{15}{19} \cdot 19$ 6) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$ 8) $\frac{4}{9} \cdot 1$

318 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{35}{18} \cdot \dfrac{15}{105}$ 3) $\dfrac{5}{7} \cdot \dfrac{7}{5}$ 5) $\dfrac{3}{7} \cdot 21$ 7) $35 \cdot \dfrac{4}{56}$

2) $\dfrac{121}{99} \cdot \dfrac{36}{77}$ 4) $\dfrac{60}{49} \cdot \dfrac{126}{60}$ 6) $\dfrac{115}{145} \cdot \dfrac{87}{69}$ 8) $\dfrac{52}{102} \cdot \dfrac{34}{65}$

319 Calculer ces produits et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{15}{19} \cdot \dfrac{119}{51} \cdot \dfrac{57}{105}$ 4) $\dfrac{16}{27} \cdot \dfrac{125}{100} \cdot \dfrac{45}{2}$

2) $\dfrac{4}{15} \cdot 6 \cdot \dfrac{10}{16}$ 5) $100 \cdot \dfrac{5}{49} \cdot \dfrac{2}{10} \cdot \dfrac{7}{100}$

3) $\dfrac{7}{10} \cdot \dfrac{9}{77} \cdot \dfrac{4}{15} \cdot \dfrac{25}{28}$ 6) $\dfrac{35}{18} \cdot \dfrac{52}{102} \cdot \dfrac{18}{105} \cdot \dfrac{34}{65}$

320 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{12}{7} : \dfrac{3}{4}$ 3) $\dfrac{14}{15} : 7$ 5) $\dfrac{9}{13} : \dfrac{1}{3}$

2) $\dfrac{14}{36} : \dfrac{35}{81}$ 4) $7 : \dfrac{15}{14}$ 6) $\dfrac{27}{14} : \dfrac{3}{7}$

321 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{9}{5} : 1$ 3) $\dfrac{17}{4} : \dfrac{4}{17}$ 5) $\dfrac{4}{5} : \dfrac{2}{5}$

2) $1 : \dfrac{4}{7}$ 4) $\dfrac{12}{7} : \dfrac{12}{7}$ 6) $\dfrac{121}{56} : \dfrac{11}{8}$

322 Effectuer ces divisions et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{33}{8} : \dfrac{99}{25}$ 3) $\dfrac{26}{5} : \dfrac{39}{24}$ 5) $\dfrac{72}{5} : \dfrac{90}{105}$

2) $5 : \dfrac{4}{15}$ 4) $\dfrac{15}{12} : \dfrac{25}{27}$ 6) $\dfrac{3}{5} : \dfrac{5}{24}$

323 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $7 \cdot \dfrac{5}{21} + \dfrac{2}{5}$ 3) $3 \cdot \dfrac{5}{12} - \dfrac{5}{7}$:

2) $9 \cdot \frac{7}{24} + \frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{5} + 12 \cdot \frac{7}{36}$

324 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $2 \cdot \frac{3}{4} + 7 \cdot \frac{2}{3}$

2) $2 \cdot \frac{4}{5} + 3 \cdot \frac{5}{6}$

3) $7 \cdot \frac{2}{14} - \frac{4}{7}$

4) $14 \cdot \frac{5}{21} - 5 \cdot \frac{7}{15}$

325 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

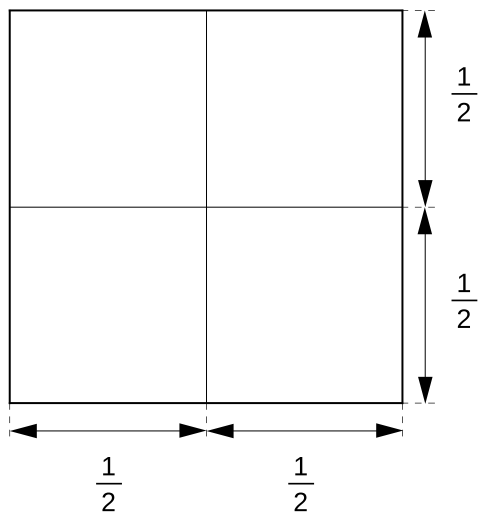
1) $\frac{13}{27} \cdot \frac{18}{5} + \frac{13}{210} \cdot \frac{28}{65}$

2) $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{14} + \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{7}$

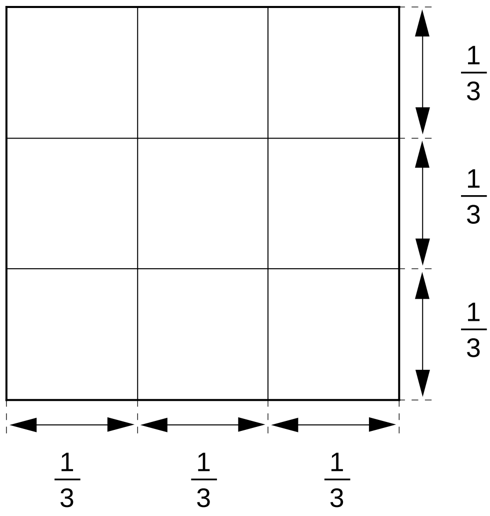
3) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$

4) $5 \cdot \frac{5}{9} - \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{5}$

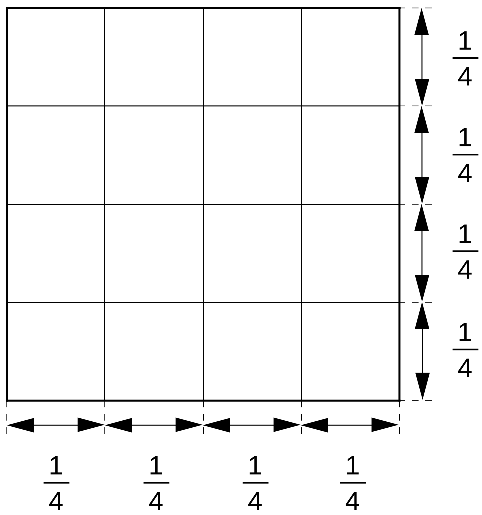
326 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure la moitié du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



327 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure les deux tiers du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



328 Reproduire le carré ci-contre. Hachurer un carré dont le côté mesure les trois quarts du côté du grand carré. Quelle fraction de l'aire du grand carré l'aire du carré hachuré représente-t-elle ?



329 Calculer :

1) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ 3) $\left(\frac{7}{3}\right)^2$ 5) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ 7) $\left(\frac{11}{7}\right)^2$

2) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ 4) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ 6) $\left(\frac{1}{10}\right)^2$ 8) $\left(\frac{7}{9}\right)^2$

330 Calculer :

1) $\left(\frac{10}{4}\right)^2$ 3) $\left(\frac{9}{12}\right)^2$ 5) $\left(\frac{6}{12}\right)^2$ 7) $\left(\frac{12}{6}\right)^2$

2) $\left(\frac{8}{20}\right)^2$ 4) $\left(\frac{15}{9}\right)^2$ 6) $\left(\frac{7}{14}\right)^2$ 8) $\left(\frac{10}{25}\right)^2$

331 Calculer :

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 3) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ 5) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ 7) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$

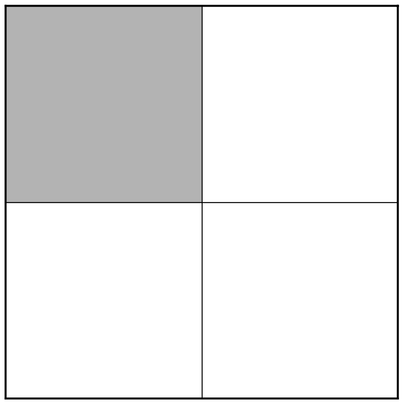
2) $\left(\frac{1}{10}\right)^3$ 4) $\left(\frac{1}{6}\right)^3$ 6) $\left(\frac{10}{3}\right)^3$ 8) $\left(\frac{3}{5}\right)^5$

332 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

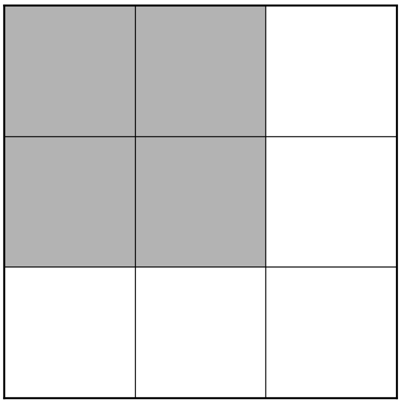
1) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{9}$ 3) $\frac{6}{7} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^2$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{8}{5}$ 4) $\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$

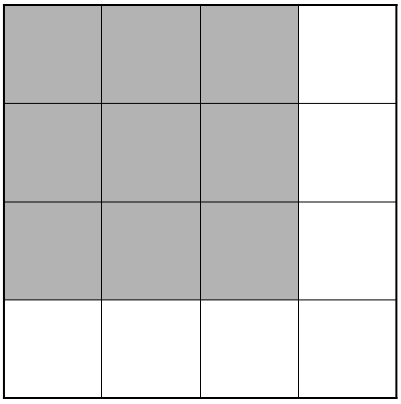
333 L'aire du carré ombré représente le quart de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



334 L'aire du carré ombré représente les quatre neuvièmes de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



335 L'aire du carré ombré représente les neuf seizièmes de l'aire du grand carré. Quelle fraction du côté du grand carré le côté du petit carré représente-t-il ?



336 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$ 2) $\sqrt{\dfrac{25}{64}}$ 3) $\sqrt{\dfrac{50}{8}}$ 4) $\sqrt{\dfrac{18}{32}}$ 5) $\sqrt{\dfrac{12}{27}}$

337 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{\sqrt{16}}{25}$ 2) $\dfrac{16}{\sqrt{25}}$ 3) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$

4) $\dfrac{\sqrt{4}}{16}$ 5) $\dfrac{4}{\sqrt{16}}$ 6) $\sqrt{\dfrac{4}{16}}$

338 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt{\dfrac{100}{64}}$ 2) $\dfrac{\sqrt{100}}{64}$ 3) $\dfrac{100}{\sqrt{64}}$

4) $\sqrt{\dfrac{81}{9}}$ 5) $\dfrac{\sqrt{81}}{9}$ 6) $\dfrac{81}{\sqrt{9}}$

339 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}$ 3) $\sqrt[3]{\dfrac{16}{54}}$ 5) $\sqrt[3]{\dfrac{40}{135}}$

2) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{64}}$ 4) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{24}}$ 6) $\sqrt[3]{\dfrac{7}{56}}$

340 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^3 \cdot \dfrac{2}{15}$ 3) $\dfrac{18}{49} \cdot \left(\dfrac{7}{3}\right)^3$

2) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \cdot \dfrac{12}{5}$ 4) $\left(\dfrac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{5}{9}\right)^3$

341 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{3}$ 3) $\dfrac{4}{7} : \dfrac{21}{6}$ 5) $\left(\dfrac{4}{3}\right)^3$

2) $\dfrac{12}{35} \cdot \dfrac{21}{42}$ 4) $\dfrac{6}{12} + \dfrac{3}{9}$ 6) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$

342 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{24}{56} \cdot \dfrac{63}{81}$ 3) $\dfrac{4}{6} - \dfrac{1}{3}$ 5) $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{5}$

2) $\dfrac{2}{5} : \dfrac{7}{40}$ 4) $\dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{3}\right)$ 6) $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{5}{7}$

343 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ 3) $\frac{42}{55} : \frac{77}{75}$ 5) $\frac{5}{12}-\frac{1}{4}$

2) $\frac{30}{77} \cdot \frac{33}{40}$ 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{5}$ 6) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12}$

344 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$ 3) $\frac{5}{9} : \frac{6}{7}$ 5) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

2) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right) : \frac{7}{9}$ 4) $\sqrt{\frac{36}{25}}$ 6) $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

345 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{7}-\frac{3}{14}$ 3) $\frac{1}{2} : \frac{3}{7}$ 5) $\frac{5}{15}+\frac{14}{21}$

2) $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{27}$ 4) $\frac{2}{3} : 7$ 6) $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{10}{3}$

346 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)$ 3) $\left[\frac{2}{5} : 3\right] : \left[\frac{2}{5}+3\right]$ 5) $\left(\frac{5}{7}+\frac{2}{3}\right) : \frac{3}{7}$

2) $\left[\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\right]$ 4) $\frac{5}{7}+\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7}$ 6) $\frac{90}{49} : \frac{50}{231}$

347 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$ 3) $\frac{12}{15} : \frac{25}{9}$ 5) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}+\frac{4}{9}$

2) $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$ 4) $\frac{4}{9}-\frac{1}{6}$ 6) $\left(\frac{2}{3}+3\right) \cdot \frac{5}{6}$

348 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{8}{7}$ 3) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6}$ 5) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{27}{25}$

2) $3 : \frac{4}{5}$ 4) $\sqrt{\frac{64}{25}}$ 6) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 + \frac{3}{7}$

349 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{3}}$ 3) $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7}\right)$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$

2) $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} : 3$ 4) $\frac{2}{5} \cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)$ 6) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10}$

350 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{1}{3}$ et $y = \frac{3}{5}$:

1) $2xy$ 2) $x - 2y$ 3) $6x^2 - 2x + 4$ 4) $x^2y + xy^2$

Donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible.

351 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{2}{3}$:

1) $3xy$ 2) $4x + 3y$ 3) $5x^2 - y$ 4) $9y^3 + 1$

Donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible.

352 Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes si $x = \frac{5}{6}$ et $y = \frac{3}{10}$:

1) $8xy$ 2) $2xy + 2$ 3) $3x + 15y$ 4) $25y^2 - 3x$

Donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible.

353 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{4 + \frac{1}{3}}{4 - \frac{1}{3}}$ 3) $\dfrac{\frac{1}{6} \cdot \left(4 + \frac{2}{3}\right)}{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}$

2) $\dfrac{\frac{4}{7}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}+\frac{1}{5}}$

4) $\dfrac{\frac{1}{3}\cdot\left(4+\frac{3}{8}\right)}{\frac{5}{2}-\frac{1}{10}}$

354 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}}$

3) $\dfrac{\frac{4}{7}+\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}+\frac{2}{7}}$

2) $\dfrac{\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}+\frac{3}{4}}$

4) $\dfrac{\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{4}}{1-\frac{2}{5}}$

355 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\dfrac{3\cdot\frac{2}{5}+\frac{8}{15}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$

3) $\dfrac{4\cdot\left(2+\frac{1}{3}\right)}{\frac{4}{5}+2}$

2) $\dfrac{\frac{2}{7}+\frac{4}{3}}{\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{7}}$

4) $\dfrac{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{7}}{\frac{6}{7}-\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{14}}$

356 Calculer la valeur de $\dfrac{1+2ab}{c}$ si

1) $a=\dfrac{1}{2}$ $b=\dfrac{2}{5}$ $c=\dfrac{1}{3}$

3) $a=\dfrac{2}{3}$ $b=\dfrac{6}{5}$ $c=\dfrac{1}{20}$

2) $a=\dfrac{3}{5}$ $b=\dfrac{3}{2}$ $c=\dfrac{7}{15}$

4) $a=\dfrac{1}{4}$ $b=\dfrac{1}{3}$ $c=\dfrac{1}{2}$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

357 Calculer la valeur de $\dfrac{x+y}{xy}$ si

1) $x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{1}{4}$

2) $x = \frac{3}{5}$ et $y = \frac{2}{5}$

3) $x = \frac{1}{6}$ et $y = \frac{2}{9}$

4) $x = \frac{2}{5}$ et $y = 2$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

358 Calculer la valeur de $\frac{x+2y}{x-2y}$ si

1) $x = \frac{4}{5}$ et $y = \frac{1}{15}$

2) $x = \frac{7}{9}$ et $y = \frac{1}{6}$

3) $x = \frac{7}{3}$ et $y = \frac{1}{2}$

4) $x = \frac{2}{9}$ et $y = \frac{1}{24}$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

359 Pierre avait 56 fr. Il a dépensé les $\frac{3}{7}$ de cette somme. Combien d'argent lui reste-t-il ?

360 Une maison occupe les $\frac{3}{20}$ d'un terrain de 600 m^2. Combien de m^2 de ce terrain la maison occupe-t-elle ?

361 On a vendu les $\frac{2}{5}$ d'une pièce de tissu qui mesurait 45 m. Quelle longueur de tissu reste-t-il ?

362 Une somme de 420 fr. est partagée entre trois personnes.

La première reçoit $\frac{2}{5}$ de la somme.

La deuxième reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme.

La troisième reçoit le reste. Combien chaque personne reçoit-elle ?

363 On a aménagé un terrain de 960 m^2. La maison occupe les $\frac{3}{32}$ du terrain, la cour $\frac{1}{8}$ du terrain et le jardin occupe le reste. Quelle est l'aire du jardin ?

364 Sandra gagne 3900 fr. par mois. Elle consacre $\frac{3}{20}$ de cette somme à son loyer, et $\frac{1}{13}$ aux impôts. Elle dépense 2000 fr. par mois pour vivre.

Combien peut-elle économiser chaque mois ?

365 Quelle est la somme dont … ?

1) 6 fr. représentent $\frac{1}{8}$
2) 87 fr. représentent $\frac{1}{4}$
3) 105 fr. représentent $\frac{3}{5}$
4) 300 fr. représentent $\frac{2}{7}$
5) 1800 fr. représentent $\frac{4}{5}$
6) 500 fr. représentent $\frac{2}{9}$

366 Quelle est l'aire d'un rectangle dont … ?

1) les $\frac{3}{5}$ mesurent 150 m^2
2) les $\frac{3}{7}$ mesurent 2100 cm^2
3) les $\frac{2}{3}$ mesurent 44 m^2
4) les $\frac{6}{7}$ mesurent 450 m^2
5) les $\frac{4}{5}$ mesurent 280 cm^2
6) les $\frac{3}{4}$ mesurent 72 m^2

367 Quelle est la longueur dont … ?

1) 36 m représentent $\frac{1}{6}$
2) 480 m représentent $\frac{3}{4}$
3) 112 cm représentent $\frac{2}{7}$
4) 108 km représentent $\frac{4}{9}$
5) 140 km représentent $\frac{2}{5}$
6) 600 m représentent $\frac{3}{10}$

368 En achetant un livre qui coûtait 28 fr., j'ai dépensé les $\frac{4}{5}$ de ce que j'avais.

Quelle somme avais-je ?

369 On partage une certaine somme entre trois personnes.

La première reçoit $\frac{2}{5}$ de la somme, soit 2160 fr.

La deuxième reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme, et la dernière reçoit le reste.

Quelle est la somme partagée, et quelles sont les parts des deux dernières personnes ?

370 Après 28 km de voyage, j'ai calculé que j'avais déjà parcouru les $\frac{2}{7}$ de mon trajet.

Quelle est la longueur du trajet ?

371 Les $\frac{4}{21}$ d'un terrain mesurent 24 m^2. Quelle est l'aire du terrain ?

372 On a vendu $\frac{1}{7}$ d'une pièce de tissu de 28 m. Plus tard, on a encore vendu le tiers de ce qui restait. Quelle longueur de tissu a-t-on vendue en tout ?

373 Un cultivateur avait un stock de blé de 19 800 kg. Il en a vendu d'abord le cinquième, puis le quart du reste, puis le tiers du nouveau reste, enfin la moitié de ce qui restait encore. Combien de kg de blé a-t-il vendus chaque fois ?

374 Calculer :

1) la moitié du tiers de 48 fr.

2) $\frac{2}{5}$ du quart de 60 m

3) le tiers des $\frac{3}{4}$ de 28 fr.

4) $\frac{2}{5}$ des $\frac{5}{6}$ de 63 fr.

5) $\frac{3}{2}$ des $\frac{7}{8}$ de 320 m

6) $\frac{4}{3}$ du tiers de 72 fr.

375 Calculer :

1) le tiers du quart de la moitié de 96 fr.
2) les deux cinquièmes des trois quarts de 90 fr.
3) les trois septièmes des quatre cinquièmes de 700 fr.
4) les deux cinquièmes du tiers de 60 m
5) le septième des sept quinzièmes de 60 fr.
6) les dix tiers des trois quarts de 26 m

376 Calculer :

1) $\frac{4}{7}$ des $\frac{5}{8}$ de 490 fr.
2) $\frac{3}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de 25 fr.
3) $\frac{2}{5}$ du huitième de 200 m
4) $\frac{5}{3}$ des $\frac{3}{2}$ de 8 fr.
5) $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{5}$ de 75 m
6) la moitié des $\frac{4}{5}$ de 160 kg

377 Olivier a les $\frac{7}{16}$ des $\frac{2}{3}$ de l'âge de sa mère. La mère d'Olivier a 48 ans; quel est l'âge d'Olivier ?

378 Pierre dit à sa soeur pour l'impressionner: "Ce livre a coûté très cher. Je l'ai payé $\frac{5}{12}$ des $\frac{6}{5}$ de 20 fr."
Quel est le prix du livre ?

379 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $(-3)+\left(-\frac{1}{5}\right)$
2) $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$
3) $\left(-\frac{4}{7}\right)-(-1)$
4) $\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$
5) $(+1)-\left(+\frac{1}{2}\right)$
6) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{4}{9}\right)$

380 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $(-5)+\left(+\frac{7}{6}\right)$
2) $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{6}{9}\right)$
3) $\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(-\frac{19}{12}\right)$
4) $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{16}\right)$
5) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{15}\right)$
6) $\left(-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

381 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{7}{2}\right)$ 3) $\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)$ 5) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)$

2) $\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{2}{7}\right)$ 4) $\left(-\frac{32}{27}\right)-\left(-\frac{5}{36}\right)$ 6) $\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{7}{4}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)$

382 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

$\frac{1}{3}$; $-\frac{3}{14}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{7}$; $-\frac{2}{7}$; $\frac{5}{42}$

383 Classer les nombres suivants par ordre croissant :

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $-\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$; $-1{,}5$

2) $-\frac{4}{21}$; $\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$; $\frac{5}{42}$; $-\frac{1}{7}$; $\frac{2}{7}$

384 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(-\frac{11}{24}\right)\cdot\left(+\frac{16}{55}\right)$ 3) $\left(-\frac{14}{3}\right)\cdot\left(-\frac{9}{2}\right)$ 5) $(+3)\cdot\left(-\frac{4}{39}\right)$

2) $\left(+\frac{21}{49}\right)\cdot\left(-\frac{32}{40}\right)$ 4) $\left(+\frac{4}{7}\right)\cdot(-14)$ 6) $\left(-\frac{10}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{10}\right)$

385 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(+\frac{1}{5}\right)$ 3) $\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$ 5) $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)$

2) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{2}{7}\right)$ 4) $\left(+\frac{10}{7}\right)\cdot\left(-\frac{14}{5}\right)$ 6) $\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot\left(+\frac{14}{25}\right)$

386 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{5}{8}\right)$ 3) $\left(+\frac{49}{15}\right)\cdot\left(+\frac{25}{14}\right)$ 5) $\left(+\frac{4}{15}\right)\cdot\left(-\frac{20}{7}\right)$

2) $\left(-\frac{12}{15}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)$ 4) $\left(+\frac{26}{25}\right)\cdot\left(+\frac{10}{39}\right)$ 6) $\left(-\frac{32}{27}\right)\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)$

387 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} - \frac{4}{5} \cdot \frac{35}{14}$

2) $\left(-\frac{4}{7}\right) \cdot \left(+\frac{21}{2}\right) + \left(-\frac{13}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{39}\right)$

3) $\left(+\frac{12}{35}\right) \cdot \left(+\frac{25}{36}\right) - \left(-\frac{22}{49}\right) \cdot \left(+\frac{21}{36}\right)$

4) $\left(-\frac{18}{121}\right) \cdot \left(-\frac{77}{45}\right) + \left(+\frac{135}{14}\right) \cdot \left(-\frac{8}{27}\right)$

388 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}\right]$

2) $-3 + \frac{2}{3} \cdot \left[-\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{5}{6} - 1\right]$

3) $-3^2 - \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \frac{49}{8} - 2 \cdot \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)\right]$

389 Calculer la valeur de ab + bc si

1) $a = -1 \quad b = \frac{1}{2} \quad c = \frac{4}{5}$

2) $a = -\frac{1}{3} \quad b = -3 \quad c = \frac{1}{6}$

3) $a = -\frac{3}{4} \quad b = -\frac{6}{7} \quad c = -\frac{1}{2}$

4) $a = -\frac{2}{3} \quad b = -\frac{5}{2} \quad c = -\frac{3}{5}$

390 Calculer la valeur de a – bc si

1) $a = -\frac{1}{3} \quad b = -\frac{11}{5} \quad c = -\frac{4}{33}$

2) $a = \frac{3}{4} \quad b = 0 \quad c = \frac{4}{15}$

3) $a = -1 \quad b = -\frac{7}{2} \quad c = 8$

4) $a = -\frac{5}{3} \quad b = \frac{4}{7} \quad c = -\frac{14}{3}$

391 Calculer la valeur de a^3bc^2 si

1) $a = \frac{4}{5}$ $b = -5$ $c = -\frac{1}{2}$

2) $a = -\frac{1}{3}$ $b = -\frac{1}{4}$ $c = -\frac{3}{2}$

3) $a = -\frac{3}{4}$ $b = 0$ $c = -11$

4) $a = 2$ $b = -\frac{5}{2}$ $c = -\frac{3}{5}$

392 Calculer la valeur de $\frac{x+5y}{x}$ si

1) $x = \frac{2}{3}$ $y = -4$ 2) $x = -4$ $y = -\frac{8}{5}$ 3) $x = -\frac{1}{2}$ $y = \frac{7}{10}$

393 Calculer la valeur de $2a \cdot (1 - b^2)$ si

1) $a = \frac{3}{5}$ $b = \frac{7}{2}$

2) $a = -\frac{5}{7}$ $b = +\frac{2}{5}$

394 Calculer la valeur de $\frac{xy+3x-1}{x+y}$ si

1) $x = -\frac{4}{3}$ $y = \frac{1}{2}$ 2) $x = -\frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{2}$ 3) $x = \frac{5}{6}$ $y = -\frac{3}{20}$

395 Calculer la valeur de $\frac{4xy-3xz+2}{x-y-xz}$ si

1) $x = -\frac{1}{3}$ $y = -\frac{1}{2}$ $z = -\frac{2}{3}$

2) $x = \frac{1}{5}$ $y = -\frac{1}{4}$ $z = \frac{5}{3}$

396 Calculer la valeur de $\frac{3x^2-5xy+y^2}{x-y}$ si

1) $x = -2$ $y = \frac{1}{4}$ 2) $x = -\frac{3}{2}$ $y = -\frac{1}{5}$ 3) $x = \frac{1}{3}$ $y = -\frac{3}{5}$

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

397 Les Grecs de l’Antiquité appelaient "nombre parfait" un entier positif qui est égal à la somme de ses diviseurs propres (c'est-à-dire de ses diviseurs autres que lui-même).

Par exemple, 6 est un nombre parfait, car l'ensemble de ses diviseurs propres est {1 ; 2 ; 3} et 1 + 2 + 3 = 6.

Vérifier que 28 et 496 sont des nombres parfaits.

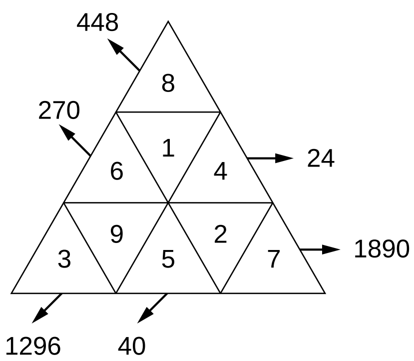
Remarque : On connaît encore d’autres nombres parfaits, par exemple 8128 et 33 550 336. Mais il faut beaucoup de patience (ou un ordinateur) pour le vérifier !

398 Les Grecs de l’Antiquité appelaient deux entiers positifs des "nombres amiables" si chacun est égal à la somme des diviseurs propres de l'autre.

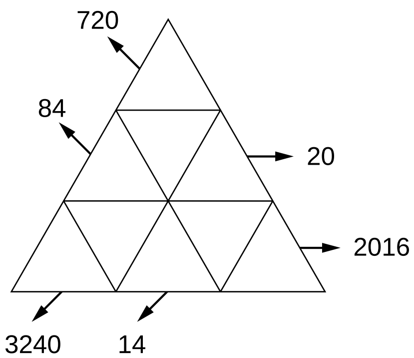
Vérifier que 220 et 284 sont amiables, ainsi que 1184 et 1210.

Remarque : On connaît encore d’autres paires de nombres amiables, par exemple 17 296 et 18 416, ainsi que 9 363 584 et 9 437 056.

399 Voici un "triangle des 9 facteurs" :



Chaque chiffre de 1 à 9 est inscrit une et une seule fois dans un triangle. On multiplie ensuite les chiffres alignés.



Dans ce nouveau triangle, les chiffres inscrits dans les cases ont été effacés. Peut-on les retrouver ?

Indication : Chercher d'abord la place des chiffres 5 et 7.

400 Peut-on trouver un nombre de neuf chiffres, qui s'écrive au moyen des neuf chiffres autres que 0, et tel que

– le nombre formé par le chiffre de gauche soit divisible par 1

– le nombre formé par les deux premiers chiffres de gauche soit divisible par 2

– le nombre formé par les trois premiers chiffres de gauche soit divisible par 3

– le nombre formé par les quatre premiers chiffres de gauche soit divisible par 4 etc. ...

– le nombre de 9 chiffres soit divisible par 9.

401 Quel est le plus petit nombre qui, divisé par 10 donne 9 comme reste, divisé par 9 donne 8 comme reste, divisé par 8 donne 7 comme reste ... etc. et divisé par 2 donne 1 comme reste ?

402 À chaque lettre, on fait correspondre un nombre :

A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, ...

Dans ce mot croisé, on a remplacé les définitions par le produit des nombres ainsi obtenus.

Exemple : On remplacerait "MER" par $13 \cdot 5 \cdot 18 = 1170$.

Horizontalement:

a) 855
b) 2394
c) 5 ** 9 ** 13
d) 399 ** 60
e) 19 ** 19

Verticalement:

a) 665
b) 3 ** 399
c) 486
d) 95 ** 12
e) 19 ** 1235

	a	b	c	d	e
a					
b					■
c		■		■	
d			■		
e	■		■		

403 La fraction $\dfrac{7269}{14538}$ a les propriétés suivantes :

a) le numérateur est un nombre de 4 chiffres;
b) le dénominateur est un nombre de 5 chiffres;
c) chacun des chiffres de 1 à 9 est utilisé exactement une fois;
d) $\dfrac{7269}{14538} = \dfrac{1}{2}$.

Trouver d'autres fractions qui ont les mêmes propriétés.

404 Une fraction dont le numérateur est égal à 1 s'appelle une "fraction unitaire" (comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$ …). Dans l'Antiquité, les Egyptiens calculaient avec des fractions. Mais ils n'utilisaient que des fractions dont le numérateur est égal à 1 (à l'exception, toutefois, de $\frac{2}{3}$). Toute autre fraction devait être décomposée en une somme de fractions de numérateur 1 et de dénominateurs différents.
Les scribes disposaient de tabelles pour faire ces transformations.

Exemple : $\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$, c'est le double de $\frac{1}{9}$, car $\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{3+1}{18}=\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$.

Calculer :

1) $\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$, c'est le double de … .

2) $\frac{1}{54}+\frac{1}{162}$, c'est le double de … .

3) $\frac{1}{12}+\frac{1}{51}+\frac{1}{68}$, c'est le double de … .

4) $\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$, c'est le double de … .

Remarque : Cette décomposition en fractions unitaires devait respecter certaines règles, notamment :
– on choisissait des sommes avec le moins de termes possible;
– le dénominateur ne devait pas être plus grand que 1000;
– on ne pouvait pas avoir deux fois le même dénominateur;
– les dénominateurs pairs étaient préférés aux dénominateurs impairs.

(d'après le papyrus de Rhind)

405 (**Rappel** : voir l'exercice 404). Dans l'Antiquité, les Egyptiens ne calculaient qu'avec des "fractions unitaires" (de numérateur égal à 1), à l'exception de $\frac{2}{3}$.

Pour effectuer leurs calculs, ils devaient souvent remplacer une fraction unitaire par une somme de fractions unitaires, ou, au contraire, remplacer une somme de fractions unitaires par une seule fraction de numérateur égal à 1.

Compléter :

1) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\dots}$

2) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\dots}$

3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\ldots}$

4) $\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{1}{\ldots}$

5) $\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=\frac{1}{\ldots}$

6) $\frac{1}{8}+\frac{1}{56}=\frac{1}{\ldots}$

7) $\frac{1}{13}+\frac{1}{26}+\frac{1}{104}=\frac{1}{\ldots}$

8) $\frac{1}{14}+\frac{1}{28}+\frac{1}{56}=\frac{1}{\ldots}$

406 (**Rappel** : voir l’exercice 404). Dans l'Antiquité, les Egyptiens n’utilisaient que des "fractions unitaires" (de numérateur égal à 1), à l'exception de $\frac{2}{3}$.

Toute autre fraction devait être décomposée en une somme de fractions unitaires de dénominateurs différents.

Le papyrus de Rhind explique comment calculer les $\frac{2}{3}$ d'une fraction (unitaire) :

"Calculer $\frac{2}{3}$ d'une fraction impaire. Si on te dit : "Quels sont les $\frac{2}{3}$ de ... ?". Tu fais 2 fois son dénominateur et 6 fois son dénominateur; $\frac{2}{3}$ de la fraction, c'est cela.

Cette règle s'applique tout aussi bien pour chaque fraction qui peut se présenter."

Traduit dans notre notation on a, par exemple :

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{5} = \frac{1}{\boxed{2}\cdot 5} + \frac{1}{\boxed{6}\cdot 5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$$

Remarque: la "règle des $\frac{2}{3}$ " est aussi utilisable pour chercher les $\frac{2}{3}$ d'une fraction unitaire dont le dénominateur est pair. Mais les Egyptiens disposaient alors d'une règle simplifiée.

Calculer, en appliquant cette règle :

1) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{7}$ 2) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$ 3) les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$

407 Pour lire le message caché dans ce tableau, il faut:

– Effectuer le calcul situé dans la case "DEBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
– Chercher la case dont la première fraction est celle du résultat trouvé.
– Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
– Chercher la case dont la première fraction est celle du résultat trouvé.

Et ainsi de suite.

DÉBUT Q $\frac{1}{2} - \frac{1}{14} =$	**FIN** S $\frac{2}{5} - \frac{9}{35} =$	A $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} =$	T $\frac{5}{9} \cdot \frac{27}{10} =$	O $\frac{1}{6} \cdot \frac{24}{7} =$
R $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{14} =$	U $\frac{4}{7} - \frac{25}{56} =$	O $\frac{1}{12} + \frac{19}{24} =$	C $\frac{1}{8} \cdot 6 =$	U $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{5} =$
N $\frac{2}{3} - \frac{5}{15} =$	A $\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{36} =$	U $\frac{3}{7} - \frac{8}{35} =$	E $\frac{3}{2} - \frac{19}{18} =$	M $\frac{3}{5} - \frac{11}{60} =$
D $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$	E $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{5} =$	T $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} =$	V $\frac{3}{10} + \frac{1}{30} =$	S $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16} =$
N $\frac{7}{8} - \frac{7}{40} =$	I $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} =$	R $\frac{5}{8} + \frac{7}{40} =$	E $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} =$	B $\frac{7}{10} \cdot \frac{20}{63} =$

408 Calculer la valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2}$ 3) $-\frac{7}{12} \cdot x = -\frac{1}{8}$ 5) $(-1) \cdot x = \frac{13}{9}$

2) $\frac{4}{9} \cdot x = -3$ 4) $9 \cdot x = -\frac{1}{4}$ 6) $\frac{6}{25} \cdot x = -\frac{18}{5}$

409 Calculer la valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $-\frac{5}{7} : x = -\frac{1}{3}$ 3) $-\frac{13}{8} : x = \frac{1}{2}$ 5) $x : \frac{2}{15} = -2$

2) $\frac{14}{15} : x = -1$ 4) $x : \left(-\frac{16}{9}\right) = \frac{3}{4}$ 6) $x : (-5) = \frac{1}{3}$

410 Calculer la valeur (ou les valeurs) de x pour laquelle l'égalité est vraie.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1) $x^2 = \frac{4}{9}$ 3) $-\frac{4}{5} \cdot x = \frac{3}{5}$ 5) $x^2 = \frac{4}{25}$

2) $x^2 = \frac{1}{4}$ 4) $\sqrt{x} = \frac{2}{5}$ 6) $x^2 = \frac{1}{9}$

411 Simplifier chacune des fractions suivantes (a désigne un entier différent de 0) :

1) $\frac{2a}{4}$ 2) $\frac{3}{6a}$ 3) $\frac{a^2}{3a}$ 4) $\frac{2a^2}{a}$ 5) $\frac{3a}{6a^2}$ 6) $\frac{2a}{2a}$

412 Simplifier chacune des fractions suivantes (a et b désignent des entiers différents de 0) :

1) $\frac{2a}{4b}$ 2) $\frac{3a}{5ab}$ 3) $\frac{6ab}{3b}$ 4) $\frac{10a^2}{12ab}$ 5) $\frac{7ab}{21a^2}$ 6) $\frac{3a}{9ab}$

4

LE CALCUL LITTÉRAL

THÉORIE

1. LE CALCUL LITTÉRAL: TROIS EXEMPLES

Nous avons vu en 7e qu'on utilise souvent des lettres pour représenter des nombres.

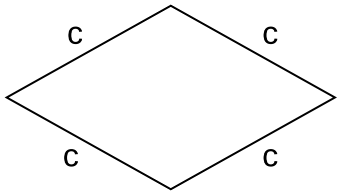
Nous avons résolu des problèmes comme ceux-ci:

Problème 1 La longueur du côté d'un losange est c.
Comment peut-on exprimer le périmètre de ce losange?

Solution Les 4 côtés d'un losange ont la même longueur.
Son périmètre se calcule en additionnant les longueurs de ses côtés; il est donc égal à

$c + c + c + c = 4 \cdot c$

(et on écrira: $4c$ au lieu de $4 \cdot c$).



Nous avons ainsi démontré la formule suivante:

Formule Le périmètre d'un losange est égal à $4c$,
si c est la longueur de son côté.

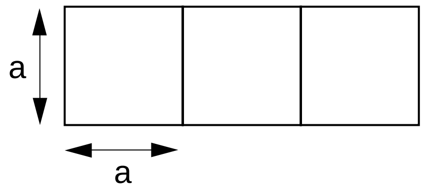
Avec cette formule nous pouvons éviter de répéter le même raisonnement chaque fois qu'il s'agit de calculer le périmètre d'un losange.

Par exemple, pour calculer le périmètre d'un losange dont le côté mesure 12 cm, on remplace c par 12 dans l'expression $4c$ que donne la formule. On voit alors que le périmètre de ce losange est égal à

$$4 \cdot (12 \text{ cm}) = 48 \text{ cm}$$

Comme on l'a appris en 7e on dit, dans cette situation, que c est une **variable**.

Problème 2 On forme un rectangle en assemblant 3 carrés identiques.
La longueur du côté de chaque carré est a.
Comment peut-on exprimer l'aire de ce rectangle?



Solution L'aire de chaque carré est égale à $a \cdot a$. L'aire du rectangle est égale à la somme des aires des 3 carrés; elle est donc égale à

$$a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a = 3 \cdot a \cdot a$$

(et on écrira: $3 \cdot a^2$, ou encore $3a^2$; pour abréger l'écriture, on utilise la notation "puissance" introduite au Chapitre 1).

Nous avons donc démontré la formule suivante:

Formule L'aire du rectangle formé en assemblant 3 carrés égaux est égale à $3a^2$, si a est la longueur du côté de chaque carré.

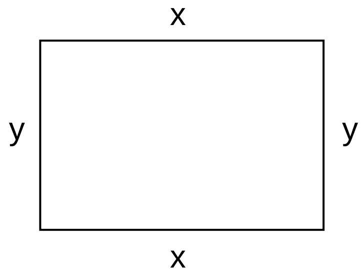
Certaines formules s'écrivent avec plusieurs variables.

Par exemple, le périmètre de ce rectangle est égal à

$$x + x + y + y$$

c'est-à-dire à

$$2x + 2y .$$



Pour trouver ces formules, nous avons calculé avec des lettres (c pour le losange; a pour le carré; x et y pour le rectangle), comme on calcule avec des nombres.

En calculant avec des lettres comme on le ferait avec des nombres, on fait du **calcul littéral**.

2. LES OPÉRATIONS DU CALCUL LITTÉRAL

2.1 LES MONÔMES

Une expression comme $9 \cdot x$ (qu'on peut aussi écrire: $9x$) est appelée un **monôme**.

Un monôme est formé d'un nombre (par exemple, 9) et d'une variable (par exemple, x).

Leur produit (dans cet exemple, c'est $9x$) est un monôme.

Dans le monôme $9x$ on dit que

le nombre **9** est le **coefficient**, et la lettre **x** est la **variable**.

Voici d'autres exemples de monômes:

$$3a^2 \quad ; \quad 9b \quad ; \quad 4c \quad ; \quad -2y^3 \quad ; \quad x$$

Remarque Comme dans le dernier exemple (le monôme x), on omet souvent d'écrire le coefficient s'il est égal à 1. En fait, x est le monôme $1 \cdot x$.

De même, $-x$ désigne le monôme $(-1) \cdot x$.

2.2 LE DEGRÉ D'UN MONÔME

On dit que:

– le degré du monôme $2x^3$ est 3
– le degré du monôme $7y$ est 1
– le degré du monôme $-6a^2$ est 2 .

Le **degré** d'un monôme est l'exposant de sa variable (au sujet du mot "exposant", voir le Chapitre 1).

2.3 CALCULS AVEC DES MONÔMES

L'addition de monômes

On peut additionner des monômes qui sont écrits avec la même variable, au même degré. Pour cela, on additionne leurs coefficients; on garde la même variable.

Par exemple,

$$2b + 3b = 5b \qquad \text{(car } 2 + 3 = 5\text{).}$$

Voici encore trois exemples d'addition de monômes:

1) $x + x = 2x$ (car $1 + 1 = 2$)

2) $7a + 12a + a = 20a$ (car $7 + 12 + 1 = 20$)

3) $a^2 + 6a^2 + 3a^2 = 10a^2$ (car $1 + 6 + 3 = 10$).

La soustraction de monômes

On peut soustraire un monôme d'un autre, s'ils sont écrits avec la même variable, au même degré. Leur différence se calcule en calculant la différence de leurs coefficients; on garde la même variable.

Par exemple,

$$5y - 3y = 2y \qquad \text{(car } 5 - 3 = 2\text{).}$$

Voici encore trois exemples de soustraction de monômes:

1) $12x - 8x = 4x$ (car $12 - 8 = 4$)

2) $7b - b = 6b$ (car $7 - 1 = 6$)

3) $a^2 - 6a^2 = -5a^2$ (car $1 - 6 = -5$).

La multiplication de monômes

On peut multiplier un nombre et un monôme; on peut aussi multiplier deux monômes.

Le produit d'un nombre et d'un monôme. Pour multiplier un nombre et un monôme, on multiplie le coefficient du monôme par le nombre. On garde la même variable.

Par exemple,

$$2 \cdot (3y) = (2 \cdot 3) \cdot y = 6y$$

(pour le vérifier, on peut écrire: $2 \cdot (3y) = 3y + 3y = 6y$) .

Voici encore deux exemples du produit d'un nombre et d'un monôme:

$$3 \cdot (12a) = 36a \qquad \text{(car } 3 \cdot 12 = 36\text{)}$$

$$5 \cdot (7x^3) = 35x^3 \qquad \text{(car } 5 \cdot 7 = 35\text{) .}$$

Le produit de monômes. Pour multiplier des monômes on multiplie leurs coefficients, et on multiplie leurs variables.

Par exemple,

$$(2a) \cdot (3a) = (2 \cdot 3) \cdot (a \cdot a) = 6a^2$$

car $2 \cdot 3 = 6$ et $a \cdot a = a^2$.

Voici trois autres exemples de multiplication de monômes:

1) $(-3a) \cdot (2a) = (-3 \cdot 2) \cdot (a \cdot a) = -6a^2$

2) $(2x^2) \cdot 7x = (2 \cdot 7) \cdot (x^2 \cdot x) = 14x^3$

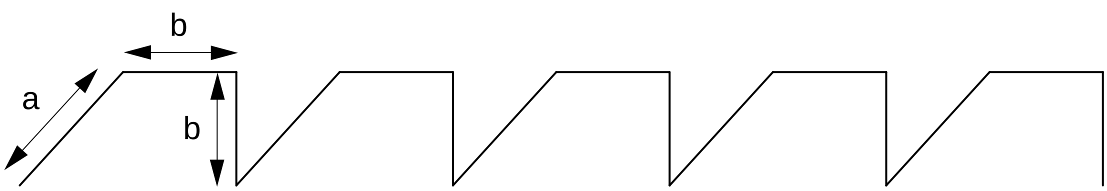
3) $5x \cdot x \cdot 2x = (5 \cdot 1 \cdot 2) \cdot (x \cdot x \cdot x) = 10x^3$

2.4 LA DISTRIBUTIVITÉ

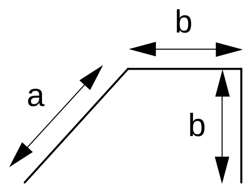
La distributivité est une propriété qui lie l'addition et la multiplication.

La distributivité peut être utilisée lorsqu'on multiplie une somme de monômes par un nombre, ou par un monôme.

Exemple Cherchons une formule qui exprime la longueur de la ligne polygonale suivante:



On peut calculer d'abord la longueur d'un des cinq éléments dont la répétition permet de constituer la ligne polygonale:



La longueur d'un tel élément est: $a + b + b = a + 2b$.

Ensuite, on multiplie la longueur d'un élément (c'est-à-dire $a + 2b$) par le nombre d'éléments (c'est-à-dire, par 5). Voici ce qu'on obtient:

$$5 \cdot (a + 2b) .$$

On peut transformer cette écriture du résultat, de la manière suivante:

$$\begin{aligned} 5 \cdot (a+2b) &= (a + 2b) + (a + 2b) + (a + 2b) + (a + 2b) + (a + 2b) \\ &= (a + a + a + a + a) + (2b + 2b + 2b + 2b + 2b) \\ &= 5a + 5 \cdot (2b) \\ &= 5a + 10b . \end{aligned}$$

Donc,

$$5 \cdot (a + 2b) = 5a + 5 \cdot (2b)$$

C'est un exemple de la **règle de distributivité**:

> Si A , B et C sont des nombres,
> ou des monômes, alors
>
> $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

Lorsqu'on passe (comme dans l'exemple ci-dessus) de l'écriture

$$\underbrace{5 \cdot (a + 2b)}_{\text{produit de deux facteurs}}$$

à l'écriture

$$\underbrace{5a + 5 \cdot (2b)}_{\text{somme de deux termes}}$$

on dit qu'on **développe** le produit $5 \cdot (a + 2b)$ en utilisant la distributivité.

Voici un exemple important de l'application de cette règle:

$$\boxed{\begin{aligned} -(a + b) &= (-1) \cdot (a + b) \\ &= -a - b \end{aligned}}$$

Voici d'autres exemples de l'application de cette règle:

1) $4 \cdot (x + y) = 4 \cdot x + 4 \cdot y = 4x + 4y$

2) $(-4) \cdot (x + y) = (-4) \cdot x + (-4) \cdot y = -4x - 4y$

3) $a \cdot (a + 3) = a \cdot a + a \cdot 3 = a^2 + 3a$

4) $$\begin{aligned} 5x^3 \cdot (2x^2 + x + 3) &= 5x^3 \cdot 2x^2 + 5x^3 \cdot x + 5x^3 \cdot 3 \\ &= (5 \cdot 2) \cdot (x^3 \cdot x^2) + 5 \cdot (x^3 \cdot x) + (5 \cdot 3) \cdot x^3 \\ &= 10x^5 + 5x^4 + 15x^3 . \end{aligned}$$

2.5 LA RÉDUCTION

Lorsqu'on a une suite d'opérations, on essaie de l'écrire le plus simplement possible. Le but est de remplacer si possible la suite donnée par une autre, plus courte, qui lui soit égale. On dit alors qu'on a **réduit** la suite d'opérations.

a) Suites sans parenthèses

Dans une suite d'additions ou de soustractions sans parenthèses, on réunit d'abord les monômes qui ont la même variable au même degré. Ensuite on effectue les additions ou les soustractions des monômes qu'on a réunis.

Exemple 1 On veut réduire

$$2a + 3b + a - 5b$$

On réunit d'abord les monômes en a, et ceux en b:

$$2a + 3b + a - 5b = 2a + a + 3b - 5b$$

puis on effectue les opérations:

$$2a + a + 3b - 5b = 3a - 2b$$

La réduction que nous avons faite est donc:

$$2a + 3b + a - 5b = 3a - 2b.$$

Exemple 2 Voici un second exemple: il s'agit de réduire

$$4x^2 + 3 - 2x + 5x^2 - 4 + x .$$

On réunit d'abord les monômes en x^2, ceux en x, et les nombres, puis on effectue les opérations; on trouve

$$\begin{aligned} 4x^2 + 3 - 2x + 5x^2 - 4 + x &= 4x^2 + 5x^2 - 2x + x + 3 - 4 \\ &= 9x^2 - x - 1 . \end{aligned}$$

b) Suites avec parenthèses

Dans une suite d'opérations comportant des parenthèses, on commence par appliquer la distributivité pour supprimer les parenthèses. Puis on continue comme en (a).

Exemple 1 Réduisons

$$3 \cdot (-c^2 + 2c) + 5 \cdot (3c^2 - 4c) .$$

On applique la règle de distributivité pour développer chacun des deux produits:

$$3 \cdot (-c^2 + 2c) = -3c^2 + 6c \quad \text{et} \quad 5 \cdot (3c^2 - 4c) = 15c^2 - 20c$$

Donc,

$$3 \cdot (-c^2 + 2c) + 5 \cdot (3c^2 - 4c) = -3c^2 + 6c + 15c^2 - 20c$$

et on réduit maintenant comme en (a); on trouve:

$$3 \cdot (-c^2 + 2c) + 5 \cdot (3c^2 - 4c) = 12c^2 - 14c$$

Exemple 2 Comme second exemple, réduisons

$$3x - 2y - 4 \cdot (x + y) .$$

On écrit

$$3x - 2y - 4 \cdot (x + y) = 3x - 2y + (-4) \cdot (x + y)$$

puis par distributivité,

$$\begin{aligned} 3x - 2y + (-4) \cdot (x + y) &= 3x - 2y + (-4) \cdot x + (-4) \cdot y \\ &= 3x - 2y - 4x - 4y \end{aligned}$$

La réduction est donc:

$$3x - 2y - 4 \cdot (x + y) = -x - 6y$$

Remarque L'égalité que nous venons d'obtenir,

$$3x - 2y - 4 \cdot (x + y) = -x - 6y,$$

est vraie quelles que soient les valeurs qu'on donne aux variables x et y .
On dit que c'est une **identité**.

2.6 LA MISE EN ÉVIDENCE

La mise en évidence est l'inverse de la distributivité (c'est-à-dire qu'elle "défait" ce qu'on a obtenu par application de la règle de distributivité). Elle a pour but de transformer une somme en un produit.

Voici trois exemples de mise en évidence:

1) $2x + 2y = 2 \cdot (x+y)$

2) $3a^2 + 2a = a \cdot (3a + 2)$

3) $6x^2 - 15x = 3 \cdot (2x^2 - 5x)$.

L'exemple (3) montre qu'il y a parfois plusieurs possibilités de mise en évidence: on a

$$\begin{aligned} 6x^2 - 15x &= 3 \cdot (2x^2 - 5x) \\ &= 3x \cdot (2x - 5)\ . \end{aligned}$$

En général, on continuera jusqu'à obtenir une mise en évidence aussi complète que possible.

2.7 VÉRIFICATIONS NUMÉRIQUES

Si, dans une identité, on remplace la variable par un nombre, on obtient une égalité entre nombres. On peut appliquer ce principe pour détecter certaines erreurs dans des calculs littéraux.

Si on remplace la variable par un nombre dans un calcul littéral, et si l'égalité qu'on obtient ainsi n'est pas vérifiée, c'est qu'on s'est trompé.

Par exemple, supposons qu'en faisant une mise en évidence, on ait trouvé le résultat:

$$7x^2 + 22x = 7x \cdot (x + 3)$$

Faisons une vérification, en remplaçant x par 1. On obtient

$$7 + 22 = 7 \cdot (1 + 3)$$

c'est-à-dire

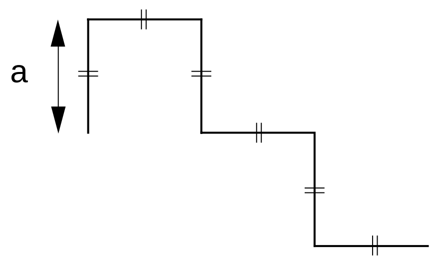
$$29 = 28,$$

ce qui est faux. Cela nous indique que la mise en évidence était fausse.
Comment faut-il la corriger?

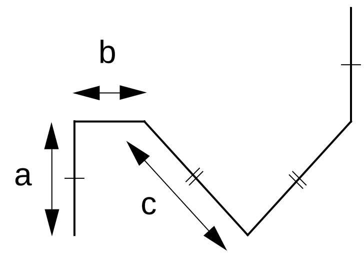
EXERCICES ORAUX ET ÉCRITS

413 Exprimer la longueur de chacune des lignes polygonales suivantes par une formule :

1)

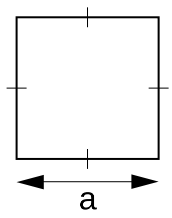


2)

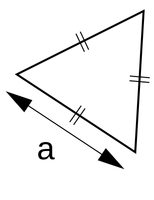


414 Exprimer le périmètre de chacun des polygones suivants par une formule :

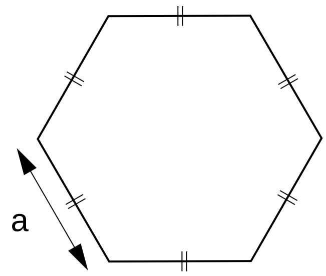
1)



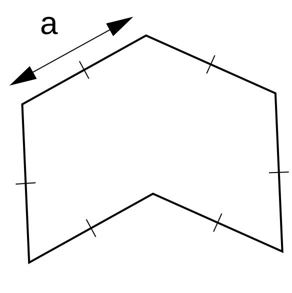
2)



3)



4)



415 Réduire les expressions suivantes :

1) $a + a + a$
2) $b + b + b + b + b$
3) $c + c + c + c$
4) $x + x + x + x + x + x + x$

416 Réduire les expressions suivantes :

1) $3x + 2x + 5x$
2) $8b + 12b + 5b$
3) $3a + 19a + 2a$
4) $18x + 4x + 11x + 2x$
5) $14c + 8c + 21c + c$
6) $2a + 5a + 8a + 3a$

417 Réduire les expressions suivantes :

1) $12a + 5a - 2a$
2) $8x - 3x + 2x$
3) $4b + 9b - 5b$
4) $14y + 2y - 8y + y$
5) $4x - x + 7x$
6) $8a + 3a - 8a + a - 2a$

418 Réduire les expressions suivantes :

1) $a + b + b + a + a$
2) $x + x + y + x + y + x$
3) $c + c + c + d + c + d + d$
4) $a + b + b + c + a + c + c + a + a$

419 Réduire les expressions suivantes :

1) $3a + 11a + 5b + 2b$
2) $17a + 24b + 13a + 16b$
3) $24x + 14y + 6y + 18x$
4) $5a + 2b + 3a + 4b$
5) $9x + 2a + 7x$
6) $8b + 2b + 5a + b$

420 Réduire les expressions suivantes :

1) $15a + 8b - 5a - 4b$
2) $12x - 5x + 7b - 3b$
3) $8a - 7a + 7b - 4b$
4) $5x + 12y - x - 5y$
5) $12a + 14c - 2a + 3c - 10a - 5c$
6) $5x + 4y + 12x - 2y - 7x + y$

421 Réduire les expressions suivantes :

1) $4a - 7a$
2) $b - 5b$
3) $2a - 5a + a - 7a$
4) $x - 3x + 5x - 9x$
5) $6y - 13y + y - 4y + 2y$
6) $-4b + b - 5b + 3b + b$

422 Réduire les expressions suivantes :

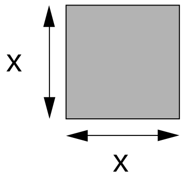
1) $5x + 12y - x - 14y$
2) $12a + 14b - 2a - 17b$
3) $3a + b - 5a + 2b$
4) $16x + 2y - 9y - 3x - 6y$
5) $2a - 7a + b - 3b + a$
6) $15x - 6y - 24x + 3y - x$

423 Réduire les expressions suivantes :

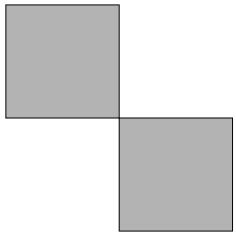
1) $2y - x + 3y + 4x - 12y$
2) $-6a + b - 9b - a + 2b$
3) $a - 7b + 2c - 5a + 3b - 4c$
4) $8x - 15y + 3z - 14x - 3x + y$
5) $3a - 28c + b - 4c - 21a - b$
6) $4a + 9b - 8c - 4a - 3b + 8c - 6b$

424 Trouver dans chaque cas une formule qui exprime l'aire de la surface ombrée :

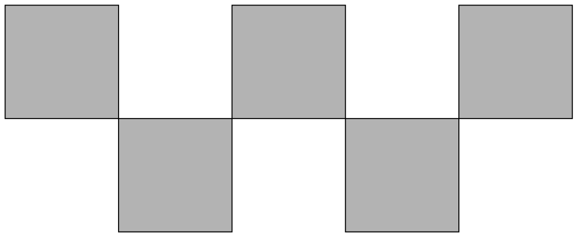
1)



2)

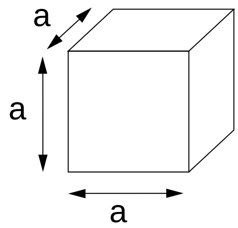


3)

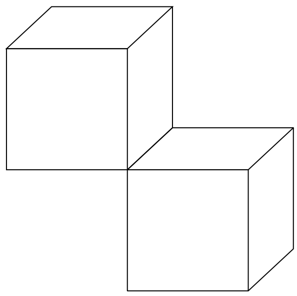


425 Exprimer le volume de chacun des corps suivants par une formule :

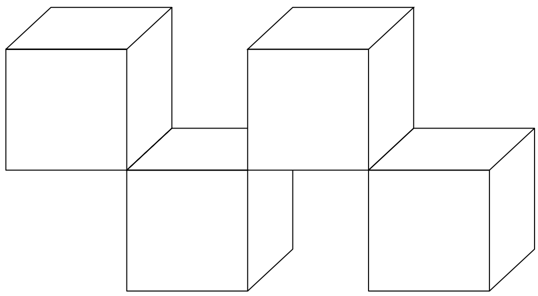
1)



2)



3)



426 Réduire les expressions suivantes :

1) $a^2 + a^2 + a^2$

2) $b^2 + b^2 + b^2 + b^2 + b^2$

3) $x^3 + x^3$

4) $a^5 + a^5 + a^5 + a^5$

427 Réduire les expressions suivantes :

1) $2x^2 + 3x^2 + 7x^2$

2) $4a^3 + 2a^3 + a^3 + 5a^3$

3) $9a^2 + 8a^2 + 43a^2$

4) $3y^5 + 17y^5 + 19y^5 + y^5$

428 Réduire les expressions suivantes :

1) $3a^2 + 5a^2 - 2a^2$
2) $15x^4 - 7x^4 + 3x^4$
3) $2b^3 + 5b^3 - 4b^3 + b^3 - 2b^3$
4) $4c^2 - 2c^2 + 5c^2 - c^2 - c^2$

429 Réduire les expressions suivantes :

1) $a^2 - 3a^2$
2) $2b^3 - 6b^3 - b^3$
3) $4x^2 - 2x^2 - 7x^2 + x^2 - 9x^2$
4) $3a + a - 7a - 8a - a$

430 Réduire les expressions suivantes :

1) $a^2 + a + a + a^2 + a^2$
2) $b + b^2 + b + b^3 + b^3 + b + b$
3) $a^2 + a^2 + a + a^3 + a + a^3 + a^2 + a^3$
4) $x + 2 + x + x + 3 + x + 1$

431 Réduire les expressions suivantes :

1) $15a^2 + 3a + 2a^2 + a + 6a$
2) $3x + 4 + 5x + x + 2$
3) $4x^2 + 9x + 2x^2 + 6 + 2x + 15$
4) $2y + 18y^2 + y + 4y + 5y^2$

432 Réduire les expressions suivantes :

1) $5a^3 + 8a^2 + 12a^3 - 3a^2$
2) $25x + 7x^2 - 3x^2 - 18x$
3) $2a^2 + 32a + 18a^2 - 19a - a^2$
4) $81x^2 + 14x + 32 - 19x^2 - 5 + 2x$

433 Réduire les expressions suivantes :

1) $3a^2 - 5a - 5a^2 + 7a$
2) $18a + 8 - 14a - 71$
3) $8x - 9x^2 - 91x + 8x^2$
4) $-14b^2 + 13b + 2b^2 - 41b^2 - 19b$

434 Les égalités suivantes sont-elles des identités ?

1) $a + a - b + a - b - a + b = 2a - b$
2) $2b - b + 3b - 4b = b$
3) $3x - 4y - 7y = 3x - 12y$
4) $4a + 5b + 3a - b + 6a = 12a + 4b$
5) $17x - 4y - 5y + 7x + 14y - 20x = 4x + 5y$
6) $-4b + 3a - b - 5a + 8b = -2a + 3b$

435 Les égalités suivantes sont-elles des identités ?

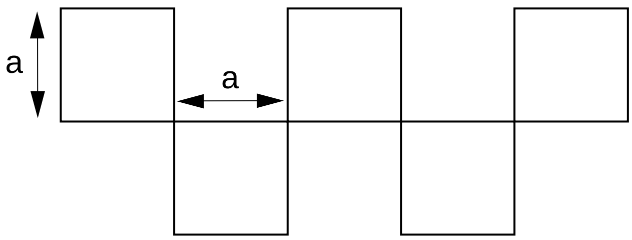
1) $4a^2 - a^2 - 5a^2 = -2a^2$
2) $3a^3 - 5a^3 - 7a^3 + a^3 = -8a^3$
3) $13y^2 - 14y^2 + 5y^2 - 17y^2 = -2y^2$
4) $3x^2 + 4x^2 - x^2 + 2x^2 - 5x^2 = 3x^2$
5) $-2b^3 + 6b^3 - 3b^3 + b^3 = 4b^3$
6) $-4a^3 - 7a^3 + 15a^3 - 6a^3 = 6a^2$

436 Les égalités suivantes sont-elles des identités ?

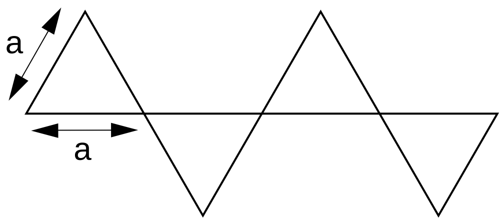
1) $2x^2 + 3x - x^2 - 5x = 3x^2 - 2x$
2) $3y + 4y^2 + 7y - 15y^2 - 6y = 11y^2 + 4y$
3) $2a^3 - a^2 - 7a^3 + 4a^2 = -5a^3 - 5a^2$
4) $-6x + 3 - 2x - 15 - 8x = -12$
5) $4 - 3b + 2 - 5b - 3 = -2b + 3$
6) $5y^2 + 3 - 4y + 2y^2 - 6 + 2y = 7y^2 - 2y - 3$

437 Exprimer la longueur de chacune des lignes suivantes par une formule :

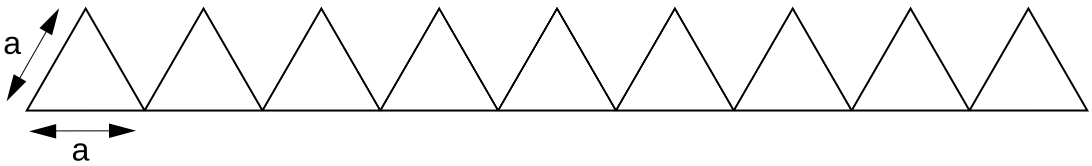
1)



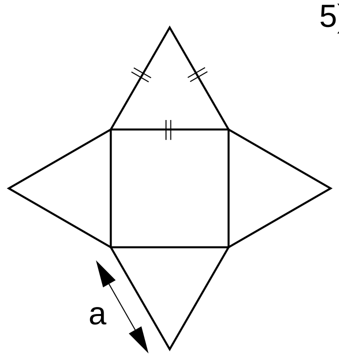
2)



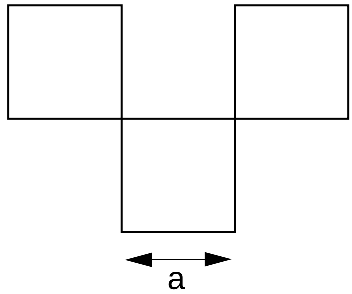
3)



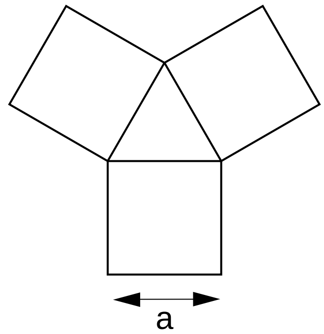
4)



5)



6)



438 Calculer :

1) $2 \cdot (3x)$
2) $2 \cdot (2a)$
3) $3 \cdot (5y)$
4) $(4b) \cdot 3$
5) $(6x) \cdot 5$

439 Calculer :

1) $12 \cdot (9x)$
2) $(15a) \cdot 7$
3) $2 \cdot (3a) \cdot 3$
4) $6 \cdot 2b$
5) $4 \cdot 5 \cdot 7b$

440 Calculer, puis réduire les expressions suivantes :

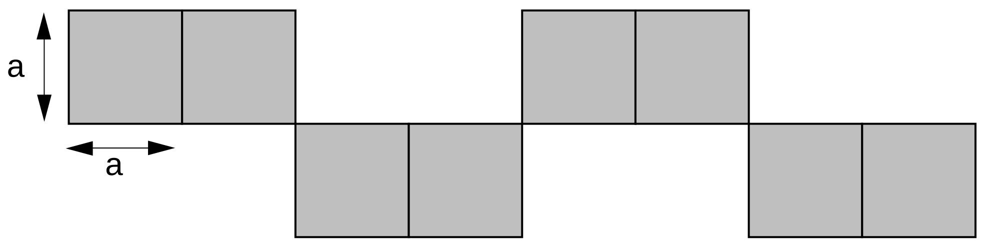
1) $13 \cdot (4a) + 2 \cdot (15a)$
2) $5 \cdot (9b) + 4 \cdot (7b)$
3) $3a \cdot 12 + 5 \cdot 3a$
4) $12x + 3 \cdot 6x + 2 \cdot x$
5) $(8a) \cdot 9 + 2 \cdot (7a) + 4 \cdot (16a)$

441 Calculer, puis réduire les expressions suivantes :

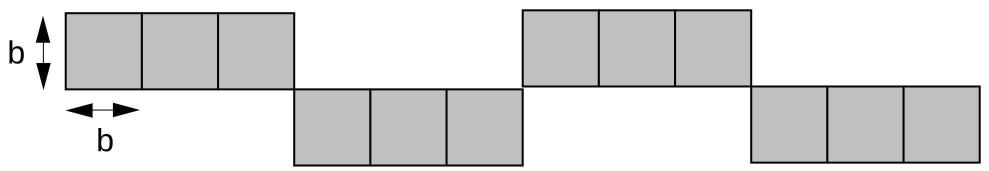
1) $3 \cdot (15b) - 3 \cdot (7b)$
2) $12 \cdot (4a) - 5 \cdot (5a) + 6a$
3) $7x - 3 \cdot (2x) + 9x \cdot 4$
4) $8x \cdot 2 + 4 \cdot 5x - 18x$
5) $15a \cdot 4 - 2 \cdot 13a - 3 \cdot 5a$

442 Exprimer l'aire de chacune des surfaces suivantes par une formule :

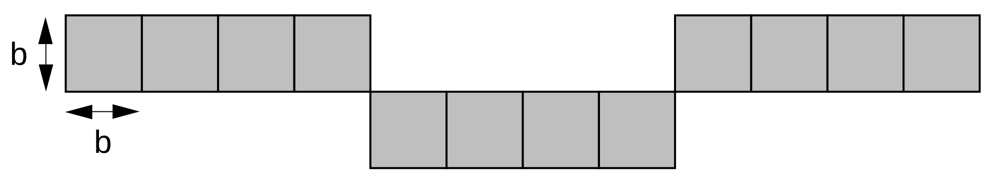
1)



2)

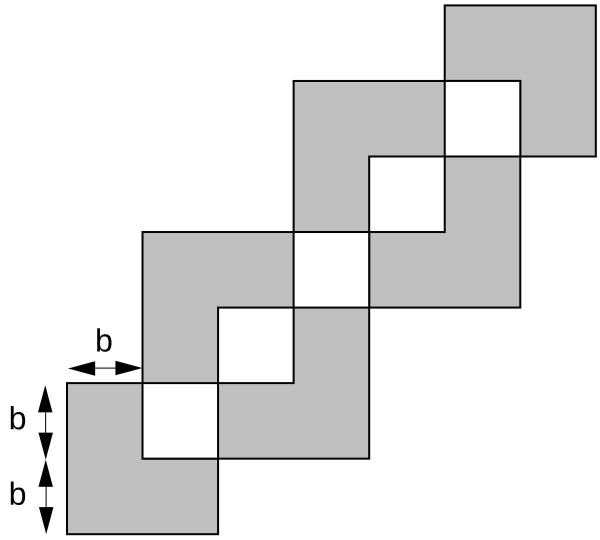


3)



442 (suite)

4)



443 Calculer :

1) $2 \cdot (3x^2)$
2) $4 \cdot (2a^2)$
3) $6 \cdot (5b^2)$
4) $3 \cdot (9a^3)$
5) $7 \cdot (4x^3)$

444 Calculer :

1) $15 \cdot (7x^4)$
2) $(15x^4) \cdot 7$
3) $5 \cdot (2a^2) \cdot 3$
4) $8 \cdot 3b^4$
5) $6y^2 \cdot 2$

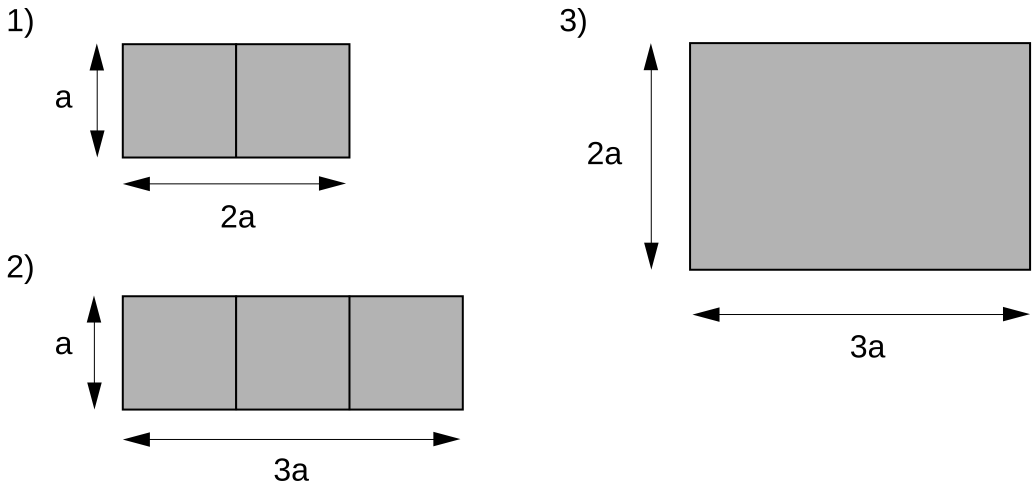
445 Calculer, puis réduire les expressions suivantes :

1) $2 \cdot (5x^2) + 3 \cdot (4x^2)$
2) $6 \cdot (3a^3) – 2 \cdot (5a^3)$
3) $(6y^2) \cdot 9 + 12 \cdot (15y^2)$
4) $3a^2 \cdot 70 – 2 \cdot 4a^2 \cdot 5$
5) $6x^3 \cdot 8 + 13 \cdot 3x^3 – 18x^3$

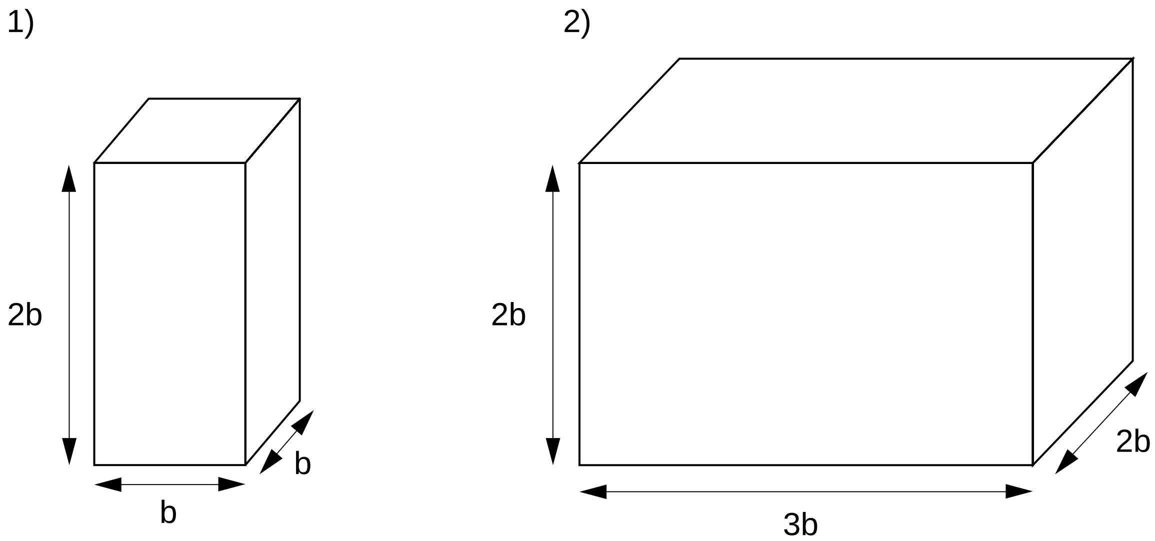
446 Calculer, puis réduire les expressions suivantes :

1) $3 \cdot (2a^2) + 4a + 2 \cdot (5a)$
2) $6 \cdot (12x^2) + 3 \cdot (9x) + 2 \cdot (17x^2) – 5 \cdot (4x)$
3) $(15a) \cdot 3 + 8 \cdot (7a^2) – 4 \cdot (9a) – 7 \cdot (8a^2)$
4) $2x \cdot 4 + 12 – x \cdot 3 + 8$

447 Exprimer l'aire de chacune des surfaces suivantes par une formule :



448 Exprimer le volume de chacun des corps suivants par une formule :



449 Calculer :

1) $a \cdot a$
2) $a \cdot (3a)$
3) $b \cdot (5b)$
4) $(4x) \cdot x$
5) $y \cdot (7y)$

450 Calculer :

1) $a \cdot a \cdot a$
2) $a \cdot (a^2)$
3) $(3x^2) \cdot x$
4) $x^2 \cdot (5x)$
5) $a \cdot 4a^2$

451 Calculer :

1) $(2a) \cdot (3a)$
2) $(4x) \cdot (5x)$
3) $(8y) \cdot (6y)$
4) $3x \cdot (15x)$
5) $3 \cdot (15x) \cdot x$

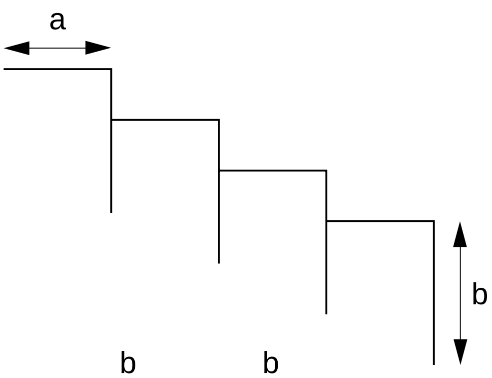
452 Calculer :

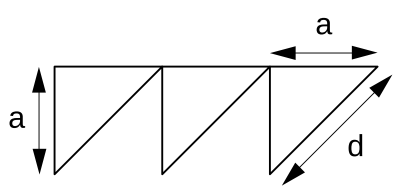
1) $(2a) \cdot (3a^2)$
2) $6x \cdot (4x) \cdot x$
3) $a \cdot 3a \cdot 5a$
4) $2y \cdot 4y^2 \cdot y$
5) $x \cdot 7x^3 \cdot x^2 \cdot 5$

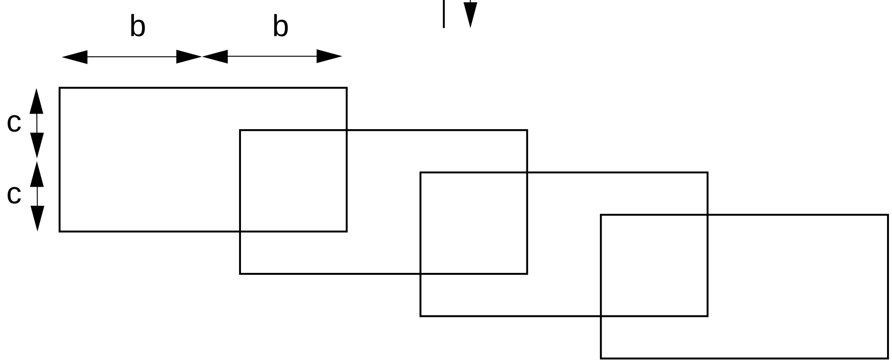
453 Calculer :

1) $3x \cdot 4x + 2 \cdot 5x^2$
2) $6a^2 \cdot 3 + 2a \cdot 5a – 4a^2$
3) $12a \cdot 3a \cdot 4a – 7a^2 \cdot 8a$
4) $3y \cdot 8y + 12y^2 – 5y \cdot 2y$

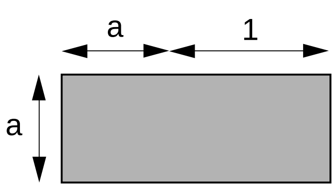
454 Calculer la longueur de chacune des lignes suivantes :

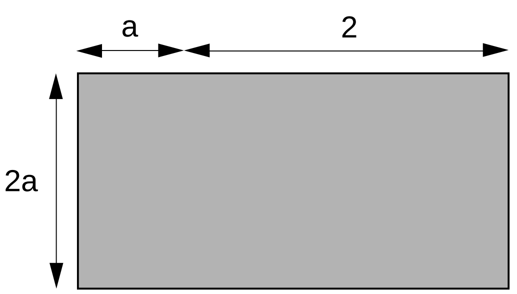
1)


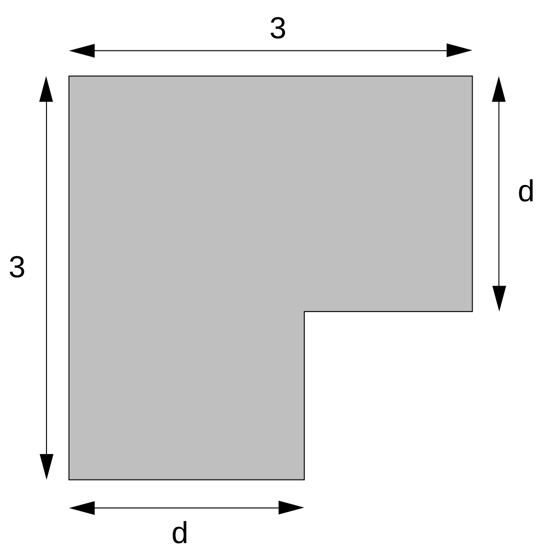
3)


2)


455 Donner pour chacune des surfaces suivantes une formule qui exprime son aire.

1)


2)


3)


456 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $2 \cdot (a + b)$
2) $3 \cdot (a + x)$
3) $5 \cdot (x - y)$
4) $(a + 4) \cdot 2$
5) $(x - 9) \cdot 15$

457 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $2 \cdot (2a + 3)$
2) $(5x - 8) \cdot 7$
3) $12 \cdot (3a + b)$
4) $(2x + 3y) \cdot 8$
5) $6 \cdot (5a - 2b)$

458 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $a \cdot (a + 3)$
2) $a \cdot (a^2 + 1)$
3) $(x^2 + 4) \cdot x$
4) $b \cdot (b + b^2)$
5) $a \cdot (a^2 + a)$

459 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $a \cdot (3a + 6)$
2) $x \cdot (5x^2 + 2x)$
3) $b \cdot (3b^2 + 5b)$
4) $(a^2 + 2a) \cdot a$
5) $(7b^2 - 6b) \cdot b$

460 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $2a \cdot (a + 3)$
2) $4x \cdot (5x - 2)$
3) $(3b + 4) \cdot 7b$
4) $(3x^2 + 2) \cdot 2x$
5) $3a \cdot (8 + 5a^2)$
6) $5b \cdot (2b + 7)$

461 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $x^2 \cdot (2x + x^2)$
2) $(3a - 9a^2) \cdot a^2$
3) $(2x^2 - 5) \cdot 3x^2$
4) $5x^2 \cdot (8x - 9)$
5) $7a^3 \cdot (3a^3 + 2a)$
6) $3x \cdot (5x^2 - 3x)$

462 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $4 \cdot (2x + 3y - 5)$
2) $7 \cdot (8a - 7b + 3c - 4)$
3) $(9x - 31y + 14) \cdot 5$
4) $(15c + 18d + a) \cdot 9$
5) $12 \cdot (-2a + 3b - 12)$
6) $(-x + 3y - 11) \cdot 17$

463 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $a \cdot (5a^2 + 3a + 7)$
2) $(2x - 3x^2 + 9) \cdot x$
3) $(4y) \cdot (12 - y^2 + 5y)$
4) $(-7x + 2x^2 - 8) \cdot 2x$
5) $x^2 \cdot (2x + x^2 + 3)$
6) $2a^2 \cdot (a^2 - 3a + 2)$

464 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $2 \cdot (x + 3) + 4 \cdot (2x + 1)$
2) $(2x + 7) \cdot 3 + 7 \cdot (2 + 3x)$
3) $5 \cdot (3a + b) + 2 \cdot (2b + 4a)$
4) $(a - b) \cdot 4 + 3 \cdot (2b - a)$
5) $3 \cdot (x - 5) + (2x + 12) \cdot 6$
6) $15 \cdot (2x - y) + 4 \cdot (x - 3y)$

465 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $3 \cdot (x^2 - 9x) + 5 \cdot (x - x^2)$
2) $5 \cdot (-a^2 + 7a) + 9 \cdot (2a - 5a^2)$
3) $2 \cdot (3x^2 - 5x + 3) + (2x^2 + 6x - 1)$
4) $7 \cdot (3x^2 - x) + 8 \cdot (x^2 - x + 1)$
5) $2 \cdot (b - 4) + 3 \cdot (4 - b)$
6) $12 \cdot (y + 5) + (3y - 6) \cdot 4$

466 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $a \cdot (a + 3) + a \cdot (5 + 2a)$
2) $3a \cdot (2 + a) + (2a + 3) \cdot 2a$
3) $x \cdot (5x - 2) + 3x \cdot (15 - x)$
4) $6y \cdot (y^2 - 4) + (3y^2 + 6) \cdot 2y$
5) $4x \cdot (15 - 3x) + (6x - 2) \cdot 9x$
6) $a \cdot (a^2 - a + 3) + (a^3 + 2a^2) \cdot 8$

467 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $2b \cdot (b^2 + 3b + 1) + b \cdot (5b + 4)$
2) $(6x^2 + 3x + 5) \cdot 4x + 5x \cdot (2x^2 + 7)$
3) $6a \cdot (a^2 - 3a) + (2a^2 + 7) \cdot 5a$
4) $(3y^2 + 5y - 6) \cdot 2 + 4y \cdot (7 - 8y)$
5) $8 \cdot (2a + 3b) + (4b - a) \cdot 7$
6) $(21x + 16y) \cdot 2 + 4 \cdot (9x - 5y)$

468 Les égalités suivantes sont-elles des identités ?

1) $4 \cdot (5x) = 20x$
2) $(16a) \cdot 3 = 19a$
3) $2 \cdot (3b) + 4 \cdot (5b) = 6b^2$
4) $6x \cdot 3 - 2 \cdot 8x + 3x = 5x$
5) $7 \cdot (6x^2) = 42x$
6) $5 \cdot (3x^2) - 4x^2 \cdot 8 = 17x^2$

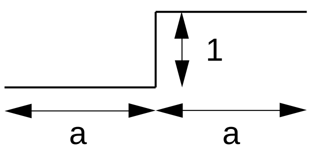
469 Les égalités suivantes sont-elles des identités ?

1) $a^2 \cdot 2a = 2a^2$
2) $(3x) \cdot (4x) = 7x^2$
3) $(7y)^2 \cdot (2y^2) = 14y^2$
4) $5a \cdot 3a - 7a^2 = 8a^2$
5) $14a \cdot a \cdot (2a) = 16a^3$

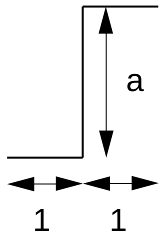
470 Appliquer la règle de distributivité pour vérifier que chacune des égalités suivantes est fausse :

1) $5 \cdot (x - y) = 5x - y$
2) $12 \cdot (2a + 3b) = 24a + 48b$
3) $a^2 \cdot (2a + 7) = 2a^3 - 7a^2$
4) $6 \cdot (3x + 2y - 8) = 18x + 16y - 48$
5) $x \cdot (x - 5) + (x - 5) \cdot x = 2x^2$

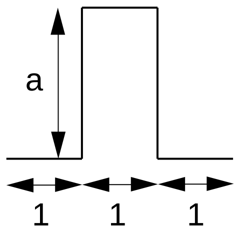
471 Exprimer par une formule la longueur de chacune des lignes suivantes :



Nous désignerons la longueur de cette ligne par la lettre E.



Nous désignerons la longueur de cette ligne par la lettre F.



Nous désignerons la longueur de cette ligne par la lettre G.

Calculer chacune des sommes suivantes. Dessiner chaque fois une ligne dont cette somme exprime la longueur.

1) E + F
2) E + G
3) F + G
4) E + E
5) G + G + G
6) E + F + G

472 Calculer les produits suivants :

1) $(-1) \cdot a$
2) $(-1) \cdot 3x$
3) $(-2) \cdot 5a$
4) $(-7) \cdot 8x$

473 Calculer les produits suivants :

1) $12 \cdot (-2b)$
2) $(-3x) \cdot 8$
3) $(-3) \cdot (-9a)$
4) $(-6) \cdot (-15c)$

474 Calculer les produits suivants :

1) $(-1) \cdot x^2$
2) $(-3) \cdot (4a^3)$
3) $(-5) \cdot (-2b^2)$
4) $(-6x^2) \cdot (-12)$

475 Calculer les produits suivants :

1) $4b^2 \cdot (-3)$
2) $(-3) \cdot 2x^3 \cdot (-5)$
3) $(-2) \cdot (-4a) \cdot (-7)$
4) $(3b^5) \cdot (-6)$

476 Calculer les produits suivants :

1) $(-a) \cdot a$
2) $b \cdot (-3b)$
3) $(-x) \cdot x \cdot (-x)$
4) $(-2b) \cdot (4b)$

477 Calculer les produits suivants :

1) $(-3b) \cdot (-2) \cdot (4b^2)$
2) $-2x \cdot (3x^2)$
3) $5a^2 \cdot (-4a)$
4) $(-3x^2) \cdot (-21x)$

478 Calculer les produits suivants :

1) $(-2x) \cdot (-9x^2)$
2) $9a^3 \cdot (-a^4)$
3) $(-2y) \cdot (3y^2)$
4) $-7a^2 \cdot (5a^3)$

479 Calculer les produits suivants :

1) $(-18a^3) \cdot (-3a^2)$
2) $(-4x) \cdot (-5x^2) \cdot 3x$
3) $17b^2 \cdot (-3b)$
4) $(-15y) \cdot (-4) \cdot (-2y^3)$

480 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $(-1) \cdot (a + b)$
2) $(-3) \cdot (x + y)$
3) $(-2) \cdot (a - b)$
4) $(c - 4) \cdot (-3)$

481 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $(-3) \cdot (2a + b)$
2) $(5x - 7) \cdot (-2)$
3) $-8 \cdot (a - 2b)$
4) $-4 \cdot (2b - 3c)$

482 Remplacer chacune des expressions suivantes par une expression égale, écrite sans parenthèses :

1) $-(2a - b)$
2) $-(x + 2y)$
3) $-(a^2 + 3a - 4)$
4) $-(2a^3 - 17a^2 + 3a)$

483 Remplacer chacune des expressions suivantes par une expression égale, écrite sans parenthèses :

1) $-(17a + 8b - 4c)$
2) $-(-12a + 17a^2)$
3) $-(-a^2 - 2a^3 + 7a - 1)$
4) $-(4x^2 - 4x + 14)$

484 Remplacer chacune des expressions suivantes par une expression égale, écrite sans parenthèses :

1) $-(-2a^2 + 3a - 7)$
2) $-(3x^2 + 2 - 2x)$
3) $-(3y - 5y^2 + 2)$
4) $-(-9a^2 + 7a - 13)$

485 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $(-a) \cdot (a + 1)$
2) $(-x) \cdot (2x + 3)$
3) $(-b) \cdot (b - 2)$
4) $(-a - 5) \cdot (-a)$

486 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $(-2a) \cdot (a + 4)$
2) $(-3b) \cdot (b - 9)$
3) $(-7a) \cdot (3a - 4)$
4) $(-2x - 6) \cdot (-8x)$

487 Développer chacun de ces produits en utilisant la distributivité :

1) $(-4x) \cdot (x^2 - 3x + 2)$
2) $(-a^3 + 2a - 8) \cdot (-5a)$
3) $-2a^2 \cdot (3a - 8)$
4) $(7b^2 - 12b - 4) \cdot (-5b^2)$

488 Réduire chacune des expressions suivantes :

1) $(3a + 2b - 4) + (5a + 8)$
2) $(-12a - 17b + 12c) + (21b - 24a + c)$
3) $(5a - x + 2) + (14x - 23a - 1)$
4) $(-2a - b + 2x) + (5a - 21b + 13x)$
5) $(4a + 17b - 9) + (3b - 15a + 2)$
6) $(12x - 3y) + (4 - 9y) + (5x - 8)$

489 Réduire chacune des expressions suivantes :

1) $(2a^2 + 5a) + (3a^2 - 7a)$
2) $(5x^2 + 3x) + (2x^3 - 9x^2 + 2x)$
3) $(12x^4 - 5x + 2) + (-4x^4 + 12x - 8)$
4) $(8a^3 + 12a - a^2) + (4a - 19a^3)$
5) $(-2y^2 + 5y + 2) + (21y^2 - 9y + 1)$
6) $(3x^2 - 57x) + (-21x^2 + 84x)$

490 Réduire chacune des expressions suivantes :

1) $-(2a + 3b) + (5a - b)$
2) $-(6x - 13y) + (4y - 5x)$
3) $-(4a - 9) + (7 - 30a)$
4) $-(4b - 12a + c) + (4c - 15a - 2b)$
5) $-(3x + 2y - 9) + (14 - 23x + 12y)$
6) $-(-8b + 4c + 3d) + (-9d + 2b - c)$

491 Réduire chacune des expressions suivantes :

1) $(2a + 3b) - (a + b)$
2) $(4x + 3y) - (2x + y)$
3) $(16a + 9) - (5a - 3)$
4) $(-5a + 3b + 1) - (8b + 2a)$
5) $-(-2a + 3b - 53) - (7a - b + 81)$
6) $-(-9x + 7a - 13b) - (-12a + 24x - 42b)$

492 Réduire chacune des expressions suivantes :

1) $-(18x^2 - 3x + 7) + (19x^2 + 13x + 1)$
2) $-(x^2 + x - 1) + (x^2 - x - 1)$
3) $-(3a - 7a^2 + 7a) + (3a^2 + 10a - 10a^2)$
4) $-(14x^2 + 2x - 1) + (12x - 3)$
5) $-(3x^2 - 5x + 2) + (-8x^2 + 7x)$
6) $-(-21a^2 + a^3 - a) + (14a^2 + 7a - 12a^3)$

493 Réduire chacune des expressions suivantes :

1) $(97x^2 + 8) - (13x^2 + 4)$
2) $(21x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 1)$
3) $(-5a + a^2) - (3a - 5a^2)$
4) $(2a - 3a^2) - (7a^2 + a^3 - 9a)$
5) $-(12x^3 - 7x^2 + x) - (-x^3 + x^2 - x)$
6) $-(-3b^2 + 72b) - (21b - 9b^2 - 4b)$

494 Compléter (oralement) pour que les égalités suivantes soient vraies :

1) $4a + 6 = 2 \cdot (2a + ...)$
2) $9b + 15 = 3 \cdot (3b + ...)$
3) $12x + 18 = 2 \cdot (..... + 9) = 6 \cdot (2x + ...)$
4) $5a + 10 = 5 \cdot (..... + 2)$
5) $8x + 4 = 2 \cdot (4x + ...) = 4 \cdot (..... + 1)$

495 Compléter (oralement) pour que les égalités suivantes soient vraies :

1) $4a + 10b = 2 \cdot (2a + ...)$
2) $6a^2 + 9 = 3 \cdot (..... + 3)$
3) $12a + 8b + 6 = 2 \cdot (..... + 4b + ...)$
4) $5x - 15 = 5 \cdot (x - .....)$
5) $4x^2 - 6x + 4 = 2 \cdot (..... - 3x + ...)$

496 Compléter (oralement) pour que les égalités suivantes soient vraies :

1) $3a^2 + 2a = a \cdot (3a + ...)$
2) $6x^2 + 5x = x \cdot (..... + 5)$
3) $2x^2 + 8x = x \cdot (2x + ...)$
4) $4a^2 + 6a = 2 \cdot (2a^2 + ...) = a \cdot (4a + ...)$
5) $8b + 6b^2 = 2 \cdot (..... + 3b^2) = b \cdot (..... + 6b)$

497 Recopier et compléter pour que les égalités suivantes soient vraies :

1) $$\begin{aligned} 16a + 12b + 20 &= 2 \cdot (..... + 6b + ...) \\ &= 4 \cdot (4a + ... + ...) \end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned} 18x + 12y &= 2 \cdot (9x + ...) \\ &= 3 \cdot (..... + 4y) \\ &= 6 \cdot (..... + ...) \end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned} 45b - 18 &= 3 \cdot (..... - 6) \\ &= 9 \cdot (..... - .....) \end{aligned}$$

4) $$21a - 28b = 7 \cdot (..... - .....)$$

5) $$\begin{aligned} 8a^2 - 12a &= 2 \cdot (4a^2 - .....) \\ &= 4 \cdot (..... - 3a) \\ &= a \cdot (8a - .....) \\ &= 2a \cdot (..... - 6) \\ &= 4a \cdot (..... - .....) \end{aligned}$$

6) $$\begin{aligned} 36b + 24b^2 &= 2 \cdot (..... + ...) \\ &= 3 \cdot (..... + ...) \\ &= 4 \cdot (..... + ...) \\ &= 6 \cdot (..... + ...) \\ &= 12 \cdot (..... + ...) \\ &= b \cdot (..... + ...) \\ &= 3b \cdot (..... + ...) \\ &= 12b \cdot (..... + ...) \end{aligned}$$

498 Mettre en évidence le plus grand entier possible :

1) $4a + 4$	4) $12b - 24$	7) $3a + 3b$	10) $121x + 11y$
2) $3x + 3$	5) $6y + 18$	8) $5x - 5y$	11) $15a + 5b$
3) $3a + 15$	6) $15 + 45a$	9) $7a - 21b$	12) $12y - 36x$

499 Mettre en évidence le plus grand entier possible :

1) $4a + 6$	4) $28a + 42$	7) $33a + 12b$	10) $154a - 33b$
2) $6 + 9b$	5) $12 - 18x$	8) $49y - 84x$	11) $100c + 24d$
3) $8x - 12$	6) $30a + 45$	9) $96x + 84y$	12) $45x - 81y$

500 Mettre en évidence le plus grand entier possible :

1) $30a + 135b + 90$	3) $20c + 40d - 64$	5) $120a + 210 - 135b$
2) $18x - 72 + 30y$	4) $44 - 77x + 110y$	6) $104 + 91b + 143a$

501 Mettre un monôme en évidence :

1) $2a^2 + 3a$	5) $2a^2 + a$	9) $15x^4 + 7x^2$
2) $5b + 8b^2$	6) $b - b^2$	10) $8a^3 - 5a$
3) $4x^2 - 3x$	7) $4a^3 + 5a^2$	11) $12b^5 - 5b^3$
4) $15y + 4y^2$	8) $2b^2 - 3b^3$	12) $4a^3 + 2a - 5a^2$

502 Mettre un monôme en évidence :

1) $4a^2 - 6a$	5) $48y^2 + 28y$	9) $175a - 225a^2$
2) $15b + 21b^2$	6) $30a - 45a^2$	10) $110b^3 + 170b^2$
3) $10x^2 + 45x$	7) $42x^2 - 48x$	11) $48x^2 + 108x^3$
4) $6b - 8b^2$	8) $24y + 40y^2$	12) $75b^2 - 105b^3$

503 Mettre un monôme en évidence :

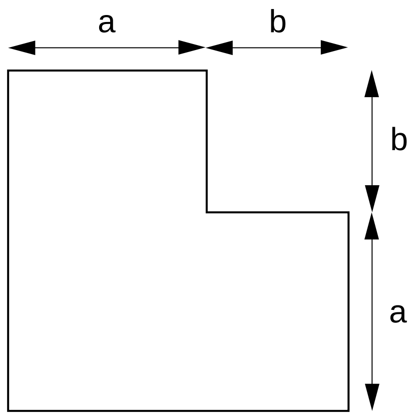
1) $6x^2 + 4x + x^2$	4) $15x^3 + 45x^2 + 30x^4$
2) $28b^3 - 24b^2 + 32b$	5) $32a^4 - 32a^2 - 40a^3$
3) $24a + 60a^3 - 48a^2$	6) $-48b^4 + 12b^5 - 42b^3$

504 La largeur d'un rectangle est x. Sa longueur mesure le double de sa largeur.

1) Exprimer sa longueur par une formule.
2) Exprimer son périmètre par une formule. Utiliser cette formule pour calculer le périmètre si $x = 3{,}7$ cm.
3) Exprimer son aire par une formule. Utiliser cette formule pour calculer l'aire si $x = 3{,}7$ cm.

505 1) Exprimer le périmètre de cette figure par une formule.

2) Calculer son périmètre lorsque $a = 8,5$ cm et $b = 5$ cm.

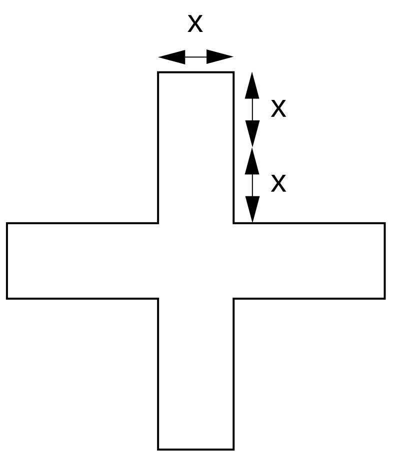


506 La largeur d'un rectangle est y . Sa longueur est le triple de sa largeur.

1) Exprimer sa longueur par une formule.
2) Donner une formule qui exprime son périmètre.
3) Calculer son périmètre lorsque $y = 17,2$ cm.

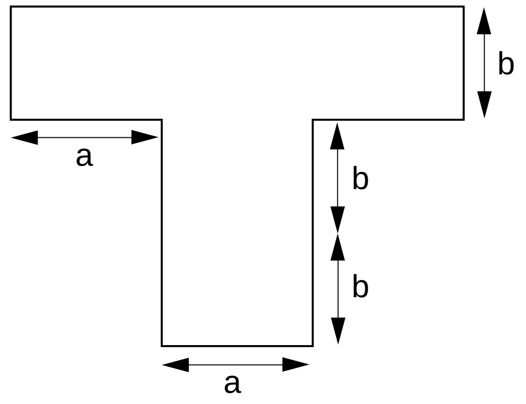
507 1) Écrire une formule qui exprime le périmètre de cette croix.
Calculer son périmètre lorsque $x = 6$ cm.

2) Donner une formule qui exprime l'aire de la croix.
Calculer son aire lorsque $x = 6$ cm.

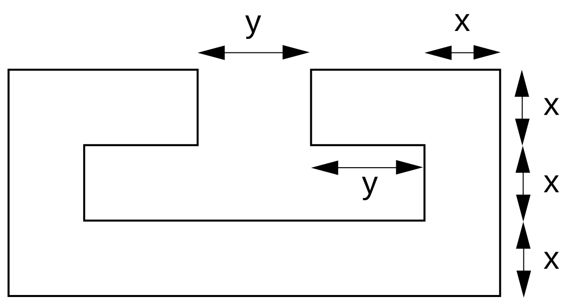


508 1) Donner une formule qui exprime le périmètre de cette figure.

2) Calculer son périmètre lorsque $a = 4,5$ cm et $b = 3,5$ cm.



509 Donner une formule qui exprime le périmètre de cette figure.



510 La largeur d'un rectangle est x. Sa longueur mesure 6 cm de plus que sa largeur.

1) Exprimer sa longueur par une formule.
2) Exprimer son périmètre par une formule.
3) Exprimer son aire par une formule.

511 Le coût d'un trajet en taxi se calcule à raison de 1,50 fr. le kilomètre, puis on ajoute 5 fr. de prise en charge.

1) Combien coûte un trajet de 6 km ?
2) Donner une formule qui exprime le coût d'un trajet de x kilomètres.

512 Le prix d'un abonnement de ski est de 18 fr. pour un adulte, de 14 fr. pour un enfant.

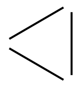
1) Combien faut–il payer pour 3 adultes et 5 enfants ?
2) Exprimer par une formule le prix à payer pour x adultes et y enfants.

513 On achète 48 bouteilles de vin. Il y a x bouteilles de vin rouge. Les autres sont des bouteilles de vin blanc. Une bouteille de vin rouge coûte 8 fr. et une bouteille de vin blanc coûte 5 fr.

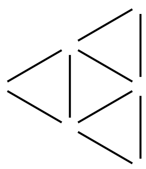
Exprimer par une formule :

1) le nombre de bouteilles de vin blanc
2) le prix des bouteilles de vin rouge
3) le prix des bouteilles de vin blanc
4) le prix des 48 bouteilles.

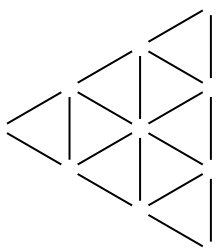
514 Une première personne place trois allumettes sur une table :



Une deuxième personne place 6 allumettes supplémentaires pour former la figure suivante :



Une troisième personne ajoute encore des allumettes pour former la figure suivante :



Et ainsi de suite.

Par quelle formule peut-on exprimer le nombre d'allumettes placées par la x-ème personne ?

515 Un porte-monnaie contient x pièces de 5 fr., ainsi que des pièces de 2 fr. et de 1 fr. Le nombre de pièces de 1 fr. est supérieur de quatre au nombre de pièces de 5 fr., et le nombre de pièces de 2 fr. est inférieur de deux à celui des pièces de 5 fr.

Par quelles formules peut-on exprimer :

1) le nombre de pièces de 1 fr. ?
2) le nombre de pièces de 2 fr. ?
3) la somme totale contenue dans le porte-monnaie ?

516 Pierre a x francs. Marie a deux fois plus d'argent que Pierre.
Lydia a 50 fr. de moins que Pierre et Marie réunis.

Donner des formules qui expriment :

1) la somme qu’a Marie
2) la somme qu’a Lydia
3) la somme totale qu’ont ces trois personnes.

517 Un héritage doit être partagé entre trois personnes : David, Claude et Isabelle. D'après le testament, David doit recevoir la même somme que Claude et Isabelle réunis. Claude doit recevoir 2000 fr. de moins qu'Isabelle.

On désigne par x la somme que recevra Isabelle.

1) Donner des formules qui expriment les parts des deux autres héritiers ainsi que l'héritage total.
2) Utiliser ces formules pour calculer la part de chacun et la somme totale dans le cas où la part d'Isabelle est de 5000 fr.

518 Le côté d'un carré mesure x cm. On diminue deux côtés parallèles de 15 cm chacun et on allonge les deux autres côtés de 15 cm chacun. On obtient ainsi un rectangle (si $x > 15$).

Ecrire des formules qui expriment :

1) la longueur du rectangle
2) la largeur du rectangle
3) l'aire du rectangle.

519 Un commerçant achète x oeufs à 35 ct. la pièce.

1) Exprimer par une formule le prix payé par le commerçant.
2) 14 oeufs sont cassés pendant le transport. Exprimer par une formule le nombre d'oeufs restants.
3) Ces oeufs sont revendus 45 ct. la pièce. Exprimer par une formule la somme encaissée par le commerçant.
4) Le commerçant a-t-il perdu de l’argent, ou en a-t-il gagné?

520 La différence entre deux nombres est de 27. La lettre x désigne le plus petit de ces deux nombres.

Donner des formules qui expriment :

1) le plus grand des deux nombres
2) le double du plus grand des deux nombres.

521 Sarah a x francs. Albert a 22 fr. de moins que Sarah. Albert donne la moitié de ce qu'il a à Claude.

Donner des formules qui expriment :

1) la somme qu'avait Albert avant le partage
2) la somme que reçoit Claude.

522 Dans une salle de gymnastique, des élèves sont placés sur trois rangées. La deuxième rangée compte le double d'élèves de la première et la troisième rangée compte un élève de plus que la deuxième.

Il y a x élèves dans la première rangée.
Exprimer par une formule :

1) le nombre d'élèves de la deuxième rangée
2) le nombre d'élèves de la troisième rangée.

523 On place une barrière de chaque côté d'un tronçon de route de longueur x . On plante un piquet tous les mètres. La barrière coûte 4 fr. le mètre et les piquets coûtent 3 fr. pièce.

1) Donner une formule qui exprime le prix total.
2) Utiliser cette formule pour calculer le prix lorsque $x = 100$ m.

524 Pour entourer un champ rectangulaire d'une barrière, on plante un piquet de mètre en mètre, en commençant par un des coins du champ.
La barrière coûte 5 fr. le mètre et les piquets coûtent 2 fr. pièce.
La largeur du champ est x, et sa longueur est y .

1) Exprimer le prix de revient de la barrière par une formule.
2) Utiliser cette formule pour calculer ce prix lorsque le champ mesure 15 mètres sur 40 mètres.

525 On désigne par x un nombre entier quelconque.

Ecrire :

1) le double de cet entier
2) le quintuple de cet entier
3) cet entier augmenté de 4
4) le triple de cet entier, augmenté de 2
5) cet entier diminué de 3
6) l'entier qui suit x
7) l'entier qui précède x.

526 Trois nombres entiers sont dits consécutifs s'ils se suivent immédiatement (par exemple 12, 13 et 14).

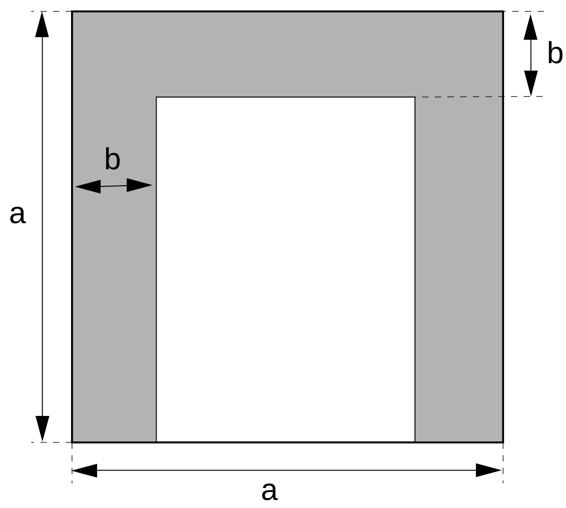
1) Ecrire trois nombres entiers consécutifs dont le premier est noté x.
2) Donner une formule qui exprime la somme de ces trois nombres.

527 Un nombre est formé de 2 chiffres identiques. Écrire ce nombre à l'aide d'une formule en désignant un des chiffres par la lettre x.

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

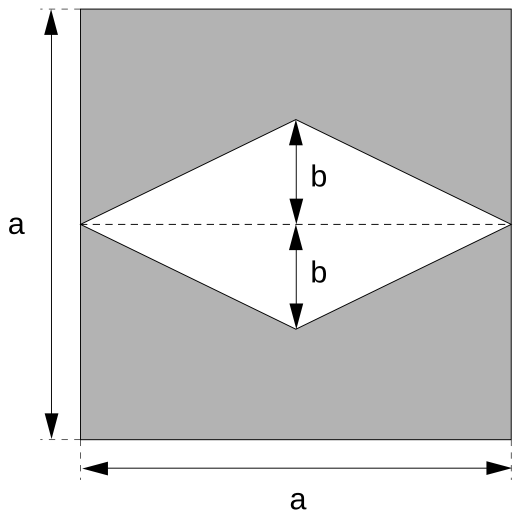
528 1) Calculer l'aire de la surface ombrée lorsque $a = 10$ cm et $b = 2$ cm.

2) Exprimer cette aire par une formule en utilisant les lettres a et b.



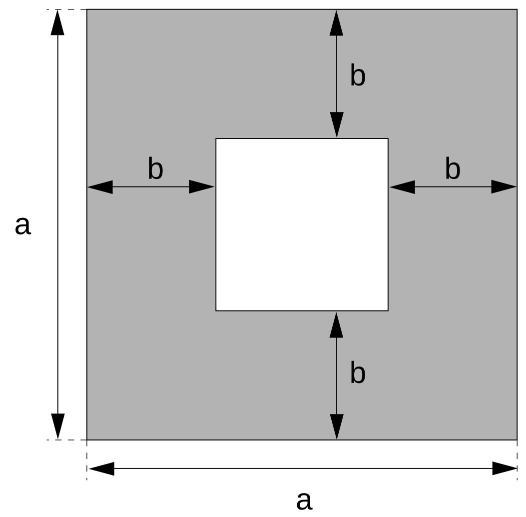
529 1) Calculer l'aire de la surface ombrée lorsque $a = 10$ cm et $b = 3$ cm.

2) Exprimer cette aire par une formule en utilisant les lettres a et b.



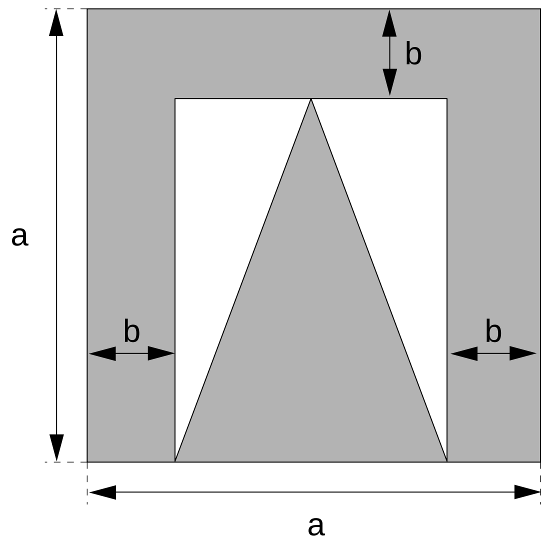
530 1) Calculer l'aire de la surface ombrée lorsque $a = 9$ cm et $b = 2{,}5$ cm.

2) Exprimer cette aire par une formule en utilisant les lettres a et b.



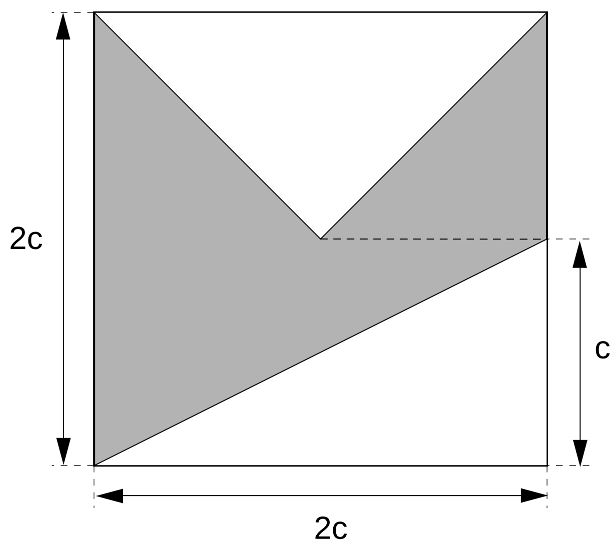
531 1) Calculer l'aire de la surface ombrée lorsque $a = 12$ cm et $b = 2$ cm.

2) Exprimer cette aire par une formule en utilisant les lettres a et b.



532 1) Calculer l'aire de la surface ombrée lorsque $c = 4$ cm.

2) Exprimer cette aire par une formule en utilisant la lettre c.



533 La somme de trois nombres est égale à 185. On désigne par la lettre x le plus petit de ces trois nombres. Le deuxième nombre est égal au double du premier.

Exprimer par une formule :

1) le deuxième nombre
2) le troisième nombre
3) le tiers du deuxième nombre
4) le double du troisième nombre.

534 Une tondeuse à gazon consomme un mélange d'essence et d'huile.
Un bidon de 20 litres de ce mélange contient 19 litres d'essence et 1 litre d'huile.

Exprimer par une formule :

1) le nombre de litres d’huile contenus dans x litres de ce mélange
2) le nombre de litres d'essence contenus dans x litres de ce mélange
3) le prix de x litres de ce mélange si l'essence coûte 1 fr. le litre et l'huile coûte 3 fr. le litre.

535 Un mélange de vin contient : 40% de vin à 6 fr. le litre
60% de vin à 9 fr. le litre.

Exprimer par une formule :

1) la quantité de vin à 6 fr. le litre, contenue dans 1 litre de ce mélange
2) la quantité de vin à 9 fr. le litre, contenue dans 1 litre de ce mélange
3) la quantité de vin à 6 fr. le litre, contenue dans x litres de ce mélange
4) la quantité de vin à 9 fr. le litre, contenue dans x litres de ce mélange
5) le prix de x litres de ce mélange.

536 Un examen dure x minutes . Un élève a passé un quart de son temps à résoudre le premier problème et un huitième de son temps à résoudre le deuxième. Il lui reste trois problèmes à résoudre.

Donner une formule qui exprime :

1) le nombre de minutes passées à résoudre le premier problème
2) le nombre de minutes passées à résoudre les deux premiers problèmes
3) le nombre de minutes qui restent pour résoudre les trois derniers problèmes
4) le nombre de minutes qui restent, en moyenne, par problème.

537 On trouve en magasin des "briques" de jus d'orange d'une capacité de 1 litre et des bouteilles de jus de pamplemousse d'une capacité de 0,5 litres.
On a fait un mélange dont la moitié est du jus d'orange et la moitié du jus de pamplemousse.
On désigne par x le nombre de bouteilles de jus de pamplemousse employées pour faire le mélange.

Exprimer par une formule :

1) le nombre de litres de mélange obtenus
2) le nombre de litres de jus d'orange employés.

538 Substituer $a = -2$ et $b = +5$ dans les expressions suivantes, et calculer :

1) $(a^2 + b - 2ab) - (2a^2 + 3b)$
2) $(3a + 2b^2) - (5a + b^2)$
3) $-(5a^2b - b^2) - (-3a^2b + b^2)$
4) $-(3a - 2b + a^2) + (5a - 3b + 2a^2)$
5) $-(7a^2 - b) - (2a^2 + 8b)$
6) $(11a - 2b^2) - (9a - 4b^2)$

539 Compléter par des monômes pour obtenir des identités :

1) ..... $- 5x +$ ..... $- 5x^2 + 3x = -2x^2$
2) $6a^2$ ..... $- 5 - 7a$ .... $= 17a^2 - 4a + 7$
3) ..... $+ 14b + 17ac - 5a$ .... $= 4ac - 7b + 8a$
4) ..... $- 16$ .... $- 14x^2 + 8x = 5x^2 + 5x + 5$

540 Que faut-il ajouter à

1) $x - y$ pour obtenir x ?
2) $a^2 - b^2$ pour obtenir $2a^2$?
3) $x + y + z$ pour obtenir $x - z$?
4) $x^3 + x^2 - x$ pour obtenir $2x^3 - x^2 + 2x$?
5) $a^2 + b^2$ pour obtenir $a^2 - b^2$?
6) $2x^2 + y^2 - z^2$ pour obtenir $4x^2 + y^2 + 2z^2$?

541 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $4a^2b \cdot (2a + 3b^2 + 5ab)$
2) $5ab \cdot (3a^2 + 2ab - 9a^3)$
3) $5a^3b^2 \cdot (2a + 3a^2b + 12b)$
4) $2a^2 \cdot (3a + a^2 + 2)$
5) $5ab \cdot (7b^2 + 2a^2b + 8a)$
6) $9a^2b \cdot (ab^2 + a - 5b^2)$

542 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $2 \cdot (3x^2 - 5x + 2) + 3 \cdot (8x^2 - x)$
2) $-5 \cdot (2x^2 - 5) + 7 \cdot (-3x^2 + 1)$
3) $8 \cdot (3x + 1) + 3 \cdot (2x^2 - 5x + 2)$
4) $7 \cdot (3x^2 - x) + 8 \cdot (x^2 - x + 1)$
5) $-12 \cdot (3x^2 + x + 1) - 2 \cdot (x^2 - 5)$

6) $8 \cdot (3x^2 - x + 3) - 3 \cdot (x^2 - 9x)$

543 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $3 \cdot (x^2 - 9x) + 5 \cdot (x - x^2)$
2) $5 \cdot (-a^2 + 7a) - 9 \cdot (2a - 5a^2)$
3) $2 \cdot (3x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 6x - 1)$
4) $3 \cdot (-2y^3 + 5y + 2y^2) + 4 \cdot (y^3 - 2y - y^2)$
5) $-2 \cdot (3a - a^2) - 9 \cdot (4a + 5a^2)$
6) $-4 \cdot (a^2 + 7a^3 + a) + 3 \cdot (-a^2 + 2a^3 - 7a)$

544 Développer en utilisant la distributivité, puis réduire :

1) $-9 \cdot (x^2 - 2x + 3) + 2 \cdot (-x^2 + 3x - 1)$
2) $2 \cdot (x^3 - 5x^2 + 13x) - 3 \cdot (2x^3 - 9x^2 - x)$
3) $-2 \cdot (a^2 + 7a) + 7 \cdot (-3a + 8a^2)$
4) $5 \cdot (-4x^2 - 12x) - 2 \cdot (-30x + 3x^2)$
5) $-2 \cdot (x^2 - 5x + 2) - 3 \cdot (-x^2 + 7x)$
6) $-9 \cdot (2u^2 - 7u) + 8 \cdot (u - 4u^2)$

545 Faire une mise en évidence :

1) $6x^3 + 6x^2 - 2x$
2) $5x^4 - 2x^3$
3) $56x + 24y$
4) $12x^3 + 12x^2y - 48x^2$
5) $8x^3 - 20x^2$
6) $3x^5 + 2x^4 + 7x^3$

546 Faire une mise en évidence :

1) $6a^4b - 15a^5$
2) $10ax^3 - 5x^3 + 10x^2$
3) $18a^2x + 27ax^2$
4) $15axy + 25bxy - 10cxy$

547 Faire une mise en évidence lorsque c'est possible :

1) $10x^2y + 4xy$
2) $-6x^3 + 9x^2y + 15x^2$
3) $2x^2 - 5xy + 3y^2$
4) $60a^4 + 24a^2b - 48a^3$
5) $16a^2 + 15a^3 - 10$
6) $2x^3y - 5x^2y^2$

548 Faire une mise en évidence :

1) $24x^3 + 15x^2y$
2) $10x^4y - 14x^2y^2$
4) $6xy + 3y^2$
5) $20x^2 - 32x^3$

5 LES ÉQUATIONS

THÉORIE

1. LES ÉQUATIONS

Il est souvent utile d'employer le calcul littéral pour chercher la solution d'un problème comme le suivant:

Problème 1 Nora et Adrien ont ensemble 69 billes.
Nora en a 7 de plus qu'Adrien.
Combien en ont-ils chacun?

Solution Appelons x le nombre de billes qu'a Adrien.

Nora a alors $x + 7$ billes.

Ensemble ils ont 69 billes, donc $x + (x + 7) = 69$.

Cette égalité n'est vérifiée que pour une seule valeur de x.

Cette valeur est 31, car si nous remplaçons x par 31 dans $x + (x + 7)$ nous obtenons bien

$$\begin{aligned} x + (x + 7) &= 31 + (31 + 7) \\ &= 31 + 38 \\ &= 69\ . \end{aligned}$$

Nous avons donc trouvé la solution du problème: Adrien a 31 billes et Nora en a 38.

Nous avons appris en 7e qu'une égalité comme $x + (x + 7) = 69$ s'appelle une **équation**.

La lettre x employée dans cette équation s'appelle **l'inconnue** de l'équation.

Résoudre une équation comme $x + (x + 7) = 69$, c'est chercher le nombre par lequel il faut remplacer x dans l'équation pour que l'égalité soit vérifiée. Ce nombre s'appelle **la solution** de l'équation.

La solution de l'équation $x + (x + 7) = 69$ est 31. On écrit: $x = 31$.

Une équation comme $x + (x + 7) = 69$ comporte un **membre de gauche** et un **membre de droite**, séparés par le signe "égal":

$$\underbrace{x + (x + 7)}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{69}_{\text{membre de droite}}$$

Pour résoudre une équation comme $x + (x + 7) = 69$, nous appliquerons les deux propriétés suivantes de l'égalité:

> 1. Une égalité reste vraie si on ajoute (ou si on soustrait) le même nombre à chaque membre.

Exemple $1 + 6 = 3 + 4$

et

$$(1 + 6) + 2 = (3 + 4) + 2$$

> 2. Une égalité reste vraie si on multiplie (ou si on divise) chaque membre par le même nombre (différent de 0).

Exemple $1 + 6 = 3 + 4$

et

$$(1 + 6) \cdot 5 = (3 + 4) \cdot 5$$

Nous allons appliquer ces propriétés pour résoudre l'équation

$$x + (x + 7) = 69 .$$

Résolution

EXPLICATIONS	CALCULS
l'équation à résoudre est	$x + (x + 7) = 69$
on réduit la suite d'opérations dans le membre de gauche	$2x + 7 = 69$
on soustrait 7 de chaque membre, pour n'avoir que l'inconnue x dans le membre de gauche	$(2x + 7) - 7 = 69 - 7$
on effectue les opérations	$2x = 62$
on divise chaque membre de l'équation par 2, qui est le coefficient de l'inconnue x	$x = 31$
31 est la solution de l'équation $x + (x + 7) = 69$	

Vérification

Pour vérifier nos calculs, nous remplaçons x par 31 dans le membre de gauche de l'équation $x + (x + 7) = 69$, comme nous l'avons déjà fait à la page précédente.

2. QUELQUES EXEMPLES

Voici d'autres exemples qui illustrent cette méthode.

Problème 2 Si on ajoute 12 à un nombre, on obtient 35.
Quel est ce nombre?

Mise en équation Désignons le nombre qu'on cherche par x.
L'énoncé du problème nous dit alors que

$$x + 12 = 35 .$$

Résolution

l'équation à résoudre est	$x + 12 = 35$
on soustrait 12 de chaque membre	$(x+ 12) - 12 = 35 - 12$
on effectue les opérations	$x = 23$
23 est la solution de l'équation $x + 12 = 35$	

Réponse au problème: le nombre cherché est 23 .

Vérification

Si on ajoute 12 à 23, on obtfient 35,

$$\begin{aligned} x + 12 &= 23 + 12 \\ &= 35 \end{aligned}$$

comme le problème l'exige.

Problème 3 L'aire d'un triangle mesure 21 cm^2. Sa base mesure 7 cm. Combien mesure la hauteur qui correspond à cette base ?

Rappel: l’aire d'un triangle se calcule avec la formule:

$$\frac{b \cdot h}{2} = A$$

où A désigne l'aire, b désigne la base et h désigne la hauteur correspondante.

Mise en équation On va désigner par x la mesure de la hauteur cherchée. On exprimera cette mesure en centimètres.

On a alors, en employant la formule qu'on vient de rappeler:

$$\frac{7 \cdot x}{2} = 21$$

et c'est cette équation qu'il faut résoudre.

Résolution

l'équation à résoudre est	$\frac{7 \cdot x}{2} = 21$
on multiplie les deux membres par 2	$7x = 42$
on divise chaque membre par 7	$x = 6$
la solution de l'équation est 6	

Réponse au problème: la hauteur cherchée mesure 6 cm.

Vérification

Si la base d'un triangle mesure 7 cm, et si la hauteur qui correspond à cette base mesure 6 cm, alors l'aire de ce triangle est

$$\frac{7 \cdot 6}{2} = 7 \cdot 3 = 21 \text{ cm}^2$$

Variante L'équation $\frac{7 \cdot x}{2} = 21$ peut aussi s'écrire:

$$\frac{7}{2} \cdot x = 21$$

On divise alors chaque membre par $\frac{7}{2}$. On obtient $x = 21 : \frac{7}{2} = 6$.

Problème 4 Trouver un nombre dont le quadruple diminué de 7 est 11.

Mise en équation On utilisera la lettre x pour représenter le nombre qu'on cherche. L'énoncé du problème nous dit alors que

$$4x - 7 = 11$$

C'est cette équation qu'il faut résoudre pour trouver le nombre cherché.

Résolution

l'équation à résoudre est	$4x - 7 = 11$
on additionne 7 à chaque membre	$(4x - 7) + 7 = 11 + 7$
on effectue les opérations	$4x = 18$
on divise chaque membre par 4	$x = \frac{18}{4}$
on simplifie la fraction	$x = \frac{9}{2}$
la solution de l'équation est $\frac{9}{2}$	

Réponse au problème: le nombre cherché est $\frac{9}{2}$.

Vérification

Si on calcule le quadruple de $\frac{9}{2}$, diminué de 7, on trouve

$$4 \cdot \frac{9}{2} - 7 = 18 - 7 = 11,$$

comme le problème l'exige.

EXERCICES ORAUX

Résoudre oralement les équations suivantes (exercices 551 à 561) :

551 1) $2x = 6$ 2) $5x = 20$ 3) $27 = 3x$ 4) $6x = 54$ 5) $75 = 5x$ 6) $4x = 84$

552 1) $7x = 91$ 2) $3x = 78$ 3) $140 = 4x$ 4) $105 = 7x$ 5) $9x = 108$ 6) $5x = 235$

553 1) $8x = 136$ 2) $9x = 189$ 3) $135 = 3x$ 4) $12x = 72$ 5) $8x = 0$ 6) $15x = 90$

554 1) $18x = 54$ 2) $34x = 170$ 3) $45x = 135$ 4) $32x = 0$ 5) $28 = 4x$ 6) $6x = 72$

555 1) $10x = -10$ 2) $5x = -10$ 3) $-30 = 3x$ 4) $6x = -42$ 5) $13x = -65$ 6) $8x = -96$

556 1) $9x = -315$ 2) $4x = -168$ 3) $12x = -96$ 4) $-250 = 5x$ 5) $7x = -119$ 6) $2x = -28$

557 1) $-4x = 16$ 2) $-16x = 96$ 3) $54 = -2x$ 4) $-5x = 110$ 5) $-11x = 143$ 6) $-6x = 240$

558 1) $2x = \frac{5}{3}$ 2) $5x = \frac{4}{5}$ 3) $7x = \frac{8}{3}$ 4) $8x = \frac{3}{16}$ 5) $\frac{2}{9} = 3x$ 6) $8x = \frac{3}{7}$

559 1) $4x = -\frac{9}{2}$ 2) $-4x = \frac{7}{15}$ 3) $-\frac{13}{5} = 9x$ 4) $-7x = \frac{1}{8}$ 5) $-2x = -\frac{7}{6}$ 6) $5x = -\frac{1}{6}$

560
1) $\frac{4}{3}x = 1$
2) $\frac{2}{5}x = 11$
3) $\frac{7}{13}x = 2$
4) $7 = \frac{10}{3}x$
5) $\frac{1}{8}x = 5$
6) $\frac{9}{4}x = 7$

561
1) $\frac{9}{11}x = -10$
2) $5 = -\frac{11}{4}x$
3) $\frac{7}{12}x = -7$
4) $-\frac{9}{14}x = -5$
5) $-\frac{13}{3}x = 20$
6) $\frac{8}{35}x = -1$

562 Pour chacun des problèmes suivants, donner l'équation qui permettra d'en trouver la solution.

1) Le double d'un nombre est 34. Quel est ce nombre ?
2) Le triple d'un nombre est 171. Quel est ce nombre ?
3) Le quintuple d'un nombre est 28. Quel est ce nombre ?
4) La moitié d'un nombre est 15. Quel est ce nombre ?
5) Le tiers d'un nombre est 8,5. Quel est ce nombre ?
6) Les trois quarts d'un nombre sont égaux à 16. Quel est ce nombre ?

563 Pour chacun des problèmes suivants, donner l'équation qui permettra d'en trouver la solution.

1) Quel est le nombre dont le double est 68 ?
2) Quel est le nombre dont le tiers est 16 ?
3) Quel est le nombre dont les deux tiers sont égaux à 16 ?

Résoudre les équations suivantes (exercices 564 à 567) :

564
1) $x + 9 = 14$
2) $8 + x = 23$
3) $47 = x + 5$
4) $x + 18 = 41$
5) $42 = x + 25$
6) $6 + x = 15$

565
1) $x - 14 = 24$
2) $21 = x - 3$
3) $x - 12 = 27$
4) $-4 + x = 13$
5) $82 = x - 3$
6) $x - 56 = 56$

566
1) $x + 9 = 4$
2) $20 + x = 6$
3) $12 = x + 7$
4) $x + 4 = 0$
5) $8 = x + 13$
6) $x + 15 = 15$

567
1) $x - 8 = 3$
2) $x - 14 = 10$
3) $11 = x - 25$
4) $-7 + x = 7$
5) $3 = -12 + x$
6) $-8 + x = 5$

568 Pour chacun des problèmes suivants, donner l'équation qui permettra d'en trouver la solution.

1) On augmente un nombre de 25 et on trouve 49. Quel est ce nombre ?
2) Si on diminue un nombre de 9 on trouve 17. Quel est ce nombre ?
3) Si on diminue un nombre de 18 on trouve 8. Quel est ce nombre ?
4) On augmente un nombre de 8 et on trouve 15. Quel est ce nombre ?

EXERCICES ÉCRITS

Résoudre les équations suivantes par écrit (exercices 569 à 578) :

569
1) $-2x = 18$
2) $-3x = 123$
3) $-6x = 120$
4) $272 = -17x$
5) $-9x = 99$
6) $-11x = 495$

570
1) $-15x = -225$
2) $-120 = -4x$
3) $-7x = -252$
4) $-8x = -200$
5) $-14x = -252$
6) $-21x = -63$

571
1) $2x = \frac{8}{5}$
2) $\frac{22}{5} = 2x$
3) $6x = \frac{14}{9}$
4) $\frac{25}{12} = 15x$
5) $20x = \frac{25}{8}$
6) $18x = \frac{9}{14}$

572
1) $3x = -\frac{3}{7}$
2) $-\frac{6}{5} = 15x$
3) $-21x = \frac{28}{13}$
4) $-4x = -\frac{16}{9}$
5) $12x = -\frac{8}{15}$
6) $-16x = \frac{24}{7}$

573
1) $\frac{5}{2}x = 15$
2) $\frac{25}{6}x = 25$
3) $8 = \frac{4}{7}x$
4) $\frac{15}{4}x = 27$
5) $\frac{7}{31}x = 35$
6) $\frac{14}{95}x = 28$

574
1) $-\frac{3}{5}x = 27$
2) $\frac{8}{5}x = -60$
3) $-39 = -\frac{9}{7}x$
4) $\frac{10}{7}x = -55$
5) $-\frac{21}{44}x = -77$
6) $-\frac{9}{8}x = 45$

575
1) $\frac{3}{16}x = \frac{5}{49}$
2) $\frac{4}{9}x = \frac{1}{8}$
3) $\frac{18}{13}x = \frac{1}{2}$
4) $\frac{16}{25}x = \frac{3}{14}$
5) $\frac{65}{8}x = \frac{8}{3}$
6) $\frac{25}{12} = \frac{6}{5}x$

576 1) $\frac{7}{15}x = -\frac{3}{14}$ 3) $\frac{49}{4}x = -\frac{2}{3}$ 5) $\frac{15}{16}x = -\frac{4}{3}$

2) $\frac{1}{7}x = -\frac{9}{8}$ 4) $-\frac{12}{5}x = -\frac{7}{9}$ 6) $-\frac{3}{70}x = \frac{2}{13}$

577 1) $\frac{4}{5}x = \frac{8}{15}$ 3) $\frac{7}{12} = \frac{1}{2}x$ 5) $\frac{18}{21}x = \frac{9}{7}$

2) $\frac{3}{7}x = \frac{5}{14}$ 4) $\frac{5}{8} = \frac{3}{4}x$ 6) $\frac{26}{15}x = \frac{39}{5}$

578 1) $\frac{5}{8}x = -\frac{17}{16}$ 3) $-\frac{2}{3}x = -\frac{5}{9}$ 5) $-\frac{27}{35} = -\frac{18}{5}x$

2) $-\frac{19}{21}x = \frac{5}{28}$ 4) $\frac{12}{35}x = -\frac{20}{77}$ 6) $-\frac{63}{35}x = \frac{108}{125}$

579 Quel est le nombre dont

1) le double est $\frac{3}{4}$?

2) le quadruple est $\frac{15}{2}$?

3) la moitié est égale à $\frac{2}{3}$?

4) le quart est égal à $\frac{3}{8}$?

5) les deux cinquièmes sont égaux à $\frac{3}{4}$?

6) les $\frac{7}{6}$ sont égaux à 1 ?

7) les $\frac{3}{5}$ sont égaux à $\frac{4}{3}$?

Résoudre les équations suivantes par écrit (exercices 580 à 588) :

580 1) x + 18 = 74 3) 12 + x = 12 5) 17 + x = –54

2) x + 101 = –199 4) 86 = x + 56 6) –47 = 29 + x

581 1) x – 8 = –17 3) 99 = x – 1 5) x – 18 = –61

2) –29 + x = 38 4) –170 = –56 + x 6) 40 = x – 12

582 1) 31 = x + 4 3) x + 9 = –16 5) 25 + x = 49

2) –16 + x = 24 4) –49 = –25 + x 6) 30 = x – 17

583 1) $x + 15 = -8$ 3) $5 = 17 + x$ 5) $x + 75 = 39$
2) $-31 = x + 40$ 4) $12 + x = 7$ 6) $-21 = 21 + x$

584 1) $x - 36 = 5$ 3) $-11 = -28 + x$ 5) $-40 + x = -16$
2) $43 = x - 75$ 4) $4 = x - 27$ 6) $x - 31 = -19$

585 1) $x + \frac{3}{4} = \frac{7}{8}$ 3) $x + \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ 5) $x + \frac{3}{10} = \frac{4}{5}$
2) $x + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ 4) $x + \frac{2}{9} = \frac{5}{6}$ 6) $\frac{4}{7} = x + \frac{7}{5}$

586 1) $x + \frac{12}{5} = -\frac{7}{15}$ 3) $x + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 5) $x + \frac{7}{2} = \frac{1}{3}$
2) $\frac{1}{4} = x + \frac{7}{20}$ 4) $x + \frac{5}{16} = -\frac{3}{24}$ 6) $x + \frac{3}{10} = -\frac{5}{12}$

587 1) $x - \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$ 3) $x - \frac{3}{16} = \frac{1}{2}$ 5) $x - \frac{3}{14} = \frac{5}{21}$
2) $x - \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ 4) $\frac{1}{2} = x - \frac{7}{8}$ 6) $x - \frac{6}{25} = \frac{3}{2}$

588 1) $x - \frac{4}{7} = -\frac{2}{3}$ 3) $-\frac{5}{7} = x - \frac{2}{9}$ 5) $\frac{5}{8} = x - \frac{7}{12}$
2) $x - \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$ 4) $x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$ 6) $x - \frac{12}{25} = \frac{4}{15}$

589 1) Un nombre, augmenté de 8, donne 26. Quel est ce nombre ?
2) Un nombre, augmenté de 17, donne 21. Quel est ce nombre ?
3) Un nombre, diminué de 13, donne 15. Quel est ce nombre ?
4) Un nombre, diminué de $\frac{1}{2}$, donne $\frac{3}{4}$. Quel est ce nombre ?
5) 16, diminué d'un nombre, donne 9. Quel est ce nombre ?
6) 24, augmenté d'un nombre, donne 45. Quel est ce nombre ?

590 Quel est le nombre qui

1) augmenté de 16 donne 163 ?
2) augmenté de $\frac{4}{3}$ donne 2 ?
3) augmenté de 6 donne 4 ?
4) diminué de 79 donne 43 ?
5) diminué de $\frac{4}{5}$ donne $\frac{2}{3}$?
6) diminué de 8 donne –2 ?

591 1) 29, augmenté d'un nombre, donne 40. Quel est ce nombre ?
2) 13, augmenté d'un nombre, donne 8. Quel est ce nombre ?
3) 5, diminué d'un nombre, donne 17. Quel est ce nombre ?
4) $\frac{1}{3}$, diminué d'un nombre, donne $-\frac{2}{3}$. Quel est ce nombre ?
5) $\frac{2}{7}$, augmenté d'un nombre, donne $\frac{1}{4}$. Quel est ce nombre ?
6) $-\frac{2}{3}$, diminué d'un nombre, donne $\frac{3}{4}$. Quel est ce nombre ?

Résoudre les équations suivantes par écrit (exercices 592 à 610) :

592 1) $2x + 1 = 5$ 2) $15 = 4x + 3$ 3) $2x + 4 = 12$ 4) $5 = 3x + 2$ 5) $3x + 5 = 11$ 6) $2x + 7 = 17$

593 1) $5x + 15 = 20$ 2) $10x + 15 = 105$ 3) $20 + 6x = 50$ 4) $40 = 12x + 4$ 5) $22 = 6 + 2x$ 6) $4x + 22 = 30$

594 1) $150 = 7x + 3$ 2) $10x + 43 = 273$ 3) $7x + 4 = 130$ 4) $161 = 9x + 44$ 5) $13 + 6x = 73$ 6) $86 = 3x + 26$

595 1) $2 = 6 + 2x$ 2) $3x + 18 = 3$ 3) $4x + 24 = 8$ 4) $0 = 5x + 15$ 5) $30 + 4x = 6$ 6) $2x + 10 = 2$

596 1) $7x + 40 = 5$ 2) $96 + 12x = 0$ 3) $4 = 10 + 3x$ 4) $73 + 5x = 13$ 5) $2x + 14 = 8$ 6) $8x + 8 = 0$

597 1) $3x – 7 = 8$ 2) $3 = 2x – 31$ 3) $4x – 6 = 6$ 4) $–4 + 9x = 50$ 5) $24 = 5x – 16$ 6) $8x – 4 = 12$

598 1) $2x + 8 = -2$ 2) $33 = -12 + 5x$ 3) $-62 = 3x + 64$ 4) $-5 = 7 + 4x$ 5) $12x - 21 = 63$ 6) $25x + 32 = -143$

599 1) $2x - 3 = -1$ 2) $-9 + 7x = -23$ 3) $6x - 65 = -47$ 4) $0 = 21x - 42$ 5) $3x - 52 = -73$ 6) $-87 = -3 + 7x$

600 1) $39 = -27 + 2x$ 2) $-13 = 5x - 43$ 3) $9x - 9 = 0$ 4) $-63 = 6x + 27$ 5) $5x - 18 = 17$ 6) $-81 = 4x - 25$

601 1) $12x - 8 = 44$ 2) $-54 + 13x = -25$ 3) $-17 = 3x - 45$ 4) $8x - 17 = 139$ 5) $54x + 243 = -207$ 6) $67 = -25 + 8x$

602 1) $-x + 7 = 6$ 2) $-x + 5 = 2$ 3) $3 = -x + 6$ 4) $-x + 8 = 3$ 5) $1 = -x + 3$ 6) $-x + 4 = 4$

603 1) $-x + 7 = -2$ 2) $15 - x = -3$ 3) $5 = -x - 4$ 4) $-2 = -x - 8$ 5) $-6 - x = 12$ 6) $-x - 3 = -9$

604 1) $-2x + 7 = 1$ 2) $17 = -2x + 21$ 3) $-5x + 13 = 28$ 4) $-4x + 7 = 19$ 5) $-8x + 15 = 7$ 6) $48 - 12x = 0$

605 1) $-3x - 5 = 4$ 2) $8 - 2x = -12$ 3) $-4 = -7x - 18$ 4) $-3 = -4x - 27$ 5) $-5x + 25 = -35$ 6) $44 = -8x - 4$

606 1) $8 = -2x + 7$ 2) $-6x - 15 = 6$ 3) $10 - 15x = -15$ 4) $11 = -91 - 12x$ 5) $-4x + 7 = -3$ 6) $-7x - 15 = -33$

607 1) $2x + \frac{4}{3} = \frac{2}{9}$ 2) $3x - \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$ 3) $\frac{2}{7} = 5x - \frac{3}{7}$ 4) $\frac{4}{9} + 11x = \frac{8}{7}$ 5) $7x + \frac{5}{6} = \frac{1}{42}$ 6) $5x - \frac{3}{8} = \frac{2}{7}$

608 1) $-4x + \frac{7}{30} = \frac{4}{15}$ 2) $\frac{1}{2} = -3x + \frac{7}{8}$ 3) $5x + \frac{4}{5} = -\frac{1}{3}$ 4) $-\frac{1}{3} = 7x - \frac{7}{15}$ 5) $-6x + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ 6) $-\frac{13}{8} - 12x = \frac{1}{12}$

609 1) $\frac{1}{3}x-\frac{3}{7}=\frac{2}{21}$ 3) $\frac{5}{12}=\frac{2}{8}-\frac{7}{4}x$ 5) $-\frac{4}{5}x+\frac{1}{2}=-\frac{5}{12}$

2) $\frac{3}{10}=\frac{2}{3}x-\frac{1}{5}$ 4) $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}x=\frac{1}{4}$ 6) $-\frac{8}{35}=\frac{2}{7}x+\frac{4}{21}$

610 1) $-\frac{3}{5}x+\frac{5}{7}=-\frac{8}{21}$ 3) $\frac{3}{4}x+\frac{5}{12}=\frac{7}{36}$ 5) $-\frac{4}{7}=\frac{5}{6}x-\frac{2}{9}$

2) $\frac{7}{15}=-\frac{4}{9}+\frac{7}{5}x$ 4) $-\frac{3}{34}x+\frac{4}{17}=-\frac{3}{2}$ 6) $\frac{5}{12}+\frac{9}{20}x=-\frac{1}{30}$

611 Quel est le nombre dont le double

1) augmenté de 7 donne 19 ?
2) augmenté de 4 donne 12 ?
3) diminué de 6 donne 4 ?
4) augmenté de 14 donne 8 ?

612 Quel est le nombre dont le quart

1) augmenté de 6 donne 11 ?
2) diminué de 3 donne 39 ?
3) augmenté de $\frac{1}{3}$ donne 1 ?
4) diminué de 2 donne –3 ?

613 1) La moitié d'un nombre, augmentée de 7, donne 19. Quel est ce nombre ?
2) Les deux tiers d'un nombre, augmentés de 8, donnent 20. Quel est ce nombre ?
3) Le triple d'un nombre, augmenté de 24, donne 72. Quel est ce nombre ?
4) Le double d'un nombre, diminué de 9, donne 15. Quel est ce nombre ?
5) La moitié d'un nombre, diminuée de 4, donne 54. Quel est ce nombre ?

614 1) Calculer la longueur du rectangle qui a $\frac{3}{4}$ cm de large et une aire 3 cm^2.
2) Même consigne lorsque la largeur mesure $\frac{2}{5}$ m, et l'aire 2,56 m^2.

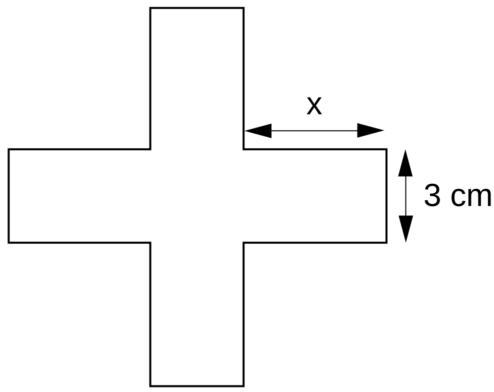
615 1) Calculer la largeur du rectangle dont la longueur mesure 14,8 cm et l'aire 54,76 cm^2 .
2) Même consigne lorsque la longueur mesure 23,9 m, et l'aire est de 286,8 m^2.

616 1) Calculer la largeur du rectangle qui a 7,9 m de long et un périmètre de 23 m .
2) Même consigne lorsque la longueur mesure 16,4 cm, et le périmètre est de 44,2 cm.

617 1) Quelle est la longueur du rectangle dont la largeur mesure $\frac{12}{5}$ cm et qui a un périmètre 12,8 cm ?
2) Quelle est la longueur du rectangle dont la largeur mesure 6,7 m et qui a un périmètre 32 m ?

618 Quel doit être x pour que

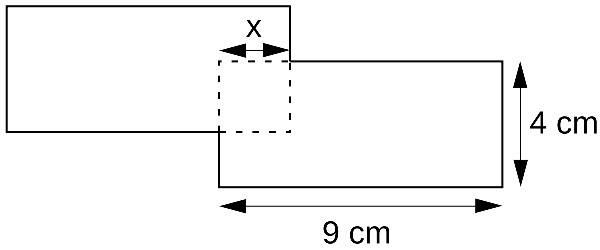
1) le périmètre de la croix soit de 52 cm ?
2) le périmètre de la croix soit de 61,6 cm ?
3) l'aire de la croix soit de 45 cm^2 ?
4) l'aire de la croix soit de 99 cm^2 ?



619 La surface commune aux deux rectangles identiques est un carré de côté x.

Comment doit-on choisir x pour que le périmètre de la figure soit de 44 cm ?

Et pour qu'il soit de 45,6 cm ?



620 Un rectangle a une largeur de 8 cm et une longueur de 12 cm.
De combien faut-il diminuer la longueur pour que l'aire diminue de 24 cm^2 ?

621 Pour trouver le prix d'une course en taxi, on compte 1,50 fr. par kilomètre puis on ajoute 3,50 fr. de prise en charge. Calculer la longueur d'un trajet qui a coûté 45,50 fr., et celle d'un autre trajet qui a coûté 29,00 fr.

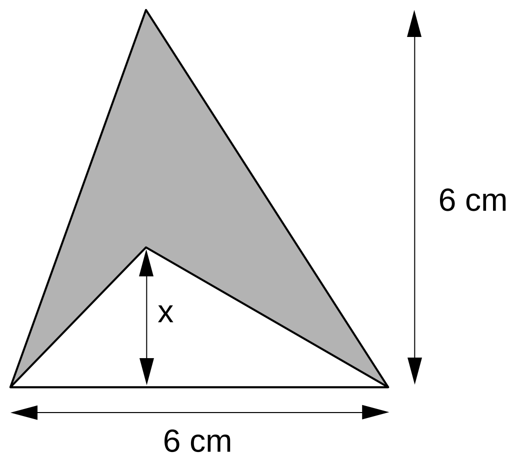
622 Pour trouver le montant de ma facture d'électricité, je compte l'abonnement à 48 fr. par période. Il faut ajouter à cela 14 cts le kWh.
Quelle a été ma consommation en kWh si le montant de la facture est de 250,30 fr. pour une période ? Et si ce montant est de 185,90 fr. ?

623 Calculer la hauteur d'un triangle dont la base mesure 4 cm et l'aire 12 cm^2.

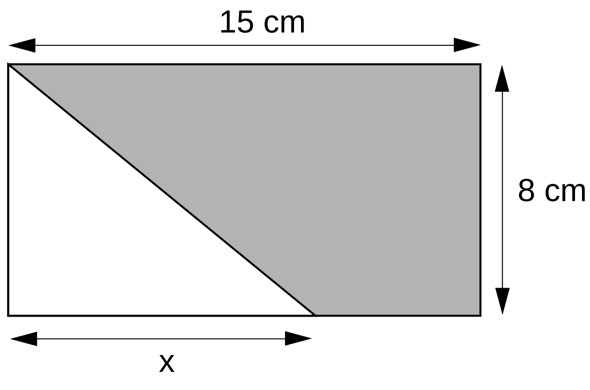
624 Deux triangles ont la même aire. Le premier a une base de 80 cm et une hauteur de 90 cm. Le deuxième a une base de 1 m. Calculer la hauteur du deuxième triangle.

625 Un triangle a une base de 12 cm et une hauteur de 5 cm. De combien faut-il augmenter la hauteur pour que l'aire augmente de 24 cm^2 ?

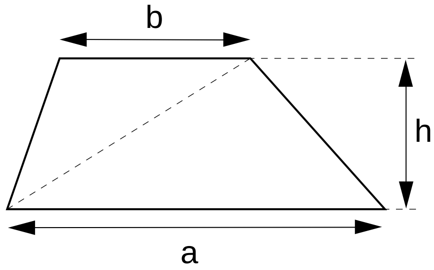
626 Quel doit être x pour que la surface ombrée ait une aire de
1) 15 cm^2 ?
2) 7,5 cm^2 ?



627 Quel doit être x pour que la surface ombrée ait une aire de
1) 92 cm^2 ?
2) 70 cm^2 ?



Rappel :

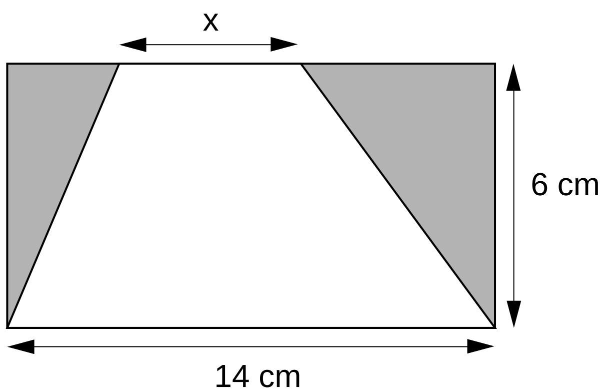


aire du trapèze $= \dfrac{a \cdot h}{2} + \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{(a+b) \cdot h}{2}$

628 Le tableau suivant donne des mesures provenant de trapèzes. Recopier, puis compléter ce tableau en calculant chaque fois le nombre qui manque à l'aide d'une équation.

grande base	petite base	hauteur	aire
	5 cm	3 cm	19,5 cm^2
12 m		6 m	57 m^2
15 m	6 m		73,5 m^2
8 cm		4 cm	25 cm^2
10 dm	4 dm		52,5 dm^2
	9 m	5 m	61 m^2
8,2 cm		6,2 cm	39,06 cm^2

629 Quel doit être x pour que l'aire de la surface ombrée soit égale à 30 cm^2 ?



EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

Résoudre les équations suivantes (exercices 630 à 637) :

630
1) $1{,}5x + 2 + 0{,}5x = 3$
2) $2{,}5x + 3{,}5 + x + 0{,}5 = 11$
3) $2x + 1{,}3 - x + 3x = 7{,}3$
4) $5{,}2x + 2{,}4 + 1{,}2x = -4$
5) $0{,}2 + 0{,}3x + 1{,}1x = 0{,}9$
6) $3x + 1{,}9 + 4x - x = 3{,}1$

631
1) $1{,}3x - 2{,}1 + 0{,}2x = 0{,}9$
2) $3{,}5x + 3{,}5 + x = 1{,}3$
3) $0{,}1x + 2{,}4 - 0{,}05x + 3 = 0$
4) $2{,}4x - 0{,}2 + 0{,}6x = 0{,}7$
5) $0{,}3x + 1{,}2 + 0{,}6x = 3{,}9$
6) $12{,}5x - 4{,}2 - 7{,}5x - 1{,}4 = 0{,}2$

632
1) $0{,}3x - 1{,}2 - 2{,}7x = 2{,}4$
2) $6x + 1{,}2 + 0{,}4x - 1{,}4 = 15{,}8$
3) $x - 0{,}1 + 0{,}01x = 1{,}011$
4) $4x - 1{,}4x + 0{,}4 = -0{,}5$
5) $2{,}2x - 1{,}2 + 0{,}2x = 1{,}8$
6) $4{,}3x + 3{,}4 - 4x + 3 = 9{,}1$

633
1) $3(2x + 1) = 9$
2) $2(5x - 7) = 6$
3) $-5(7x - 1) = -100$
4) $8(7x + 2) = 72$
5) $12(x - 5) = 96$
6) $4(5x + 6) = -16$

634
1) $4(5x - 2) = 52$
2) $15(x + 8) = 30$
3) $6(-x - 12) = -18$
4) $-9(-x + 2) = -27$
5) $-7(2x - 9) = -7$
6) $2(7x + 1) = -26$

635
1) $2(5x - 1) + 3(2x - 9) = 3$
2) $3(-x + 7) + 2(7x - 1) = 52$
3) $8(-5x + 2) + 7(8x - 2) = -14$
4) $3(11x - 9) - 4(7x - 6) = 32$
5) $7(8x - 1) + 13(-4x + 1) = -6$
6) $5(6x + 12) - 8(4x + 7) = 8$

636
1) $-(4x + 2) + 2(3x - 5) = 2$
2) $5(-2x + 1) - (5x - 7) = -3$
3) $-3(9x + 2) - 7(-4x - 2) = -1$
4) $-7(3x - 1) + 8(4x - 2) = 2$
5) $2(4x - 1) + 12(x - 1) - 18x = 0$
6) $4x - 2(x - 1) + 3x = -38$

637
1) $3(x - 1) + 2(x + 3) - 6x = -5$
2) $-(x - 2) - 3(2x + 1) - x = 7$
3) $-2x + 3(2x + 7) - 9 = 0$
4) $-3(x + 1) - 4(2x + 1) - 3x = -35$
5) $7(2x + 3) - 8(3x - 1) + 15x = 9$
6) $5(5x - 6) - 7(2x + 3) - 4x = -2$

638 Trouver deux nombres consécutifs dont la somme soit égale à 85.

639 Trouver trois nombres consécutifs dont la somme soit égale à 39.

640 Trouver trois nombres pairs consécutifs dont la somme soit égale à 198.

641 Trouver deux nombres tels que le second soit égal au triple du premier et que leur somme soit égale à 76.

642 Trouver deux nombres tels que le second soit égal au quintuple du premier et que leur somme soit égale à 138.

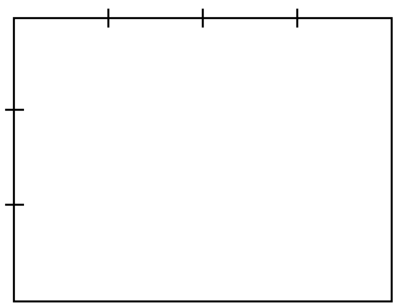
643 Partager 4800 fr. entre deux personnes de telle sorte que la part de la seconde soit égale au triple de la part de la première.

644 Partager 740 fr. entre deux personnes de telle sorte que la seconde reçoive 300 F de moins que la première.

645 Le périmètre d'un rectangle est de 66 m. Sa longueur mesure 15 m de plus que sa largeur. Trouver ses dimensions.

646 Le périmètre d'un rectangle est de 112 cm. Sa largeur mesure 12 cm de moins que sa longueur. Trouver ses dimensions.

647 Le périmètre d'un rectangle est de 84 cm. Sa largeur est égale aux $\frac{3}{4}$ de sa longueur. Quelles sont ses dimensions ?



648 Le périmètre d'un rectangle est de 54 cm. Sa largeur est égale aux $\frac{4}{5}$ de sa longueur. Trouver ses dimensions.

649 Des bouteilles ont une capacité de 1 litre. On n'a pas de poids pour les peser, mais à l'aide d'une balance à deux plateaux on constate que :

a) toutes les bouteilles ont le même poids
b) deux bouteilles pleines d'eau équilibrent 18 bouteilles vides.

Trouver le poids d'une bouteille vide.

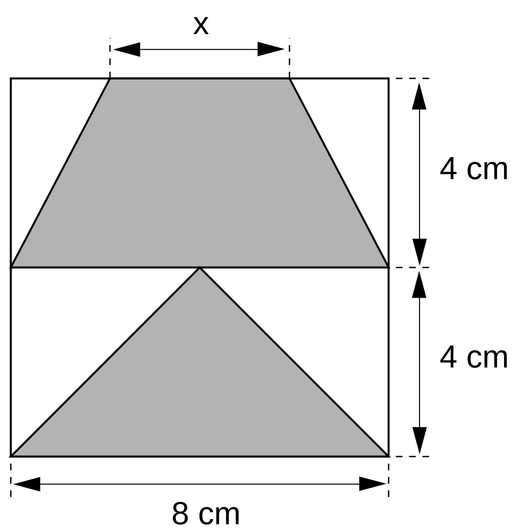
650 Un porte-monnaie contient des pièces de 5 fr. et des pièces de 1 fr. Il contient en tout 18 pièces. La somme totale est de 62 fr.

Quel est le nombre de pièces de chaque sorte ?

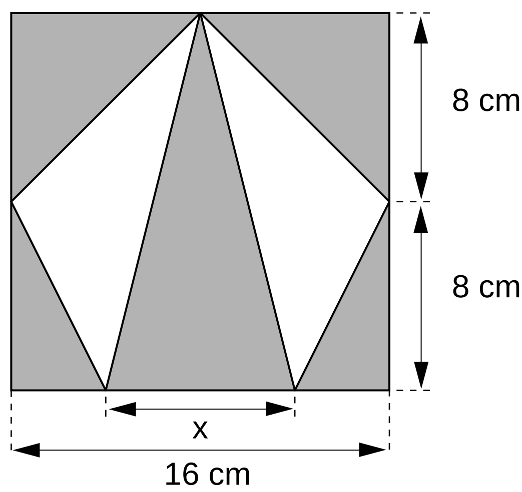
651 Un porte-monnaie contient des pièces de 1 fr., 2 fr. et 5 fr. Il y a autant de pièces de 2 fr. que de pièces de 5 fr. Il y a deux fois plus de pièces de 1 fr. que de pièces de 5 fr. La somme totale est de 27 fr.

Trouver le nombre de pièces de chaque sorte.

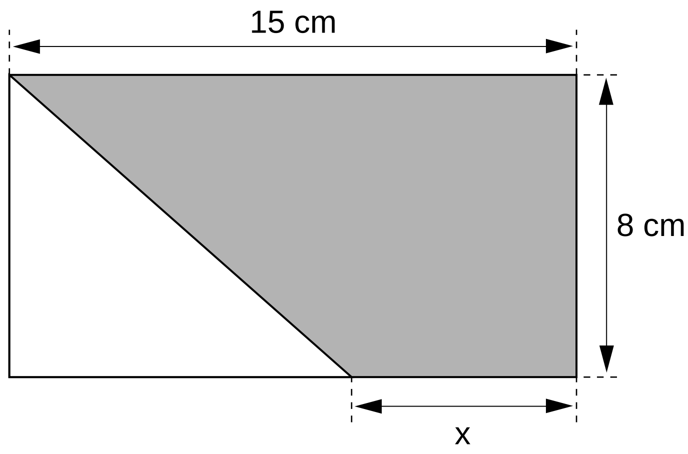
652 Trouver x pour que l'aire de la surface ombrée soit de 36 cm^2.



653 Trouver x pour que l'aire de la surface ombrée soit égale à 152 cm^2.

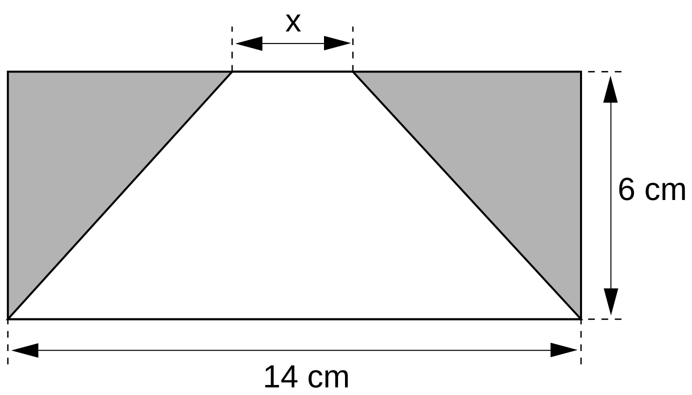


654 Trouver x pour que l'aire de la surface ombrée soit le double de l'aire de la surface blanche.



655 Comment doit-on choisir x pour que l'aire de la surface ombrée soit égale à celle de la surface blanche ?

Et pour qu'elle soit de 42 cm^2 ?



656 En multipliant un nombre par 5 on obtient le même résultat que si on lui avait ajouté 32.

Quel est ce nombre ?

657 Trouver quatre nombres entiers consécutifs tels que la somme des trois plus grands soit égale au quintuple du plus petit.

658 En multipliant un nombre par 4 puis en ajoutant 12, on obtient le même résultat que si on avait multiplié ce nombre par 6.

Quel est ce nombre ?

659 En multipliant un nombre par 5 puis en enlevant 15, on obtient le même résultat que si on lui avait ajouté 13.

Trouver ce nombre.

660 Un triangle a une hauteur de 8 cm. Si on augmente la hauteur de 4 cm, l'aire augmente de 24 cm^2.

Combien mesure la base de ce triangle ?

661 Un enfant a 12 ans, alors que son père est trois fois plus âgé.

Décider s'il est possible qu'un jour ce père soit seulement deux fois plus âgé que son enfant.

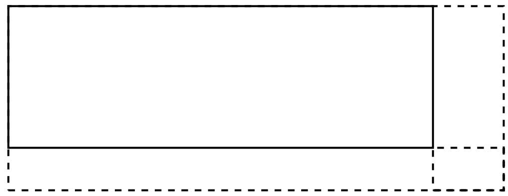
Si c'est possible, trouver dans combien d'années ce sera le cas.

662 Une mère a 32 ans et ses deux enfants ont 8 ans et 10 ans.

Trouver dans combien d'années la somme des âges des deux enfants sera égale à l'âge de leur mère.

663 Un rectangle est trois fois plus long que large.
On augmente la longueur de 5 cm et la largeur de 3 cm. On constate que l'aire augmente alors de 85 cm^2.

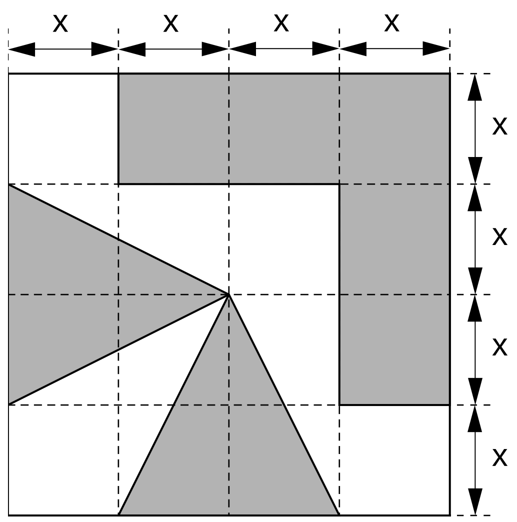
Trouver les dimensions initiales.



664 La largeur d'un rectangle est égale au quart de sa longueur. Si on augmente la longueur de 7 cm et la largeur de 2 cm, on constate que l'aire augmente de 59 cm^2.

Trouver les dimensions initiales du rectangle.

665 Trouver x pour que l'aire de la surface ombrée soit de 144 cm^2.



6

LES APPLICATIONS

THÉORIE

1. RAPPEL DE 7e: LES APPLICATIONS

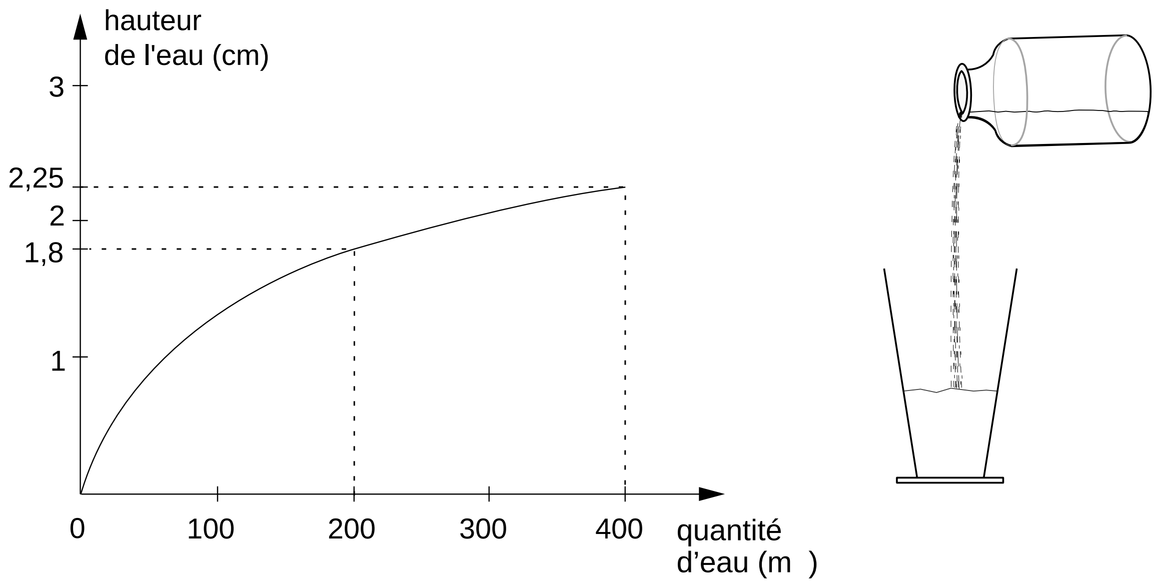
Une **relation** entre deux ensembles associe à certains éléments du premier ensemble (qu'on appelle **l'ensemble de départ**) un ou plusieurs éléments du second (qu'on appelle **l'ensemble d'arrivée**).

Une **application** est une relation d'un type particulier. C'est une relation qui associe à **chaque** élément de l'ensemble de départ **exactement un** élément (appelé son **image**) de l'ensemble d'arrivée. Voici trois exemples d'applications.

Exemple 1

Une éprouvette peut contenir 400 m . On verse de l'eau dans cette éprouvette, et on lit la hauteur (en cm) atteinte par l'eau dans l'éprouvette.

Sur un graphique, on a mis en rapport la quantité d'eau versée dans l'éprouvette et la hauteur qui lui correspond. Voici ce graphique:



On dit que ce graphique représente la hauteur d'eau dans l'éprouvette **en fonction** de la quantité d'eau qu'elle contient (la hauteur est mesurée en cm, et la quantité d'eau en m).

Puisque l'éprouvette peut contenir au plus 400 m , le graphique ne donne aucune indication de hauteur pour les quantités d'eau supérieures à 400 m .

On voit qu'à chaque quantité d'eau (entre 0 et 400 m) correspond une et une seule hauteur d'eau dans l'éprouvette. Ce graphique représente donc une application.

Dans cet exemple, l'ensemble de départ est l'ensemble de tous les nombres compris entre 0 et 400. L'ensemble d'arrivée comprend tous les nombres entre 0 et 2,25.

La hauteur d'eau qui correspond à 400 m est 2,25 cm.
La hauteur d'eau qui correspond à 200 m est 1,8 cm.

Remarques

1) Par convention, lorsqu'on construit le graphique, l'ensemble de départ est placé horizontalement, et l'ensemble d'arrivée est placé verticalement.
2) Ce graphique représente bien une application, car chaque élément de l'ensemble de départ a exactement une image.
3) On dit que 1,8 est l'image de 200 (ou que 200 a pour image 1,8) et que 2,25 est l'image de 400 (ou que 400 a pour image 2,25).
4) Le point <200 ; 1,8> appartient au graphique de l'application, car pour une quantité d'eau de 200 m , on atteint une hauteur de 1,8 cm.

2. COMMENT DÉFINIR UNE APPLICATION

On définit une application en précisant son ensemble de départ et son ensemble d'arrivée, et en donnant une règle qui permet de calculer l'image de chaque élément de l'ensemble de départ.

On désigne souvent une application par une lettre minuscule: f, g, h, ...

Si f est une application, et si A est son ensemble de départ et B son ensemble d'arrivée, on dit que "f est une application de A dans B".

Si l'ensemble d'arrivée B est le même que l'ensemble de départ A, on dit que "f est une application définie dans A".

Dans les exemples que nous étudierons, les ensembles de départ ou d'arrivée seront souvent l'un ou l'autre des ensembles suivants:

$\mathbb{N}$, l'ensemble des entiers naturels

$\mathbb{Z}$, l'ensemble des entiers relatifs

$\mathbb{R}$, l'ensemble des nombres réels, c'est-à-dire l'ensemble de tous les nombres (positifs, négatifs, zéro) qu'on peut écrire en base 10 (écriture finie, ou illimitée)

$\mathbb{R}_+$, l'ensemble formé de 0 et des nombres positifs appartenant à $\mathbb{R}$.

L'ensemble de tous les nombres compris entre deux nombres donnés s'appelle un **intervalle**.

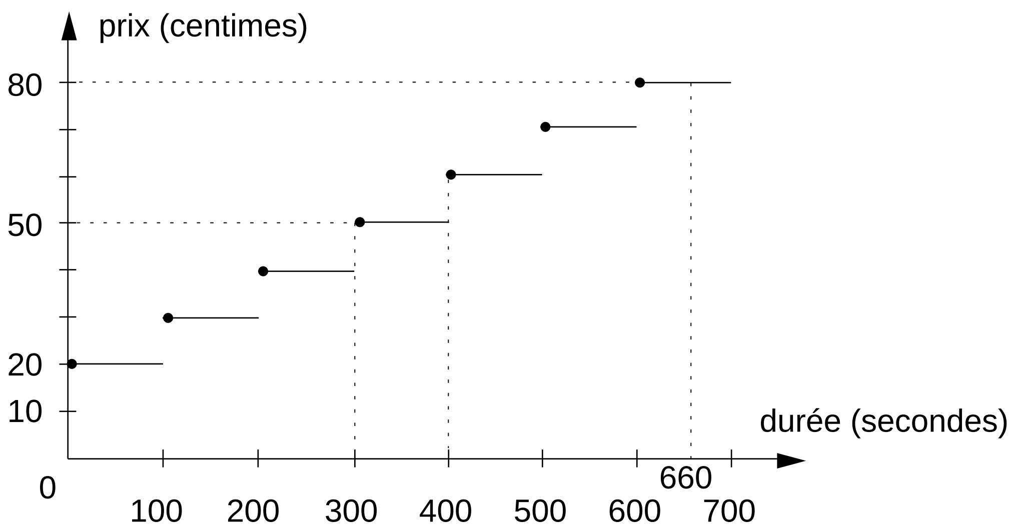
Dans l'exemple de l'éprouvette, l'ensemble de départ est l'intervalle formé de tous les nombres x tels que $0 \leq x \leq 400$. L'ensemble d'arrivée est l'intervalle formé de tous les nombres x tels que $0 \leq x \leq 2,25$.

Exemple 2

Pour calculer le prix d'une communication téléphonique dans le réseau local, au tarif normal, la règle est la suivante:

On paye une taxe de base de 10 centimes, puis on paye 10 centimes pour chaque période de 100 secondes, entière ou entamée.

Voici un graphique qui représente le prix d'une communication téléphonique en fonction de sa durée:



On voit sur ce graphique qu'une communication de 660 secondes (c'est-à-dire de 11 minutes) coûte 80 centimes. Et on voit que pour 50 centimes on peut téléphoner entre 300 et 400 secondes (mais pour 400 secondes, il faut payer 60 centimes).

Il s'agit bien d'une application, car à chaque durée correspond un et un seul prix.

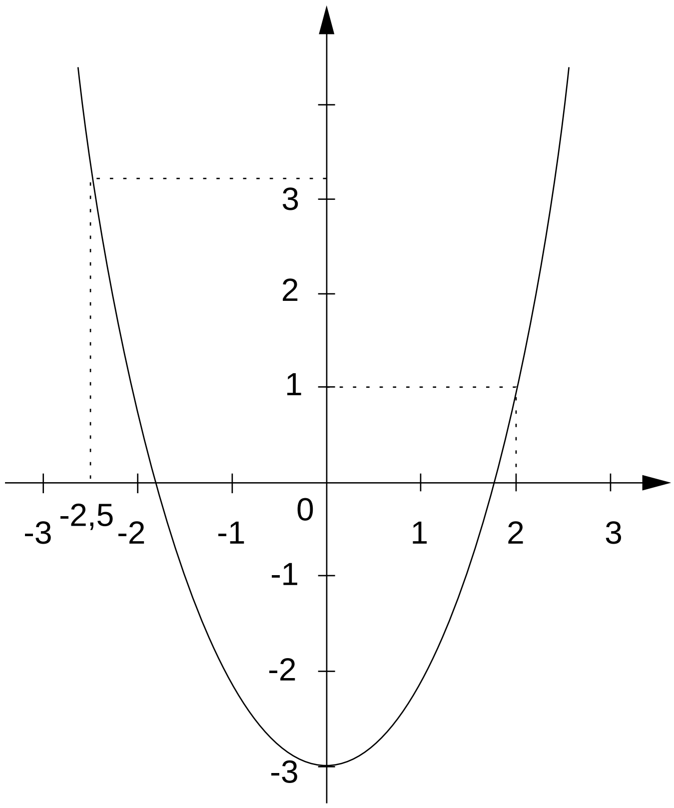
Exemple 3

Une application f est définie dans l'ensemble $\mathbb{R}$ par la règle suivante:

Règle. Pour trouver l'image d'un nombre par f on élève le nombre au carré puis on soustrait 3 de ce carré.

L'image de 0 est $0^2 - 3 = -3$ on écrit $f(0) = -3$
L'image de 2 est $2^2 - 3 = 1$ on écrit $f(2) = 1$
L'image de –2,5 est $(-2{,}5)^2 - 3 = 3{,}25$ on écrit $f(-2{,}5) = 3{,}25$

Voici la représentation graphique de l'application f:



Remarque 1

Pour certaines applications, on peut donner une "écriture mathématique" (une "formule") pour exprimer la règle qui permet de calculer l'image d'un nombre.

La règle qui correspond à l'exemple 3 peut être représentée par la chaîne suivante:

$$\boxed{} \xrightarrow{\text{carré}} \boxed{} \xrightarrow{-3} \boxed{}$$

Cette règle est valable pour n'importe quel nombre réel.

Soit x un nombre réel; on obtient:

$$\boxed{\quad x \quad} \xrightarrow{\text{carré}} \boxed{\quad x^2 \quad} \xrightarrow{-3} \boxed{\quad x^2 - 3 \quad}$$

En passant directement du premier au dernier maillon, ceci devient:

$$\boxed{\quad x \quad} \longrightarrow \boxed{\quad x^2 - 3 \quad}$$

L'écriture algébrique de l'application f est

$$f : x \quad x^2 - 3$$

On peut aussi l'écrire sous la forme:

$$f(x) = x^2 - 3$$

Exemples

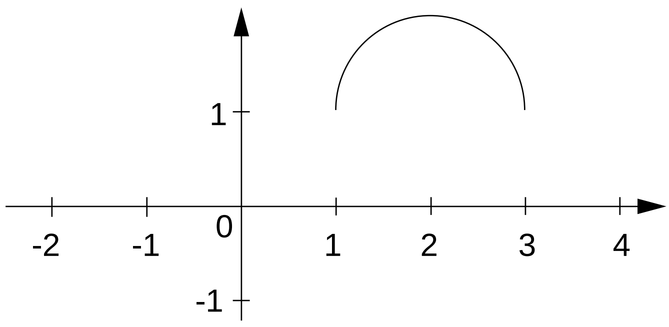
$f : 2 \quad 2^2 - 3 = 1$	l'image de 2 par f est 1 on écrit $f(2) = 1$
$f : -0{,}5 \quad (-0{,}5)^2 - 3 = -2{,}75$	l'image de $-0{,}5$ par f est $-2{,}75$ on écrit $f(-0{,}5) = -2{,}75$
$f : -4 \quad (-4)^2 - 3 = 13$	l'image de -4 par f est 13 on écrit $f(-4) = 13$

Remarque 2

Dans l'exemple 1 (l'éprouvette), l'ensemble de départ n'est pas tout l'ensemble $\mathbb{R}$.
Voici un autre exemple de ce genre.

Exemple 4

Une fonction g est représentée par le graphique suivant:



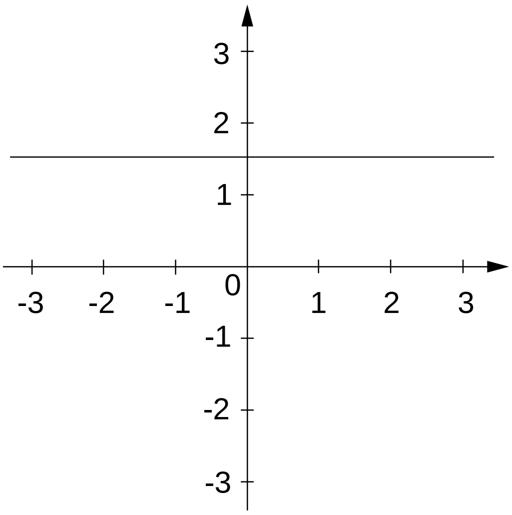
Ce graphique est un demi-cercle.

L'ensemble de départ est l'intervalle formé de tous les nombres x tels que $1 \leq x \leq 3$.

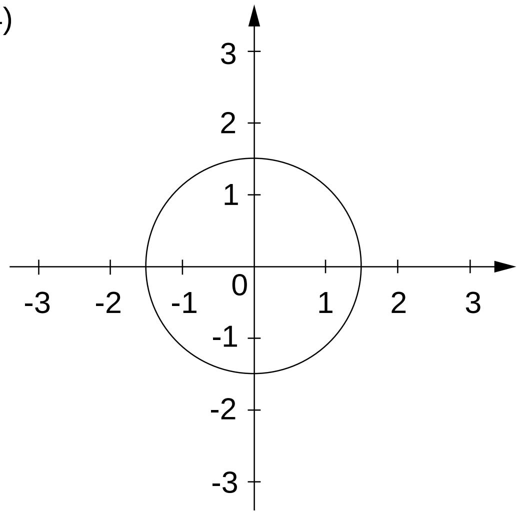
EXERCICES ORAUX

666 Voici quelques figures. Dire chaque fois s'il s'agit du graphique d'une application.

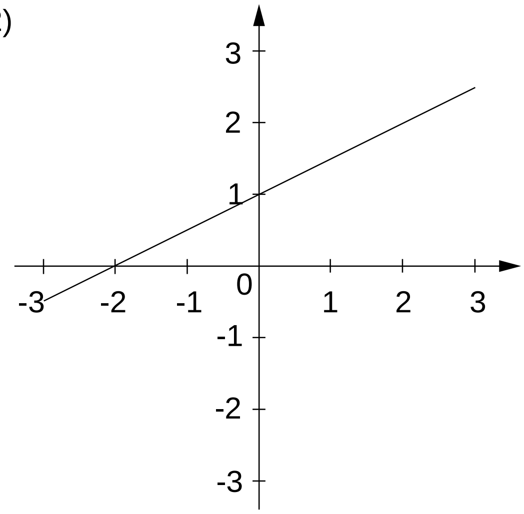
1)



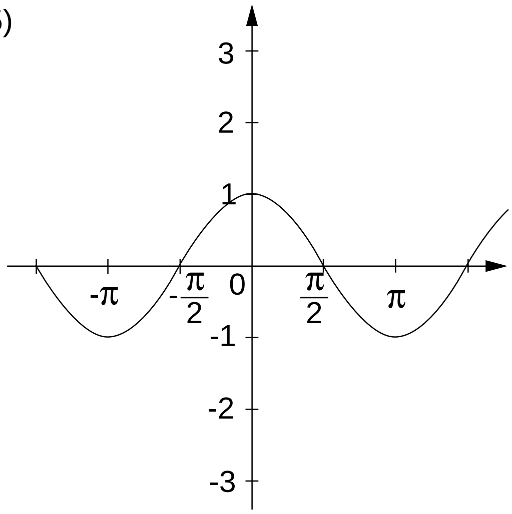
4)



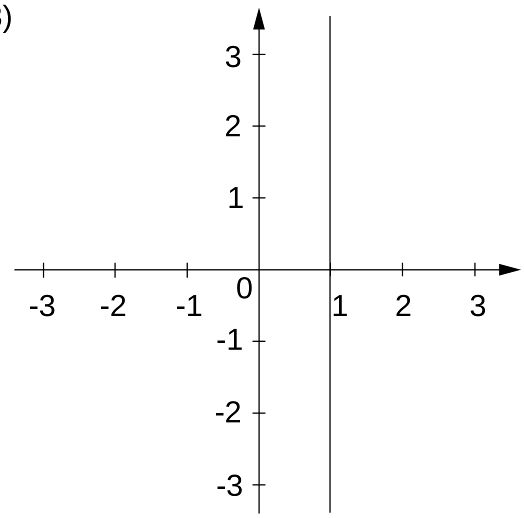
2)



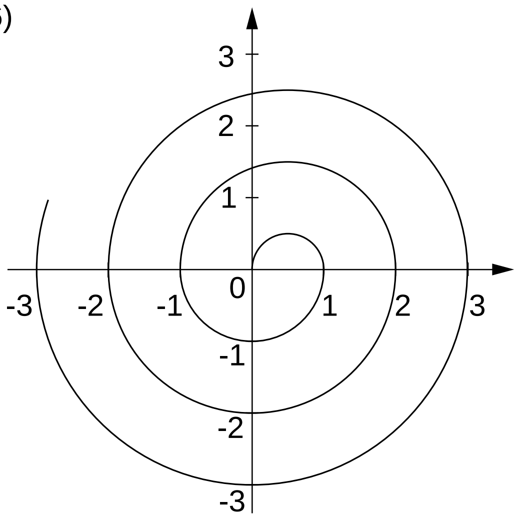
5)



3)

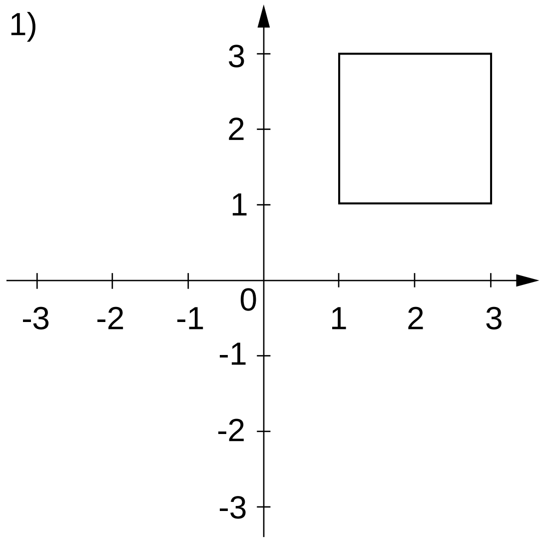


6)

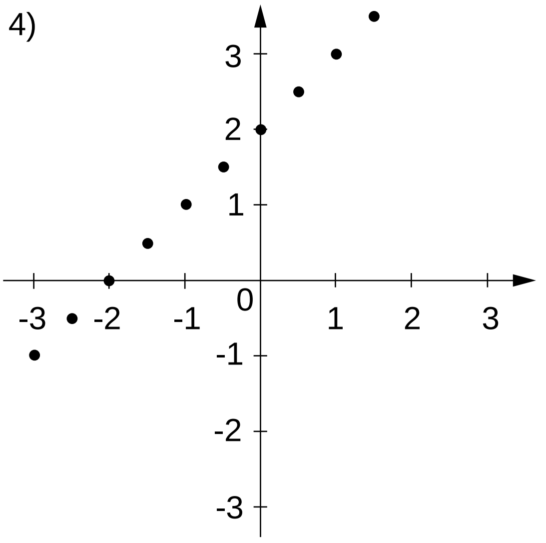


667 Voici quelques figures. Dire chaque fois s'il s'agit du graphique d'une application.

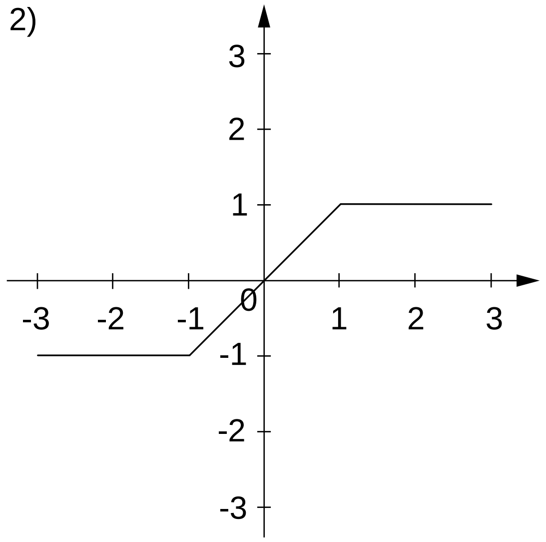
1)



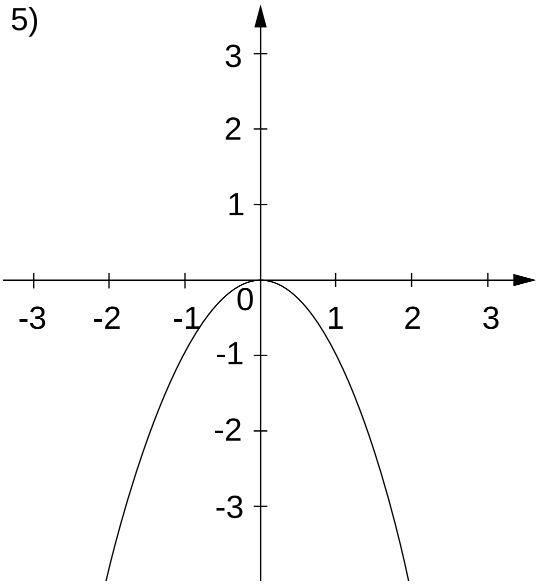
4)



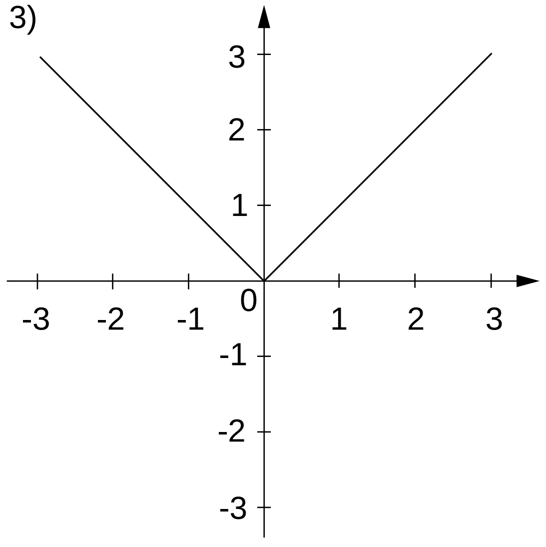
2)



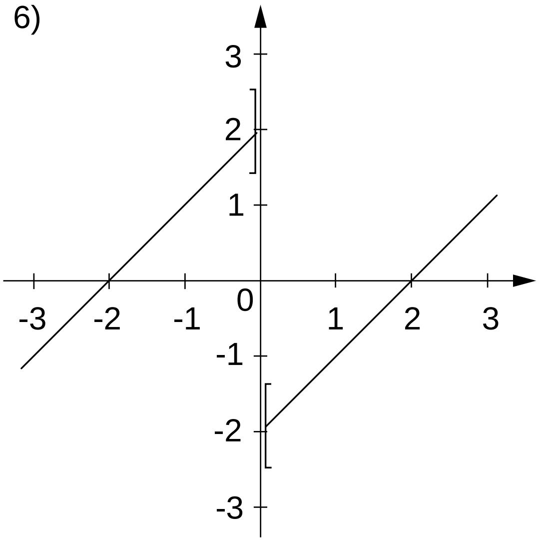
5)



3)

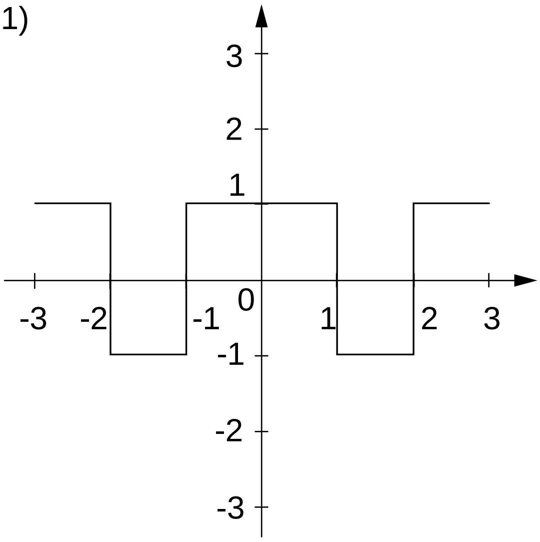


6)

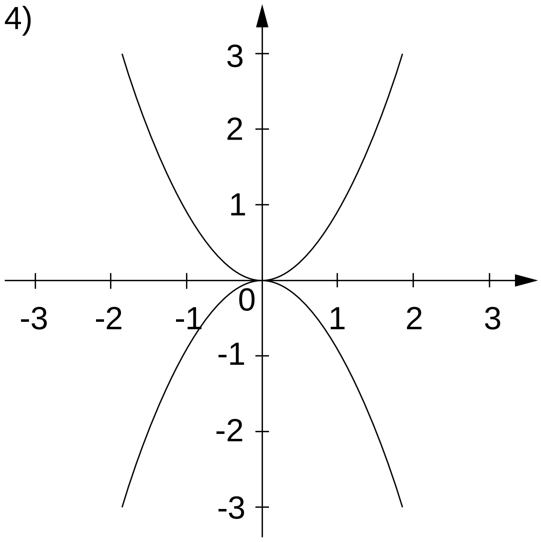


668 Voici quelques figures. Dire chaque fois s'il s'agit du graphique d'une application.

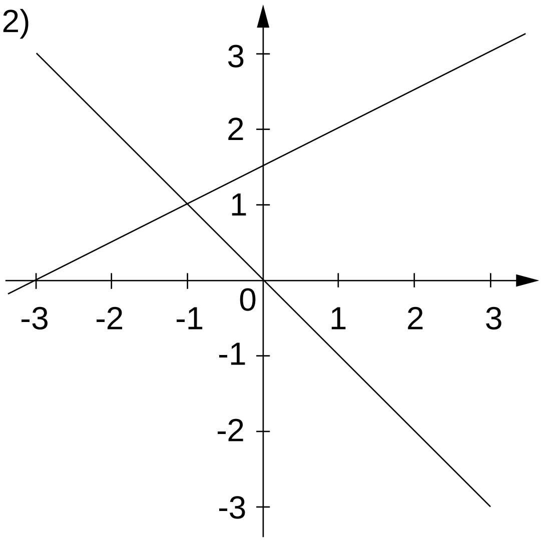
1)



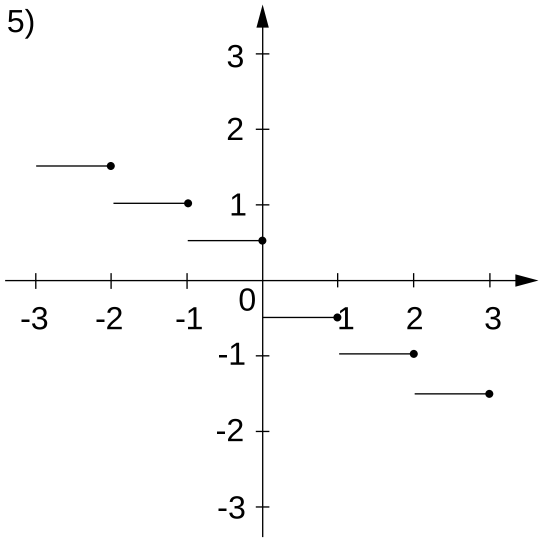
4)



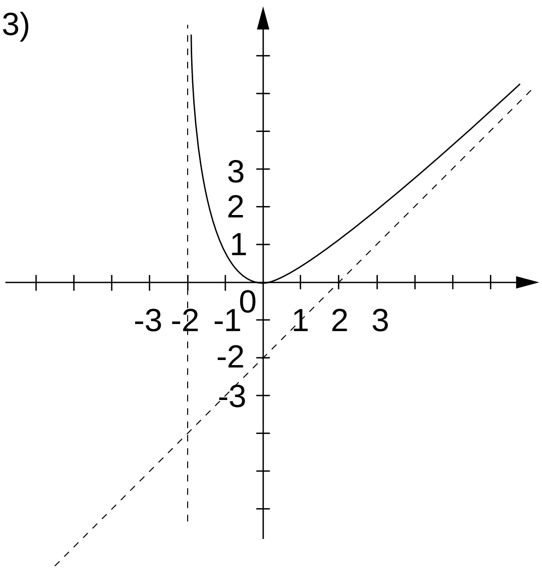
2)



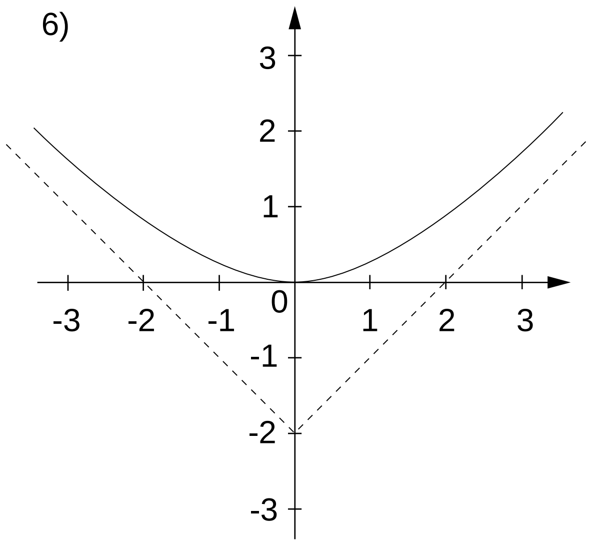
5)



3)

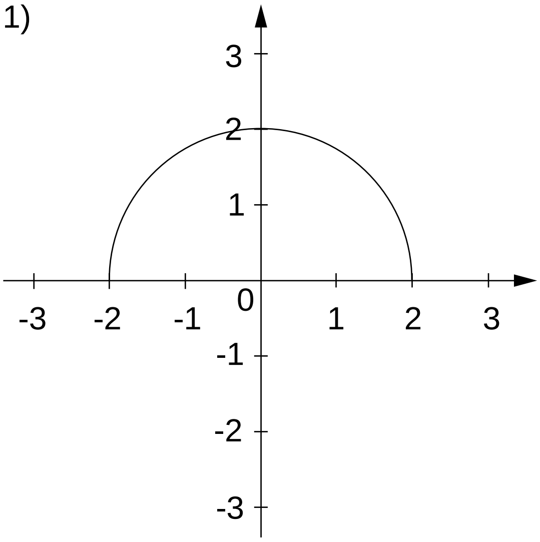


6)

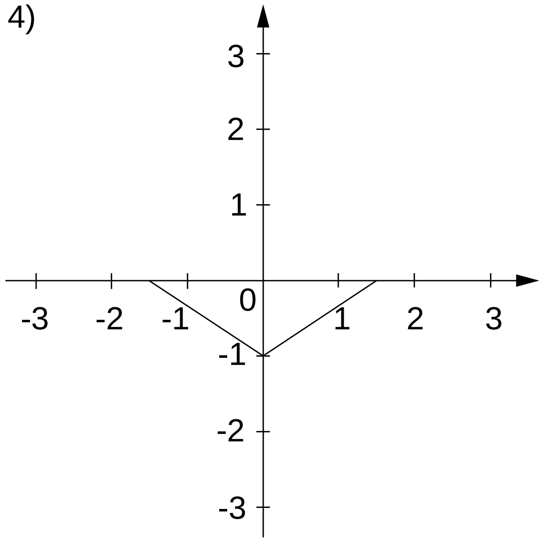


669 Quel doit être dans chaque cas l'ensemble de départ pour que les graphiques ci-dessous représentent des applications ?

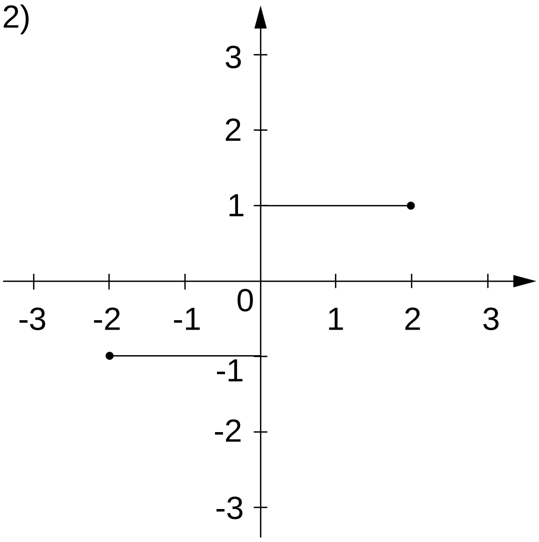
1)



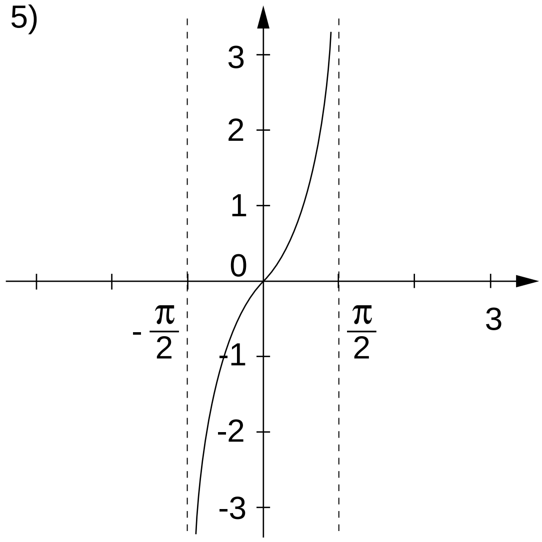
4)



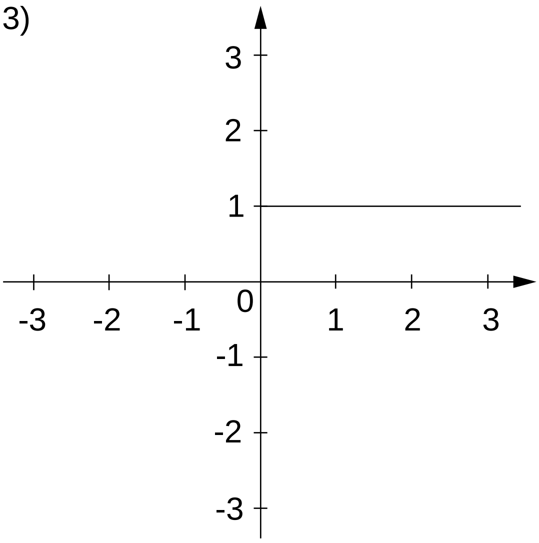
2)



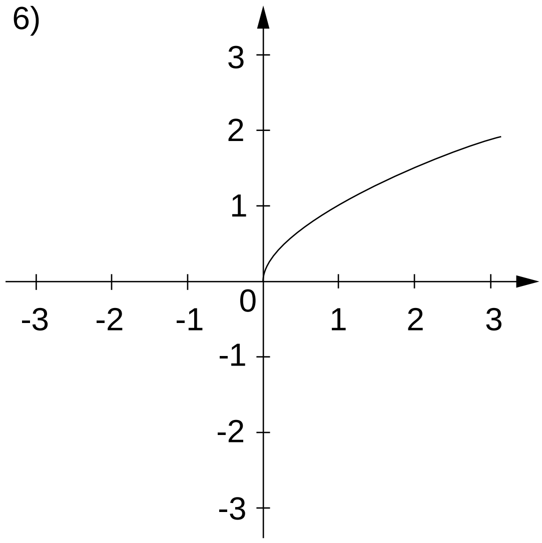
5)



3)

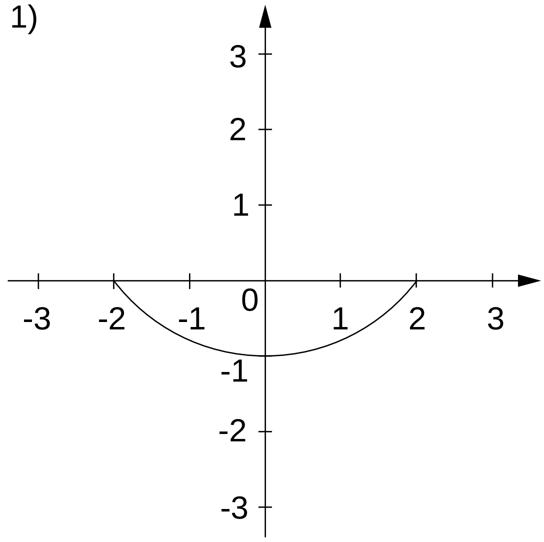


6)

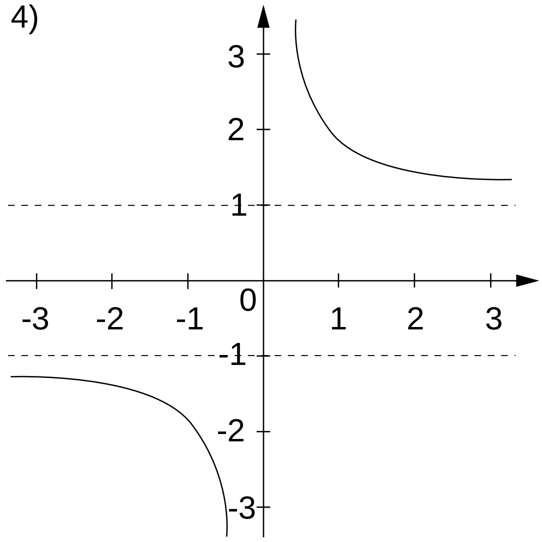


670 Quel doit être dans chaque cas l'ensemble de départ pour que les graphiques ci-dessous représentent des applications ?

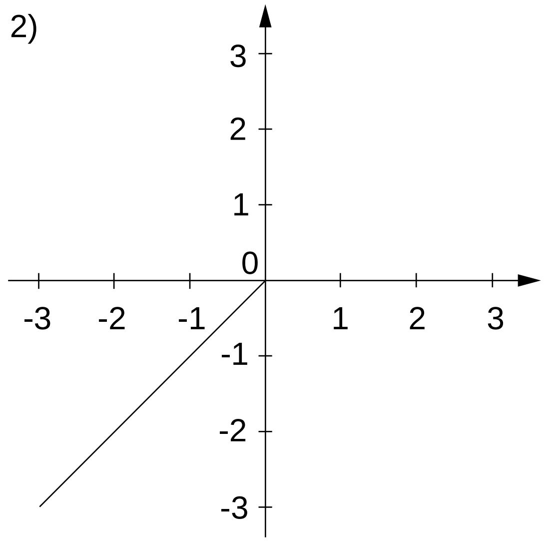
1)



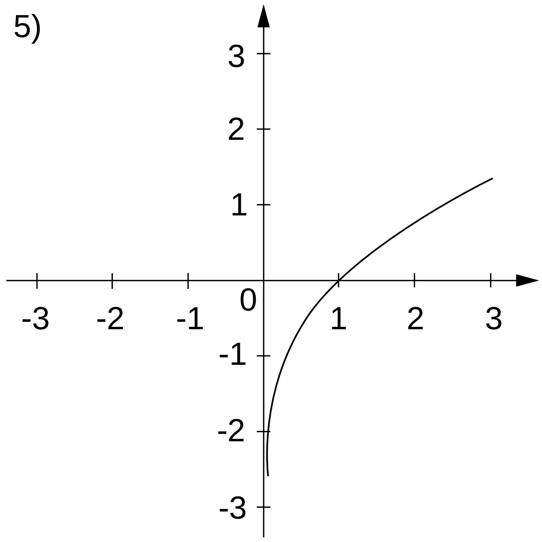
4)



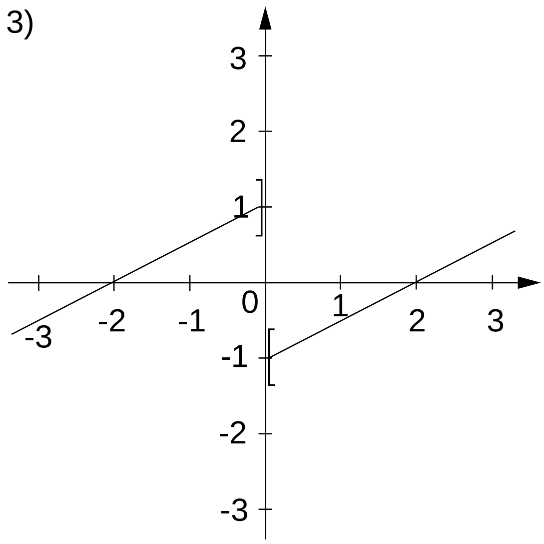
2)



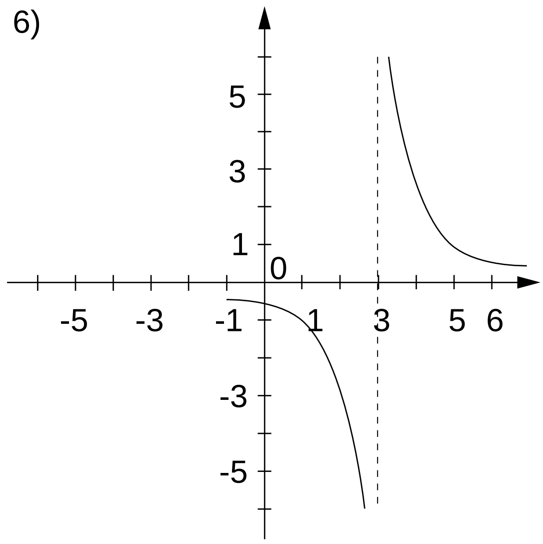
5)



3)



6)



671 Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ on donne l'application f par la règle suivante :

Règle: Pour trouver l'image d'un nombre par f, on multiplie ce nombre par 2 puis on soustrait 3.

Calculer l'image de chacun des nombres suivants :

1) 4 2) 2,5 3) 1 4) 0,5 5) –4 6) –2

672 Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ on donne l'application g par la règle suivante :

Règle: Pour trouver l'image d'un nombre par g, on élève ce nombre au carré puis on additionne 1.

Calculer l'image de chacun des nombres suivants :

1) 2 2) –3 3) 1 4) 0,5 5) –1,2 6) 0

673 Dans l'ensemble $\mathbb{R}_+$ on donne l'application h par la règle suivante :

Règle: Pour trouver l'image d'un nombre par h, on extrait sa racine carrée.

Calculer l'image de chacun des nombres suivants :

1) 100 2) 36 3) 81 4) 0,25 5) 1,21 6) 6,25

674 Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ on donne l'application k définie par l'expression algébrique :

$$k : x \qquad 3x + 1$$

Donner la règle qui permet de trouver l'image d'un nombre par k.

Calculer :

1) k(1) 2) k(7) 3) k(12) 4) k(1,1) 5) k(–5) 6) k(–40)

675 Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ on donne l'application définie par l'expression algébrique :

$$(x) = -x + 2$$

Donner la règle qui permet de trouver l'image d'un nombre par .

Calculer :

1) (4,5) 2) (–5) 3) (0,4) 4) (–0,1) 5) (14) 6) (–100)

676 Dans l'ensemble IR on donne l'application m définie par l'expression algébrique :

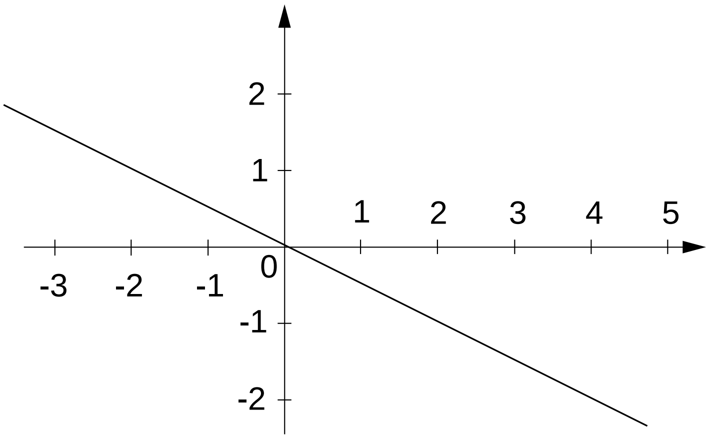
$$m : x \qquad 4x - 5$$

Donner la règle qui permet de trouver l'image d'un nombre par m.

Calculer :

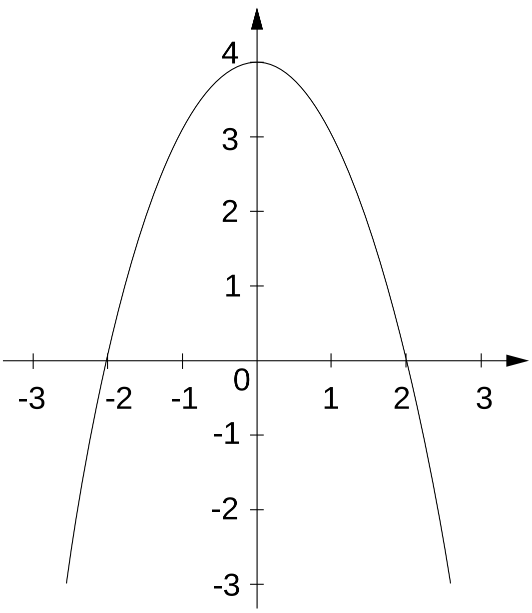
1) m(120) 2) m(12) 3) m(–4) 4) m(–15) 5) m(2,5) 6) m(16)

677 Une application dans IR est représentée par le graphique ci-dessous :



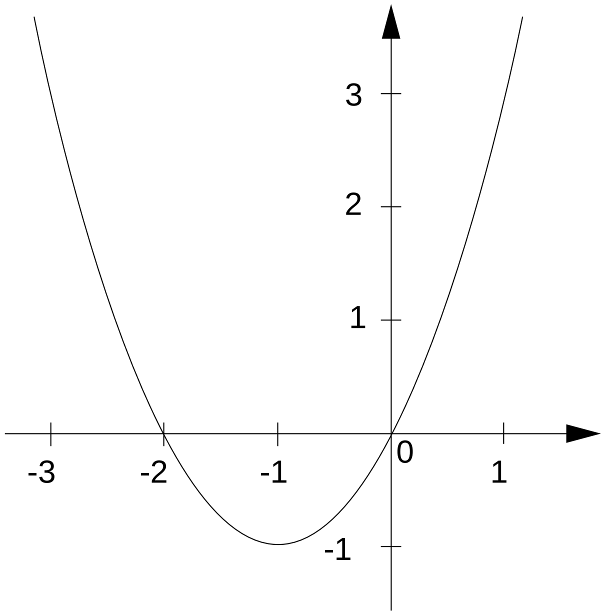
Quelle est l'image de –1 ? de 0 ? de +4 ?
Par cette application, de quel nombre –1 est-il l'image ? et 0 ?
Comment varie l'image lorsque le nombre augmente de 1 ?

678 Une application dans IR est représentée par le graphique ci-dessous :



Quelle est l'image de 0 ? de –1 ? de +1 ?
De quel(s) nombre(s) 0 est-il l'image ?
Pour quel nombre l'image est-elle maximale ?
Comment varie l'image entre –2 et –1 ? et entre 1 et 2 ?

679 Une application dans $\mathbb{R}$ est représentée par le graphique ci-dessous :



Quelle est l'image de $-2{,}5$? de 0 ? de 1 ?

De quel(s) nombre(s) $-0{,}75$ est-il l'image ?

Pour quel nombre l'image est-elle minimale ?

Comment varie l'image entre -2 et -1 ? et entre -1 et 0 ?

EXERCICES ÉCRITS

680 Placer les points suivants sur un graphique :

A <0 ; 0>	**H** <–3 ; –3>	**O** <5 ; –3>	**V** <–10 ; –1>
B <–1 ; –1>	**I** <–5 ; 1>	**P** <8 ; –4>	**W** <–8 ; –2>
C <–2 ; 1>	**J** <–2 ; 4>	**Q** <10 ; –5>	**X** <–3 ; –3>
D <0 ; 3>	**K** <1 ; 4>	**R** <5 ; –5>	**Y** <–13 ; 0>
E <3 ; 1>	**L** <4 ; 2>	**S** <–9 ; –5>	**Z** <–9 ; 2>
F <2 ; –2>	**M** <3 ; –2>	**T** <–10 ; –4>	
G <1 ; –3>	**N** <1 ; –3>	**U** <–11 ; –3>	

Relier les points par ordre alphabétique de **a** à **x**.
Relier **U** à **Y** et **V** à **Z**.

681 Écrire l'expression algébrique des applications dans $\mathbb{R}$ symbolisées par :

1) g : $\boxed{} \xrightarrow{\cdot 4} \boxed{} \xrightarrow{+ 1} \boxed{}$

2) h : $\boxed{} \xrightarrow{\cdot 2} \boxed{} \xrightarrow{- 1} \boxed{}$

3) i : $\boxed{} \xrightarrow{\text{carré}} \boxed{} \xrightarrow{+ 2} \boxed{}$

4) j : $\boxed{} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{} \xrightarrow{- 3} \boxed{}$

682 Écrire l'expression algébrique des applications dans $\mathbb{R}$ symbolisées par :

1) k : $\boxed{} \xrightarrow{\text{carré}} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 2} \boxed{}$

2) : $\boxed{} \xrightarrow{\cdot 5} \boxed{} \xrightarrow{- 3} \boxed{}$

3) m : $\boxed{} \xrightarrow{\cdot 2} \boxed{} \xrightarrow{\text{carré}} \boxed{}$

4) n : $\boxed{} \xrightarrow{- 1} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 2} \boxed{}$

683 Écrire l'expression algébrique des applications dans $\mathbb{R}$ symbolisées par :

1) o : $\square \xrightarrow{\text{carré}} \square \xrightarrow{-1} \square$

2) p : $\square \xrightarrow{\cdot 10} \square \xrightarrow{+4} \square$

3) q : $\square \xrightarrow{\text{opposé}} \square \xrightarrow{-5} \square$

4) r : $\square \xrightarrow{\cdot (-2)} \square \xrightarrow{+4} \square$

684 f, g et h sont des applications dans $\mathbb{R}$.

Règles: Pour trouver l'image d'un nombre par f, il faut le multiplier par 4 puis soustraire 5.
Pour trouver l'image d'un nombre par g, il faut le multiplier par 2 puis élever au carré.
Pour trouver l'image d'un nombre par h, il faut lui ajouter 5 puis multiplier par 3.

1) Donner l'expression algébrique de f, g et h.
2) Calculer f(25), g(–4), g(0), h(7), h(–0,5).

685 i, j et k sont des applications dans $\mathbb{R}$.

Règles: Pour trouver l'image d'un nombre par i, il faut en prendre la valeur absolue.
Pour trouver l'image d'un nombre par j, il faut en prendre la valeur absolue puis ajouter 3.
Pour trouver l'image d'un nombre par k, il faut lui ajouter 3 puis prendre la valeur absolue de cette somme.

1) Donner l'expression algébrique de i, j et k.
2) Calculer i(4), i(–2), j(2), j(–7), k(2), k(–7).

686 , m et n sont des applications dans $\mathbb{R}$.

Règles: Pour trouver l'image d'un nombre par , il faut en prendre l'opposé.
Pour trouver l'image d'un nombre par m, il faut en prendre l'opposé puis ajouter 2.
Pour trouver l'image d'un nombre par n, il faut lui ajouter 2 puis prendre l'opposé de cette somme.

1) Donner l'expression algébrique de , m et n.
2) Calculer (–5), m(–10), m(4), n(–10), n(4).

687 f est une application dans IR définie par

f : x 3x

1) Calculer f(0), f(–2), f(2), f(–4), f(4).
2) Représenter l'application f par un graphique.

688 g est une application dans IR définie par

g(x) = –x

Représenter l'application g par un graphique.

689 h est une application dans IR définie par

h : x – 2x

1) Calculer h(0), h(1), h(–1), h(2), h(–2).
2) Représenter l'application h par un graphique.

690 k est une application dans IR définie par

k(x) = 5

1) Calculer k(0), k(–4), k(1250).
2) Représenter l'application k par un graphique.

691 est une application dans IR définie par

: x – 1

Représenter l'application par un graphique.

692 f est une application dans IR définie par

f(x) = 2x + 1

1) Calculer f(0), f(–1), f(1), f(–3), f(3).
2) Représenter l'application f par un graphique.

693 g est une application dans IR définie par

g : x 3x – 4

1) Calculer g(0), g(–1), g(1), g(–2), g(2).
2) Représenter l'application g par un graphique.

694 h est une application dans IR définie par

$$h(x) = -2x + 2$$

1) Calculer h(0), h(–1), h(1), h(–2), h(2) .
2) Représenter l'application h par un graphique.

695 j est une application dans IR définie par

$$j : x \qquad -3x-1$$

1) Calculer j(0), j(–1), j(1), j(–2), j(2) .
2) Représenter l'application j par un graphique.

696 f, g et h sont des applications dans IR définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x + 3 \\ g(x) &= 2x - 3 \\ h(x) &= -(2x + 3) \end{aligned}$$

1) Recopier le tableau ci-dessous et le compléter

x	f(x)	g(x)	h(x)
–3			
–1			
0			
+1			
+3			

2) Représenter graphiquement f, g et h en utilisant le même système d’axes (f en rouge, g en bleu, h en vert).

697 , m et n sont des applications dans IR définies par

$$\begin{aligned} : x &\qquad |x| \\ m : x &\qquad |x+4| \\ n : x &\qquad x+|x| \end{aligned}$$

1) Choisir 5 valeurs pour x et calculer (x), m(x) et n(x) pour ces valeurs (présentation sous forme de tableau).
2) Représenter graphiquement , m et n en utilisant le même système d’axes (en rouge, m en bleu, n en vert).

698 f, g, h et i sont des applications dans IR définies par les expressions algébriques :

$$f : x \qquad -2x+1$$

$$g : x \qquad 2x+1$$

$$h : x \qquad -2x-2$$

$$i : x \qquad 2x-2$$

1) Choisir 5 valeurs pour x et calculer f(x), g(x), h(x) et i(x) pour ces valeurs (présentation sous forme de tableau).
2) Représenter graphiquement f, g, h et i en utilisant le même système d'axes (f en rouge, g en bleu, h en vert, i en brun).
3) Dans le cahier, répondre aux questions suivantes :
   a) En quoi les expressions algébriques de f et de g sont-elles différentes ? Comment cette différence se traduit-elle sur leurs graphiques ?
   b) En quoi les expressions algébriques de h et de i sont-elles différentes ? Comment cette différence se traduit-elle sur leurs graphiques ?
   c) En quoi les expressions algébriques de f et de h se ressemblent-elles ? Comment se traduit cette ressemblance sur leurs graphiques ?
   d) En quoi les expressions algébriques de g et de i se ressemblent-elles ? Comment se traduit cette ressemblance sur leurs graphiques ?

699 et m sont des applications dans IR définies par les expressions algébriques :

$$(x) = 3x + 2$$

$$m(x) = 3x$$

1) Choisir 5 valeurs pour x et calculer (x) et m(x) pour ces valeurs.
2) Représenter graphiquement et m en utilisant le même système d'axes (en rouge, m en bleu).
3) Dans le cahier, répondre aux questions suivantes :
   a) En quoi les expressions algébriques de et de m se ressemblent-elles ? Comment se traduit cette ressemblance sur leurs graphiques ?
   b) En quoi les expressions algébriques de et de m sont-elles différentes ? Comment se traduit cette différence sur leurs graphiques ?
      Quelle est la particularité de l'application m ?
      Comment peut-on voir cette particularité dans l'expression algébrique de m ?

700 f est une application dans IR définie par l'expression algébrique suivante :

$$f(x) = x^2$$

1) Calculer f(0), f(–1), f(1), f(–2), f(2), f(–0,5), f(0,5), f(–3), f(3).
2) Donner la représentation graphique de f.

701 g est une application dans $\mathbb{R}$ définie par

$$g : x \qquad x^2 - 3$$

1) Calculer g(0), g(–1), g(1), g(–2), g(2), g(–0,5), g(0,5), g(–3), g(3) .
2) Donner la représentation graphique de g.

702 k est une application dans $\mathbb{R}$ définie par

$$k(x) = 2x^2$$

1) Calculer k(0), k(–1), k(1), k(–2), k(2), k(–0,5), k(0,5), k(–3), k(3) .
2) Donner la représentation graphique de k.

703 m est une application dans $\mathbb{R}$ définie par

$$m(x) = -x^2$$

1) Calculer m(0), m(–1), m(1), m(–2), m(2), m(–3), m(3), m(–0,5), m(0,5) .
2) Donner la représentation graphique de m.

704 h est une application dans $\mathbb{R}$ définie par

$$h : x \qquad -x^2 + 1$$

1) Calculer h(0), h(–1), h(1), h(–2), h(2), h(–3), h(3), h(–0,5), h(0,5) .
2) Représenter h graphiquement.

705 f, g et h sont des applications dans $\mathbb{R}$ définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 3x \\ g(x) &= -x^2 + 2 \\ h(x) &= -5x^2 + 2x - 4 \end{aligned}$$

Calculer f(x), g(x) et h(x) pour x = –4, x = –3, x = 2 et x = 0,5.

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

706 Une application f dans ℝ a pour graphique une droite qui passe par les points **A** < –2 ; 1 > et **B** < 4 ; 4 >.

1) Dessiner le graphique de cette application.
2) Quelle est l'image de 0 par f ?
3) De combien augmente l'image lorsque le nombre de départ augmente de 1 ?
4) Donner l'expression algébrique de f.

707 Une application g dans ℝ a pour graphique une droite qui passe par les points **C** < 1 ; –3 > et **D** < –1 ; 1 >.

1) Dessiner le graphique de g.
2) Quelle est l'image de 0 ?
3) Comment varie l'image lorsque le nombre de départ augmente de 1 ?
4) Donner l'expression algébrique de g.

708 L'expression algébrique d'une application f est: $f(x) = \frac{1}{x}$

1) Quel est l'ensemble de départ de f ?
2) Sur une feuille de papier millimétré, construire le graphique de f (utiliser une calculatrice).

709 Une application dans ℝ a pour graphique une droite qui passe par les points < –2 ; 1 > et < 2 ; –3 > .

1) Dessiner le graphique de cette application.
2) Répondre dans le cahier aux questions suivantes :
   a) Quelle est l'image de 0 par cette application ? de –3 ? de 5 ?
   b) Quel est le nombre qui a –0,5 pour image ?
   c) Comment varie l'image lorsque le nombre de départ augmente de 1 ?
   d) Quelle est l'expression algébrique de cette application ?

710 Une application dans ℝ a pour graphique une droite qui passe par les points < 0 ; 0 > et < 3 ; 2 >.

1) Dessiner le graphique de cette application.
2) Répondre dans le cahier aux questions suivantes :
   a) Quelle est l'image de –3 ? de 1,5 ? de –4,5 ?
   b) Quel est le nombre qui a –1 pour image ?
   c) Comment varie l'image lorsque le nombre de départ augmente de 1 ?
   d) Quelle est l'expression algébrique de cette application ?

711 i , j et k sont des applications dans $\mathbb{R}$ définies par

$$f(x) = |-x-2|$$
$$j(x) = -|x-2|$$
$$k(x) = \quad |x-2|$$

1) Choisir 5 valeurs pour x et calculer i(x), j(x) et k(x) pour ces valeurs (présentation sous forme de tableau).
2) Représenter graphiquement i, j et k en utilisant le même système d'axes. (i en rouge, j en bleu et k en vert).

712 Une application g dans $\mathbb{R}$ a l'expression algébrique $g(x) = \left|4x^2 - 9\right|$.

1) Recopier ce tableau et le compléter :

x	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
g(x)									

2) Construire la représentation graphique de g.

713 Une application h a l'expression algébrique $h(x) = \dfrac{2x}{x-2}$

1) Quel est l'ensemble de départ de h ?
2) Recopier ce tableau et le compléter :

x	-2	0	1	3	4	6
h(x)						

3) Construire la représentation graphique de h.

714 f est une relation dans $\mathbb{Z}$ définie par la règle :
y est l'image de x si le produit de x et y est positif et différent de 0.

1) Faire le graphique de f.
2) Est-ce que f est une application ?

715 g est une relation dans $\mathbb{Z}$ définie par la règle :
y est l'image de x si la somme de x et y est positive et différente de 0.
1) Faire le graphique de g.
2) Est-ce que g est une application ?

7

LES PROPORTIONS

THÉORIE

1. LES PROPORTIONS

1.1 RAPPEL DE 7e

Un magasin affiche l'offre suivante:

“ 5 kg de pommes de terre coûtent 4 fr. ”

Si le magasin ne fait pas de rabais de quantité, on peut en déduire que

10 kg coûtent 8 fr.

20 kg coûtent 16 fr.

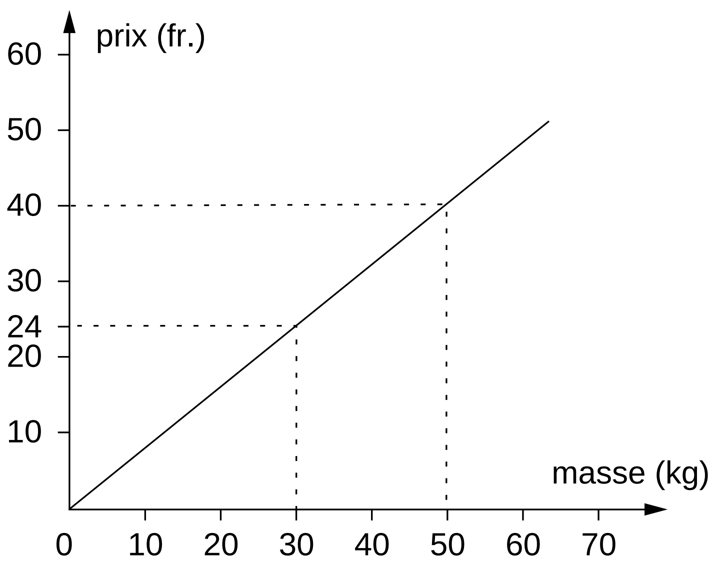
......

50 kg coûtent 40 fr.

On peut indiquer par un tableau la relation entre le nombre de kg de pommes de terre et le prix:

nombre de kg	5	10	20	25	30	40	50
prix (fr.)	4	8	16	20	24	32	40

On peut aussi faire un graphique pour montrer le prix en fonction de la masse:



Propriétés. On constate dans cet exemple que:

1) Le graphique qu'on obtient est une droite qui passe par l'origine des axes.
2) Lorsqu'une des grandeurs (la masse) est **multipliée** (ou divisée) par un nombre, l'autre grandeur (le prix) est **multipliée** (ou divisée) par le même nombre.
   Par exemple,

   10 kg coûtent 8 fr.

   30 kg coûtent 3 fois plus, 24 fr.
3) On peut compléter le tableau en additionnant les grandeurs correspondantes dans deux de ses colonnes. Par exemple,

$$\left.\begin{array}{l}\text{10 kilos coûtent 8 fr.}\\[1em]\text{30 kilos coûtent 24 fr.}\end{array}\right\}\ \text{40 kg coûtent 32 fr.}$$

Lorsque deux grandeurs ont ces propriétés, on dit qu'elles sont **proportionnelles**.

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, on dira que si on achète des pommes de terre (dans ce magasin), le prix est proportionnel à la masse.

1.2 LE FACTEUR DE PROPORTIONNALITÉ

Le tableau

nombre de kg	5	10	20	25	30	40	50
prix (fr.)	4	8	16	20	24	32	40

s'appelle un **tableau de proportionnalité**.

Il comporte deux suites de nombres: ceux de la première ligne,

5 ; 10 ; 20 ; 25 ; 30 ; 40 ; 50

et ceux de la seconde ligne,

4 ; 8 ; 16 ; 20 ; 24 ; 32 ; 40

On dira que ces deux suites de nombres sont des **suites proportionnelles**.

Dans ce tableau, divisons chaque prix par le nombre de kg de pommes de terre qu'on peut acheter pour ce prix:

pour 4 fr. on achète 5 kg de pommes de terre, et 4 : 5 = 0,8

pour 8 fr. on achète 10 kg de pommes de terre, et 8 : 10 = 0,8

pour 20 fr. on achète 25 kg de pommes de terre, et 20 : 25 = 0,8

......

pour 40 fr. on achète 50 kg de pommes de terre, et 40 : 50 = 0,8

On constate qu'on obtient chaque fois le même résultat: 0,8

C'est dire que pour obtenir un nombre dans la deuxième ligne, il suffit de multiplier le nombre correspondant de la première ligne par 0,8.

Ce nombre 0,8 s'appelle un **facteur de proportionnalité**.

Lorsqu'on connaît ce facteur de proportionnalité, on peut calculer le prix (en fr.) d'une certaine masse (en kg) de pommes de terre en multipliant cette masse par 0,8.

Par exemple: Combien coûtent (dans ce magasin) 35 kg de pommes de terre? Pour le savoir, on multiplie 35 par 0,8

$$35 \cdot (0{,}8) = 28$$

et on voit que 35 kg coûtent 28 fr.

Il est souvent utile d'écrire le facteur de proportionnalité à côté du tableau:

nombre de kg	5	10	20	25	30	40	50
· 0,8 → prix (fr.)	4	8	16	20	24	32	40

1.3 COMMENT RÉSOUDRE UN PROBLÈME DE PROPORTIONNALITÉ?

Problème 1 Un tuyau d'arrosage débite 15 litres d'eau en 30 secondes. Combien d'eau aura-t-il débité après 40 secondes?

On peut résoudre ce problème de deux manières.

Première méthode On commence par calculer le nombre de litres que le tuyau débite en **une** seconde:

le tuyau débite 15 litres en 30 secondes,

donc

le tuyau débite 15 : 30 = 0,5 litres en 1 seconde.

Et en 40 secondes, il débitera 40 fois plus d'eau qu'en 1 seconde:

le tuyau débite 0,5 litres en 1 seconde,

donc

le tuyau débite 40 · (0,5) = 20 litres en 40 secondes.

Seconde méthode On utilise le facteur de proportionnalité. Il s'agit de compléter le tableau suivant:

· 0,5

temps (secondes)	30	40
nombre de litres	15	

Le facteur de proportionnalité qui permet de calculer la seconde ligne à partir de la première est 0,5 puisque

$$15 : 30 = 0,5$$

En multipliant 40 secondes par ce facteur 0,5 on obtiendra la réponse (en litres):

$$40 \cdot (0,5) = 20$$

donc après 40 secondes, le tuyau aura débité 20 litres d'eau.

Problème 2 Un tuyau débite 15 litres d'eau en 30 secondes. Combien de temps faut-il pour qu'il débite 80 litres?

Ici aussi, on peut résoudre le problème de deux manières.

Première méthode On calcule d'abord le temps qu'il faut pour débiter **un** litre:

le tuyau met 30 secondes pour débiter 15 litres,

donc

le tuyau met 30 : 15 = 2 secondes pour débiter 1 litre.

Et pour débiter 80 litres, il faudra 80 fois plus de temps que pour débiter un litre:

le tuyau met 2 secondes pour débiter 1 litre,

donc

le tuyau met $80 \cdot 2 = 160$ secondes pour débiter 80 litres.

Seconde méthode On utilise le facteur de proportionnalité. Il s'agit de compléter le tableau de proportionnalité suivant:

$\cdot$ 0,5	temps (secondes)	30	
	nombre de litres	15	80

Le facteur de proportionnalité qui permet de calculer la seconde ligne à partir de la première est 0,5 puisque

$$15 : 30 = 0,5$$

On cherche le nombre par lequel il faut multiplier 0,5 pour obtenir 80. On le trouve de la manière suivante:

$$80 : 0,5 = 160$$

donc le tuyau met 160 secondes pour débiter 80 litres.

2. GRANDEURS NON PROPORTIONNELLES

Exemple 1 On se demande si l'aire d'un carré est proportionnelle à la longueur de son côté.

Pour répondre à cette question, on inscrit plusieurs longueurs de côtés dans la première ligne d'un tableau. Dans la seconde ligne, on inscrit l'aire du carré correspondant:

longueur du côté (cm)	2	3	4	5
	$\cdot 2$	$\cdot 3$	$\cdot 4$	$\cdot 5$
aire du carré (cm^2)	4	9	16	25

On voit que les deux suites

2 ; 3 ; 4 ; 5

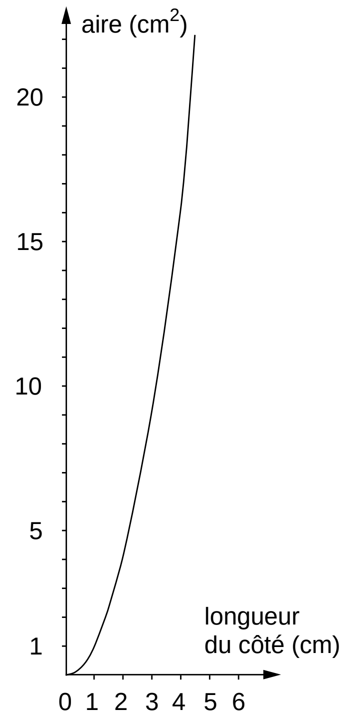
et

4 ; 9 ; 16 ; 25

ne sont pas proportionnelles, car il n'y a pas de facteur de proportionnalité. En effet, le nombre par lequel il faut multiplier pour passer de la longueur du côté à l'aire n'est pas chaque fois le même.

Donc l'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur de son côté.

On peut aussi le constater en faisant le graphique de l'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté:



Ce graphique n'est pas une droite qui passe par l'origine des axes. Cela aussi montre que l'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur de son côté.

Exemple 2 Pour effectuer un travail, trois ouvriers ont besoin de 12 heures. Combien de temps mettront six ouvriers pour effectuer le même travail?

Un ouvrier mettra trois fois plus de temps que trois ouvriers, il lui faudra donc $3 \cdot 12 = 36$ heures.

Six ouvriers mettront six fois moins de temps qu'un ouvrier, il leur faudra donc $36 : 6 = 6$ heures.

Plus il y a d'ouvriers, *moins* il leur faut de temps.

Dans cet exemple, on dit que les grandeurs sont **inversement proportionnelles**.

3. LES POURCENTAGES

3.1 RAPPEL DE 7e

Un pourcentage est une autre manière d'écrire une division dont le diviseur est égal à 100.

Par exemple, au lieu d'écrire

$\frac{4}{100}$ on peut écrire 4%

$\frac{6{,}5}{100}$ on peut écrire 6,5%

$\frac{25}{100}$ on peut écrire 25%

Plus généralement,

x%
se lit: "x pour-cent"
et signifie: $\frac{x}{100}$

Il faut savoir que

10%, c'est le dixième
25%, c'est le quart
50%, c'est la moitié
75%, c'est les trois quarts
100%, c'est "le tout"

3.2 POURCENTAGES ET PROPORTIONNALITÉ

Les facteurs de proportionnalité s'expriment souvent en pourcentage.

Par exemple, si un magasin affiche:

" 15% de rabais sur tous nos articles ",

cette phrase veut dire que le rabais accordé sur un article est proportionnel à son prix, et que le facteur de proportionnalité est de $\frac{15}{100}$. Voici un tableau de proportionnalité qui montre, pour plusieurs prix, le rabais accordé:

$\cdot \frac{15}{100}$

prix avant rabais (fr.)	40	80	100	120	230
montant du rabais (fr.)	6	12	15	18	34,50
prix après rabais (fr.)	34	68	85	102	195,50

La troisième ligne du tableau indique, pour chaque article de la première ligne, son prix après le rabais. Cette ligne s'obtient en soustrayant la seconde ligne de la première.

Problème 1 Une classe compte 20 élèves; 60% de ces élèves sont des filles. Combien de filles y a-t-il dans cette classe?

Solution On écrit le tableau de proportionnalité :

$\cdot \frac{60}{100}$

nombre d'élèves	100	20
nombre de filles	60	x

Le nombre cherché, qu'on a désigné par x dans le tableau de proportionnalité, s'obtient en multipliant 20 (le nombre d'élèves dans la classe) par le facteur de proportionnalité $\frac{60}{100}$:

$$x = 20 \cdot \frac{60}{100} = 12 .$$

Réponse Il y a 12 filles dans cette classe.

Problème 2 L'an dernier, il y avait 500 élèves dans un collège. Cette année, ce collège a 40 élèves de moins. Quelle est, en pourcentage, la diminution du nombre d'élèves entre l'an dernier et cette année?

Solution Calculer le pourcentage de diminution, c'est calculer la diminution du nombre d'élèves par groupe de 100 élèves.

On écrit le tableau de proportionnalité suivant:

	nombre d'élèves l'an dernier	500	100
$\cdot \frac{40}{500}$	diminution du nombre d'élèves	40	x

Il s'agit de calculer x.

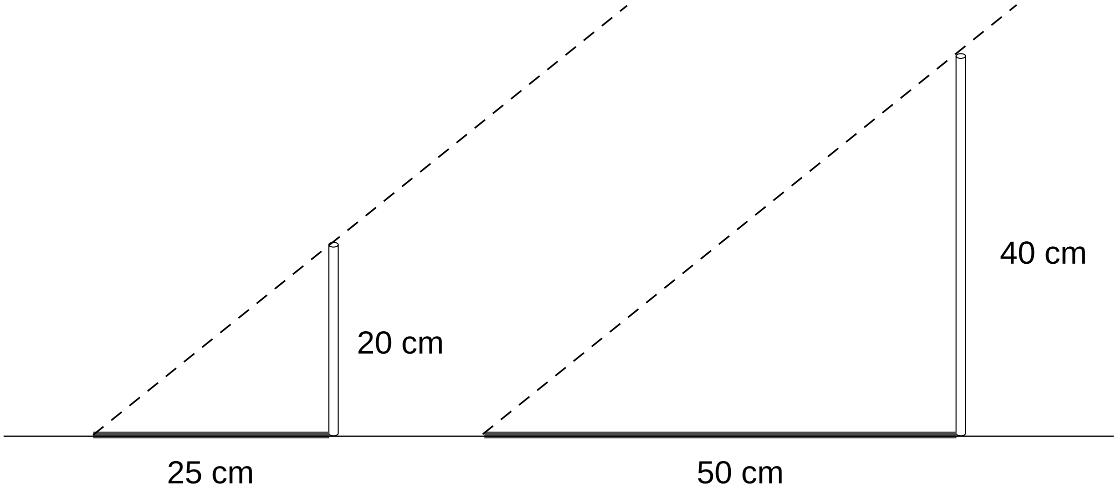
Puisque le facteur de proportionnalité est $\frac{40}{500}$, on doit avoir:

$$x = 100 \cdot \frac{40}{500} = 8$$

Réponse Le nombre d'élèves a diminué de 8% entre l'an dernier et cette année.

4. PENTES

Si on observe l’ombre projetée au sol par un bâton vertical que le soleil éclaire, on voit que la longueur du bâton est proportionnelle à la longueur de son ombre.



$\cdot\ 0{,}8$

distance horizontale (cm)	25	50
distance verticale (cm)	20	40

Le facteur de proportionnalité qui permet de calculer la distance verticale lorsqu’on connaît la distance horizontale s’appelle la **pente**:

$$\boxed{\text{pente} \;=\; \frac{\text{distance verticale}}{\text{distance horizontale}}}$$

Dans l’exemple ci-dessus, la pente est de 0,8. Si on veut l’exprimer en pourcentage, on dira que la pente est de 80%.

Problème Un bâton de 2 m projette une ombre de 1,6 m.
Quelle est la hauteur d’un sapin qui projette, au même moment et au même endroit, une ombre de 4,8 m?

Solution Il s’agit de compléter le tableau de proportionnalité suivant:

$\cdot\ \dfrac{2}{1{,}6}$

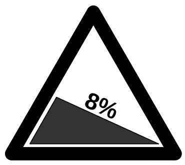
ombre (m)	1,6	4,8
distance verticale (m)	2	x

On doit avoir: $x = 4{,}8 \cdot \dfrac{2}{1{,}6} = 6$

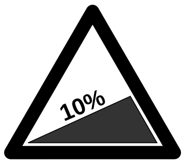
Réponse Le sapin mesure 6 m.

La pente d'une route

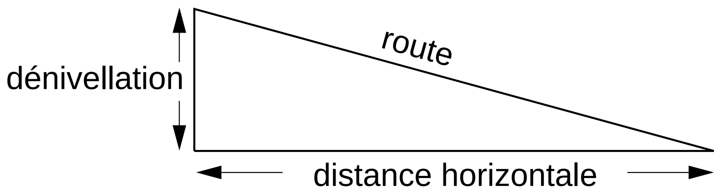
On rencontre parfois, au bord d'une route en descente, un écriteau comme celui-ci:



ou au bord d'une route en montée, un écriteau comme celui-ci:



Lorsqu'une route descend, ou monte, la distance verticale s'appelle la **dénivellation**:



La pente d'une route se calcule en divisant la dénivellation par la distance horizontale (les deux longueurs étant mesurées dans la même unité):

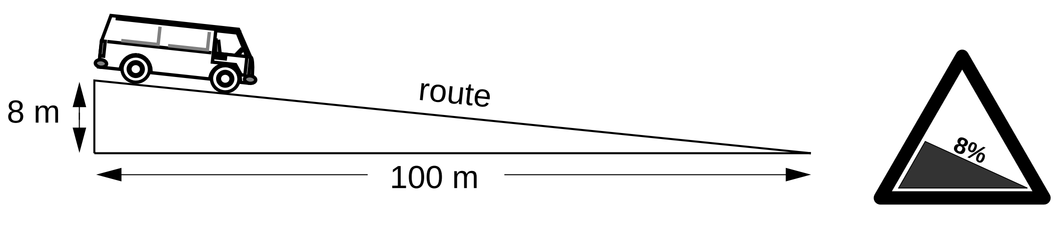
$$\boxed{\text{pente d'une route} = \frac{\text{dénivellation}}{\text{distance horizontale}}}$$

Cette pente est le facteur de proportionnalité par lequel il faut multiplier la distance horizontale pour calculer la dénivellation.

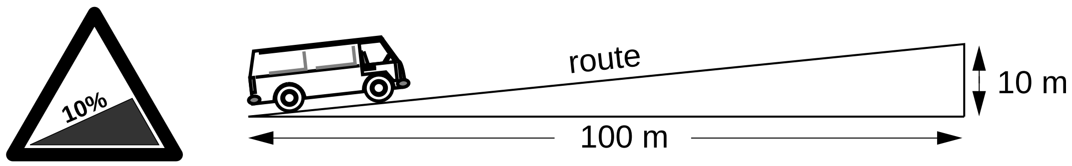
La pente d'une route s'exprime généralement en pourcentage.

Reprenons les deux écriteaux de signalisation routière.

Une pente de 8% correspond à une dénivellation de 8 m pour une distance horizontale de 100 m:



Une pente de 10% correspond à une dénivellation de 10 m pour une distance horizontale de 100 m:



5. LE TAUX D'INTÉRÊT

Une somme d'argent (**le capital**) déposée pendant une année sur un compte d'épargne rapporte une certaine somme (**l'intérêt annuel**).

L'intérêt annuel est proportionnel au capital.

Le facteur de proportionnalité qui permet de calculer l'intérêt annuel, connaissant le capital, s'appelle le **taux d'intérêt**.

Le taux d'intérêt s'exprime généralement en pourcentage.
Dire que le taux d'intérêt est de x% revient à dire que l'intérêt annuel sur un capital de 100 fr. est de x fr.

1) Calcul de l'intérêt annuel

Problème Un capital de 3000 fr. est placé pendant une année à un taux de 4%. Quel est l'intérêt obtenu?

Solution Appelons x l'intérêt qu'on veut déterminer (en fr.). On peut trouver x en complétant le tableau de proportionnalité suivant:

capital (fr.)	100	3000
intérêt annuel (fr.)	4	x

$\cdot \frac{4}{100}$

On trouve:

$$x = 3000 \cdot \frac{4}{100} = 120$$

Réponse L'intérêt annuel est de 120 fr.

2) Calcul du taux d'intérêt

Problème Un capital de 2000 fr. placé pendant une année a rapporté un intérêt de 80 fr. À quel taux d'intérêt a-t-il été placé?

Solution Soit x% le taux d'intérêt qu'il faut déterminer.
Il s'agit de compléter le tableau de proportionnalité suivant:

$\cdot \frac{80}{2000}$

capital (fr.)	2000	100
intérêt annuel (fr.)	80	x

On trouve:

$$x = 100 \cdot \frac{80}{2000} = 4$$

Réponse Le taux d'intérêt est de 4%, puisque l'intérêt annuel sur un capital de 100 fr. est de 4 fr.

6. LE TAUX DE CHANGE

Pour passer des vacances en France, on veut se procurer des francs français.

La monnaie étrangère s'achète dans les banques et les bureaux de change.

Les journaux publient le **cours du change**, c'est-à-dire le prix auquel la banque achète, ou vend, les principales monnaies étrangères.

Voici par exemple le cours du 24 mars 1994 :

BILLETS	La Banque	
	achète	**vend**
1 dollar US	1.395	1.465
1 dollar australien	—.97	1.07
100 fr. français	24.2	25.5
100 DM	82.7	86.7
100 lires	—.0828	—.0883
100 pesetas	—.995	1.075
100 escudos portugais	—.79	—.87
1 livre sterling	2.06	2.2
100 francs belges	4.01	4.21
100 sch. autrichiens	11.7	12.3
100 florins hollandais	73.35	77.35
100 cour. suédoises	17.45	18.95
100 cour. danoises	20.5	22.4
100 cour. norvégiennes	18.75	20.25
100 drachmes	—.55	—.65
1 dollar canadien	1.01	1.08
100 yen	1.305	1.385

On voit que la banque vendait ce jour-là 100 FF (francs français) pour 25,50 FS (francs suisses).

Si on veut acheter plus (ou moins) que 100 FF, le prix en FS est proportionnel au montant qu'on achète.

Le facteur de proportionnalité, pour changer une monnaie dans une autre, s'appelle le **taux de change**.

Problème On veut acheter 600 FF. Combien doit-on les payer, si la banque vend 100 FF pour 25,50 FS?

Solution On doit compléter le tableau de proportionnalité suivant:

francs français (FF)	100	600
francs suisses (FS)	25,50	x

$$600 \xrightarrow{\cdot \frac{25,50}{100}} x$$

On trouve x, le prix qu'il faut payer en FS pour acheter 600 FF, en multipliant 600 par le facteur de proportionnalité:

$$x = 600 \cdot \frac{25,50}{100} = 153$$

Réponse 600 FF coûtent 153 FS.

7. L'ÉCHELLE D'UNE CARTE, D'UN PLAN

Sur un plan, ou sur une carte, les mesures sont proportionnelles aux distances réelles.

Le facteur de proportionnalité s'appelle **l'échelle** de la carte (ou du plan).

L'échelle permet de calculer une distance sur la carte à partir de la distance correspondante sur le terrain, ou vice versa.

$$\boxed{\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte (en cm)}}{\text{distance sur le terrain (en cm)}}}$$

L'échelle d'une carte s'exprime par une fraction dont le numérateur est 1.

Exemples

Sur une *carte routière* :

L'indication "échelle 1 : 200 000" signifie que 1 cm sur la carte correspond à 200 000 cm, c'est-à-dire à 2 km, sur le terrain.

L'indication "échelle 1 : 1 000 000" signifie que 1 cm sur la carte correspond à 1 000 000 cm, c'est-à-dire à 10 km, sur le terrain.

Sur un *plan* :

L'indication "échelle 1 : 100" signifie que 1 cm sur la carte correspond à 100 cm, c'est-à-dire à 1 m, sur le terrain.

1) Recherche d'une distance réelle

Problème Sur un plan au 1 : 100, un mur est représenté par une longueur de 9 cm. Quelle est la longueur du mur?

Solution On doit compléter le tableau de proportionnalité suivant:

$\cdot\ \frac{100}{1}$

distance sur le plan (cm)	1	9
distance réelle (cm)	100	x

En utilisant le facteur de proportionnalité, on voit que

$$x = 9 \cdot \frac{100}{1} = 900$$

Réponse Le mur a 900 cm de long (c'est-à-dire 9m).

2) Recherche d'une distance sur la carte

Problème Sur une carte à l'échelle 1 : 150 000, on veut représenter deux villages distants de 37,5 km.
Quelle est la distance qui doit les séparer sur la carte?

Solution Puisque 37,5 km = 3 750 000 cm, on peut écrire le tableau de porportionnalité suivant:

$\cdot\ \frac{1}{150\ 000}$

distance réelle (cm)	150 000	3 750 000
distance sur la carte (cm)	1	x

En utilisant le facteur de proportionnalité, on trouve:

$$x = 3\ 75\cancel{0}\ \cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \cdot \frac{1}{15\cancel{0}\ \cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} = 25$$

Réponse Il faut placer les villages à 25 cm l'un de l'autre sur la carte.

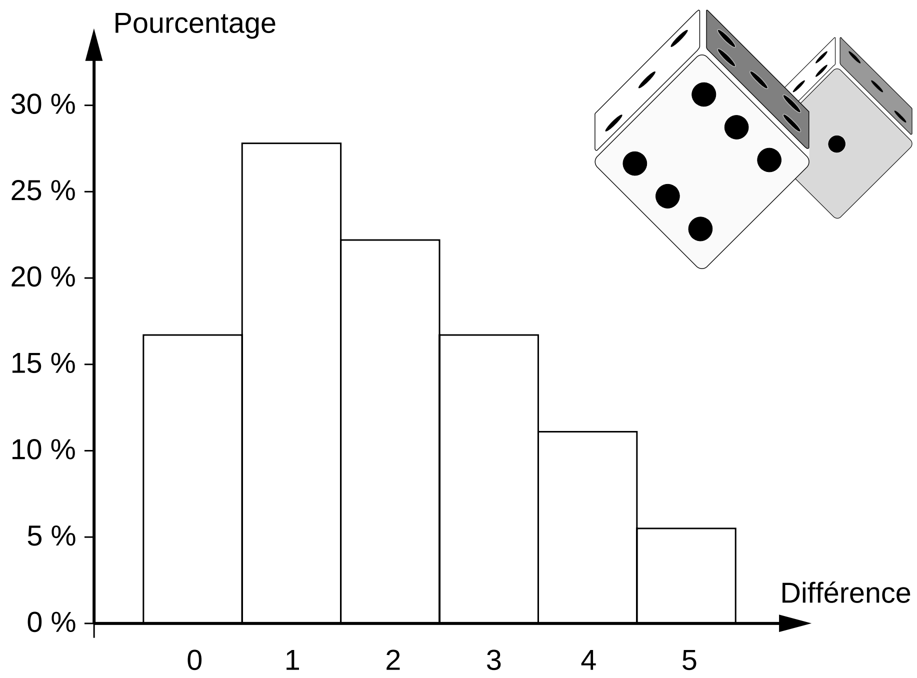
Remarque En dessin technique, il arrive qu'on souhaite représenter un détail, ou une pièce, en **agrandissement**. L'échelle s'exprime alors par une fraction dont le **dénominateur** est 1.

8. STATISTIQUES

Lancer deux dés et calculer la différence des points obtenus sur chacun des dés est une **expérience**.

Des mathématiciens ont calculé que si on fait cette expérience, on a

16,7 % de chances pour que la différence soit 0
27,8 % de chances pour que la différence soit 1
22,2 % de chances pour que la différence soit 2
16,7 % de chances pour que la différence soit 3
11,1 % de chances pour que la différence soit 4
5,5 % de chances pour que la différence soit 5.



On peut faire un histogramme de ces prévisions.

Des mathématiciens ont calculé la **fréquence relative** que l'on obtiendra probablement en répétant beaucoup de fois l'expérience.

Une fréquence relative s'exprime en pour-cent. Elle permet de comparer les statistiques.

Deux enfants ont décidé de vérifier les prévisions des mathématiciens. Ils ont effectué 150 expériences. Ils ont obtenu:

26 fois le même nombre sur les deux dés: la différence était 0
35 fois une différence de 1
42 fois une différence de 2
24 fois une différence de 3
16 fois une différence de 4
7 fois une différence de 5.

Pour mieux comparer leurs résultats aux prévisions des mathématiciens, les enfants ont calculé la **fréquence relative** des différences de points.

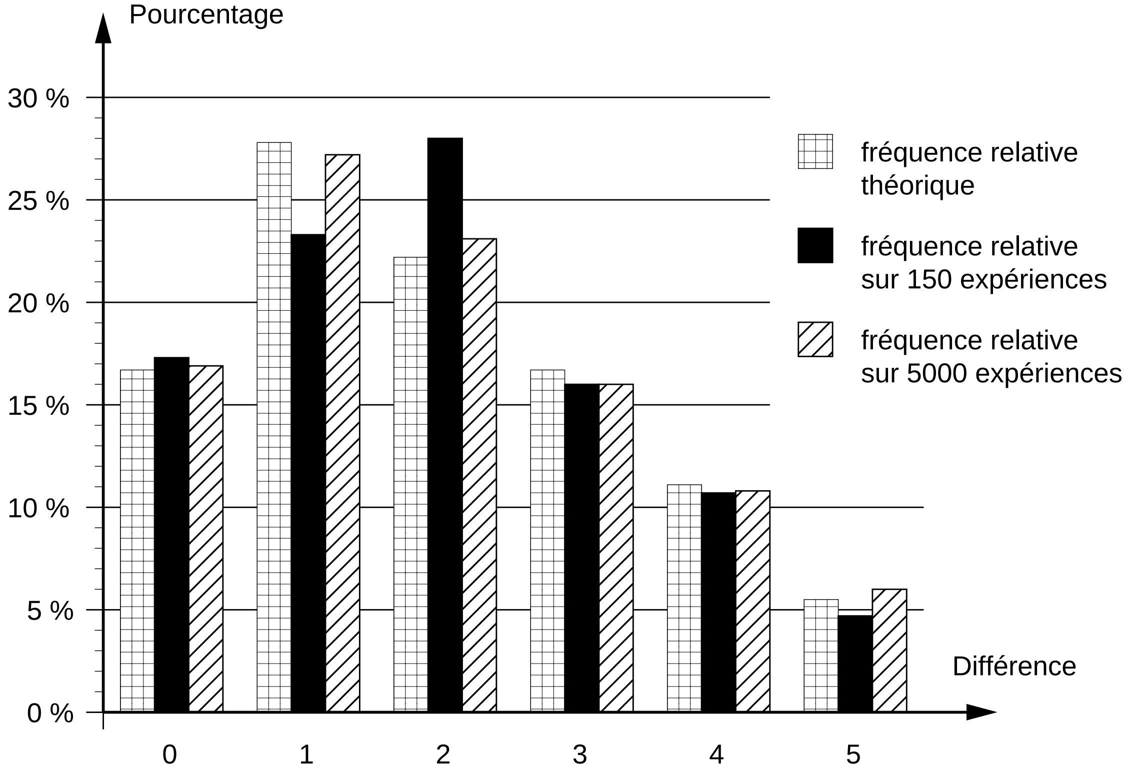
– 26 expériences sur 150, cela représente 17,3 %.
La fréquence relative de 0 est 17,3 %.
– 35 expériences sur 150, cela représente 23,3 %.
La fréquence relative de 1 est 23,3 %.
– 42 expériences sur 150, cela représente 28 %.
La fréquence relative de 2 est 28 %.

De même: La fréquence relative de 3 est 16 %.
La fréquence relative de 4 est 10,7 %.
La fréquence relative de 5 est 4,7 %.

Les enfants n'ont pas été convaincus que les mathématiciens avaient bien calculé: les fréquences du 1 et du 2 leur semblaient inversées. Ils ont alors demandé à un ordinateur de simuler 5000 expériences. Voici ce qu'ils ont obtenu:

846 fois le même nombre sur les deux dés.	La fréquence relative de 0 est 16,9 %.
1361 fois une différence de 1.	La fréquence relative de 1 est 27,2 %.
1157 fois une différence de 2.	La fréquence relative de 2 est 23,1 %.
800 fois une différence de 3.	La fréquence relative de 3 est 16 %.
539 fois une différence de 4.	La fréquence relative de 4 est 10,8 %.
297 fois une différence de 5.	La fréquence relative de 5 est 6 %.

Avec un grand nombre d'expériences, la fréquence relative de chaque résultat se rapproche de la valeur théorique calculée.



Les fréquences relatives ont permis de *comparer* deux statistiques ne comportant pas le même nombre d'expériences.

EXERCICES ORAUX ET ÉCRITS

716 Dans chaque tableau, déterminer le facteur de proportionnalité qui permet de calculer la seconde ligne à partir de la première. Puis celui qui permet de calculer la première ligne à partir de la seconde.

quantité (kg)	5	10	2	12	25
prix (fr.)	22,5	45	9	54	112,5

temps (secondes)	60	15	300	400	100
distance (m)	240	60	1200	1600	400

x	12	5	8	30	13	45
y	90	37,5	60	225	97,5	337,5

x	21	65	4	9	14	7,5
y	84	260	16	36	56	30

717 Déterminer si les tableaux suivants représentent des grandeurs proportionnelles. Si oui, déterminer pour chacune des deux grandeurs le facteur de proportionnalité qui permet de calculer l’autre.

quantité (kg)	3	5	8	20	13
prix (fr.)	7,5	12,5	20	50	32,5

côté (m)	2	7	25	0,5	50
aire (m^2)	4	49	625	0,25	2500

distance (m)	4	8	15	22	36
temps (s)	24	48	90	132	216

718 Déterminer si les tableaux suivants représentent des grandeurs proportionnelles. Si oui, déterminer pour chacune des deux grandeurs le facteur de proportionnalité qui permet de calculer l'autre.

prix (fr.)	11	4	7	5	25	100
longueur (m)	5,5	2	3,5	2,5	12,5	50

dénivellation (m)	8	5	14	19	22
distance horiz. (m)	48	30	84	114	132

distance (km)	12	2,5	24	0,5	4
prix (fr.)	40	11,5	76	5,5	16

719 Combien y a-t-il de minutes dans 3 heures ? dans 1 heure 30 minutes ? dans 4 heures ? dans une demi-heure ? dans un quart d'heure ?

720 Combien d'heures y a-t-il dans une semaine ?
Combien de semaines y a-t-il dans une année ?

721 Transformer en heures

1) 480 minutes
2) 8400 minutes
3) 600 minutes
4) 3600 minutes
5) 5 jours
6) 15 jours

722 Un automobiliste parcourt 45 km en 30 minutes.
Quelle distance aura-t-il parcourue en 2 heures s'il continue à la même vitesse ?

723 Natacha roule en vélomoteur à la vitesse de 25 km à l'heure.
Quel temps met-elle pour parcourir 37,5 km ?
Quelle distance parcourt-elle en 3 heures ?

724 Aline va de Genève à Lausanne (60 km) en 40 minutes.
Quelle est sa vitesse moyenne ?

725 Un train de marchandises de 12 wagons met 4 heures 30 minutes pour faire le trajet Genève-Bâle. À la même vitesse, combien de temps mettra un train de 24 wagons ?

726 Un coureur à pied met 30 secondes pour parcourir 200 m. Quelle distance parcourt-il en 3 minutes en supposant qu'il maintienne la même vitesse ?

727 En roulant à 80 km/h, une voiture effectue un trajet en 5 heures.
À quelle vitesse moyenne roule une voiture qui parcourt la même distance en 4 heures ?

728 À la sortie du lac de Constance, le Rhin a un débit de 800 m^3 par seconde.
Combien de m^3 d'eau cela représente-t-il en une heure ?

729 Une pompe vide une piscine de 240 m^3 en une demi-heure.
Quel est le débit de cette pompe en m^3/minute ?

730 Un tuyau d'arrosage débite 15 litres d'eau en 15 secondes.
Quelle quantité d'eau est débitée en 5 minutes ?

731 Huit musiciens mettent une heure et 30 minutes pour jouer une partition de musique.
Combien de temps mettront 16 musiciens pour exécuter le même morceau ?

732 Cinq kilogrammes de pommes coûtent 11 fr. Quel est le prix de 2 kg de pommes ?

733 Quatre cahiers coûtent 6,40 fr. Quel est le prix de 6 cahiers ?

734 Quinze mètres de tissu coûtent 120 fr. Quel est le prix de 7 m de tissu ?

735 Pour 8 heures de travail, une ouvrière gagne 144 fr.
Quel sera son salaire pour 20 heures de travail ?

736 Pour construire un mur, deux maçons ont besoin de 12 jours.
Combien de temps faudrait-t-il à quatre maçons pour construire le même mur ?

737 Un plombier gagne 105 fr. pour 7 heures de travail.
Calculer son salaire pour 40 heures de travail.

738 Pour repeindre une façade, on emploie 15 bidons de peinture de 12 kg.
Combien de bidons de 18 kg faudrait-il pour repeindre la même façade ?

739 Une couturière est payée 15 fr. de l'heure. Quel sera son salaire pour un mois (22 jours, à raison de 8 heures par jour) ?

740 Barbara a déjà lu 120 pages d'un livre et il lui en reste 80 à lire.
Combien de pages lui restera-t-il à lire lorsqu’elle en aura lu 150 ?

741 Un refuge de montagne a des provisions pour 12 personnes pour une semaine.
Combien de jours peuvent vivre 21 personnes dans ce refuge ?

742 La taille d'un homme est-elle proportionnelle à son âge ? Et celle d’une femme ?

743 Pour parcourir 100 km, une voiture consomme 9 litres d'essence.
Quelle sera sa consommation pour 150 km ?

744 Sur l'étiquette d'une barquette de fraises on lit l'indication suivante :

250 g   3,50 fr.

1) Calculer le prix d'une livre de fraises.
2) Quelle quantité de fraises peut-on acheter avec 11,20 fr. ?

745 Un terrain de 1200 m^2 est vendu 300 000 fr.
Combien doit-on payer pour 700 m^2 de ce terrain ?

746 Certains magasins proposent des ventes au kilogramme.

1) Combien doit-on payer un vase de 0,8 kg, si le kg de porcelaine est vendu 22 fr. ?
2) Quel poids de bougies peut-on acheter pour 3 fr., si le kg de bougies est vendu 5 fr. ?

747 Pour tricoter un pull-over, on a besoin de 12 pelotes de laine à 3,25 fr.
On estime qu'il faut 20 heures à 8 fr. pour effectuer le travail.
Calculer le prix de revient de ce pull-over.

748 Une horlogère est payée à l'heure.
Calculer son salaire horaire si elle a reçu 2940 fr. pour 21 jours à 8 heures.
Combien d'heures doit-elle travailler pour s'offrir un voyage qui coûte 2100 fr. ?

749 On achète 6 m de tissu pour 135 fr. Il reste alors 150 cm de ce tissu sur le rouleau.
Quel est le prix du coupon qui reste ?

750 Pour remplir aux trois quarts une baignoire de 400 litres, il a fallu un quart d'heure. Calculer le débit du robinet en litres par minute.

751 Le débit du Rhône à Marseille est de 1700 m^3/sec. Combien de m^3 le Rhône déverse-t-il dans la Méditerranée en une année ?

752 Voici une recette pour un pain d'un kilo :

800	g de farine	40	g de levure
4	cuillers à café de sel	6	dl d'eau

On veut faire 3 pains d'une livre. Quelles sont les quantités de farine, de sel, de levure et d'eau qu'il faut utiliser ?

753 Voici une recette pour des biscuits au chocolat :

3	oeufs
240	g de sucre
3	cuillers à café de chocolat en poudre
60	g de cacao en poudre
3	dl de lait
300	g de farine
3	cuillers à café de poudre à lever
200	g de beurre fondu et refroidi.

Cette recette est prévue pour une plaque rectangulaire de 30x33 cm. On dispose d'une plaque de 40x33 cm. Comment faut-il modifier cette recette ?

754 Calculer :

1) 10 % de 150 fr.
2) 25 % de 280 m
3) 50 % de 400 cm
4) 75 % de 240 litres
5) 10 % de 450 m
6) 50 % de 50 fr.

755 Calculer :

1) 10 % de 70 fr., puis 40 % de 70 fr.
2) 10 % de 600 m, puis 70 % de 600 m
3) 10 % de 15 fr., puis 30 % de 15 fr.
4) 10 % de 800 kg, puis 60 % de 800 kg
5) 10 % de 900 fr., puis 90 % de 900 fr.

756 Calculer 10 %, puis 5 %, de :

1) 420 fr.	3) 6000 fr.	5) 3 m
2) 68 m	4) 90 kg	6) 5200 kg

757 Calculer :

1) 1 % de 120 fr., puis 6 % de 120 fr.
2) 1 % de 1100 km, puis 8 % de 1100 km
3) 1 % de 420 g, puis 3 % de 420 g
4) 1 % de 70 fr., puis 4 % de 70 fr.
5) 1 % de 1000 fr., puis 12 % de 1000 fr.

758 Une robe est marquée 150 fr. Calculer le rabais en francs si on obtient une réduction de :

1) 10 %	3) 20 %	5) 50 %	7) 30 %
2) 25 %	4) 2 %	6) 5 %	8) 15 %

759 Le loyer de Pierre est de 800 fr. par mois. Calculer, pour chacune des augmentations suivantes, le nouveau loyer :

1) 10 %	3) 8 %	5) 12 %	7) 20 %
2) 5 %	4) 15 %	6) 24 %	8) 25 %

760 En Slivonie, pays imaginaire, on a annoncé une augmentation de 20 % du prix des billets de train.
Calculer l'augmentation du prix d'un billet de :

1) 50 Slivos	3) 70 Slivos	5) 20 Slivos	7) 45 Slivos
2) 5 Slivos	4) 150 Slivos	6) 40 Slivos	8) 85 Slivos

761 Exprimer le prix payé en % du prix indiqué, si on a obtenu un rabais de :

1) 15 % 2) 20 % 3) 12 % 4) 5 % 5) 40 % 6) 35 %

762 Exprimer le nouveau prix en % de l'ancien prix s'il y a eu une augmentation de

1) 12 % 2) 8 % 3) 3 % 4) 25 % 5) 200 % 6) 150 %

763 On a obtenu un rabais de 12 % sur une machine à laver. Calculer le prix initial, si le rabais a été de :

1) 60 fr. 2) 120 fr. 3) 42 fr. 4) 300 fr. 5) 150 fr. 6) 108 fr.

764 Une machine a fabriqué 1500 pièces identiques. Le contrôle de production a éliminé les pièces défectueuses. Il y en avait :

1) 150 2) 60 3) 300 4) 600 5) 180 6) 75

Exprimer le nombre de pièces défectueuses en pourcentage du nombre de pièces fabriquées.

765 Dans un village, 500 personnes ont voté pour élire le maire.
Madame Responsable a obtenu :

1) 360 voix 3) 400 voix 5) 25 voix
2) 100 voix 4) 150 voix 6) 475 voix

Quel pourcentage de votants ont voté pour elle ?

766 En Slivonie, pays imaginaire, on a annoncé une augmentation de 20 % du prix des billets de train. Calculer l'ancien et le nouveau prix d'un billet si l'augmentation est de :

1) 12 Slivos 3) 10 Sl 5) 5 Sl
2) 16 Sl 4) 60 Sl 6) 8 Sl

767 On a obtenu un rabais de 25 % sur une montre qui coûtait 80 fr.
Quel prix a-t-on payé ?

768 Le prix catalogue d'une télévision est de 800 fr. Erika l'a payée 680 fr.
Exprimer en pourcentage le rabais qu’elle a obtenu.

769 Une pièce de tissu de 4 m a rétréci de 8 cm au lavage.
Exprimer le retrait de tissu en pour-cent.

770 "20 % de rabais sur tous nos articles"

1) Quel est le prix marqué si le rabais est de 30 fr. ?
2) On a payé une radio 152 fr. Quel est le prix catalogue ?
3) Quel rabais obtiendra-t-on sur un vélo de 450 fr. ?

771 "10 % de rabais sur tous nos articles"

1) Quel est le prix catalogue si on a payé 360 fr. ?
2) Quel prix doit-on payer un article marqué 60 fr. ?

772 Le devis pour la construction d'une habitation est de 450 000 fr.
En fin de construction, on constate un dépassement de devis de 12 %.
Combien a coûté cette construction ?

773 Une famille de Genève utilise en moyenne 180 litres d'eau par jour.

1) 3 % de cette eau est utilisée à des fins alimentaires. Quelle quantité d'eau cela représente-t-il ?
2) 68,4 litres d'eau sont utilisés en moyenne pour l'hygiène corporelle.
Quel pourcentage de la totalité d'eau cela représente-t-il ?

774 L'eau, en se congelant, augmente de 7 % de son volume. Combien de litres d'eau obtient-on en faisant fondre un bloc de glace de 214 dm^3 ?

POUR RÉSOUDRE LES EXERCICES 775 à 784, SE PROCURER UN TABLEAU DE CHANGE ACTUEL.

775 Combien doit-on payer en francs suisses pour acheter chacune des sommes suivantes ?

1) 750 FF	3) 15 000 lires	5) 40 $ US
2) 630 DM	4) 7000 yens	6) £ 2000

776 Combien doit-on payer en FS pour acheter chacune des sommes suivantes ?

1) 30 000 schillings	3) 6000 $ US	5) 7000 FF
2) 3800 DM	4) 20 000 francs belges	6) 20 000 pesetas

777 On change les montants suivants en FS : combien de FS obtiendra-t-on ?

1) 200 FF	3) 360 FF	5) 220 FF
2) 150 FF	4) 2900 FF	6) 5000 FF

778 On change les montants suivants en FS : combien de FS obtiendra-t-on ?

1) 180 $ US	3) 125 $ US	5) 1200 $ US
2) 147 $ US	4) 24 $ US	6) 218 $ US

779 On change les montants suivants en FS : combien de FS obtiendra-t-on ?

1) 80 000 lires	3) 25 000 lires	5) 48 000 lires
2) 240 000 lires	4) 100 000 lires	6) 64 000 lires

780 Pour partir en vacances, Cristina a changé 1200 FS en FF.

1) Combien de FF a-t-elle obtenus ?
2) À son retour, il lui reste 560 FF. Combien lui ont coûté ses vacances en FS ?

781 Pendant ses vacances en Allemagne, Viviane a dépensé 2000 DM.
Elle avait emporté l'équivalent de 3000 FS. Combien de DM rapporte-t-elle ?
Avec ce qui lui reste peut-elle encore s'acheter un walkman de 290 FS ?

782 Lors d'un séjour dans le Tyrol, Fabrice a dépensé 250 000 lires et 3800 schillings.
Les frais de voyage se sont élevés à 168 FS. Calculer sa dépense totale en FS.

783 Une Américaine de passage en Suisse veut acheter 1500 FS.
Combien de $ US doit-elle payer ?

784 Un Italien doit payer une facture de 1200 FS. Combien de lires doit-il changer en FS ?

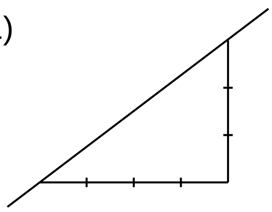
785 Un supermarché (en Suisse) propose le cours de change suivant :

27 FS pour 100 FF

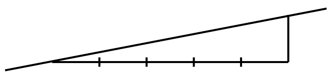
Une personne fait des achats pour 63 FS et paye avec un billet de 500 FF. Combien de FS va-t-on lui rendre à la caisse ?

786 Calculer la pente de chacune des droites suivantes (répondre par une fraction) :

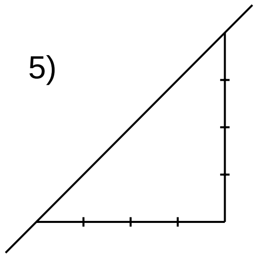
1)



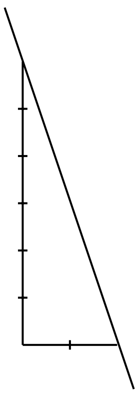
3)



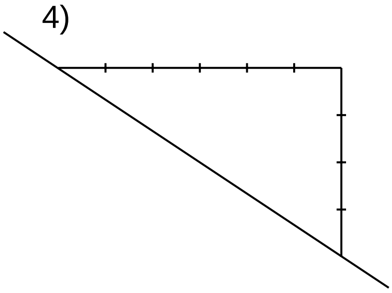
5)



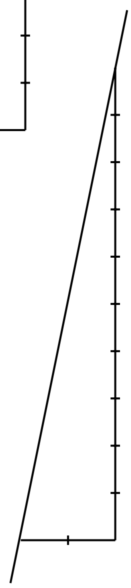
2)



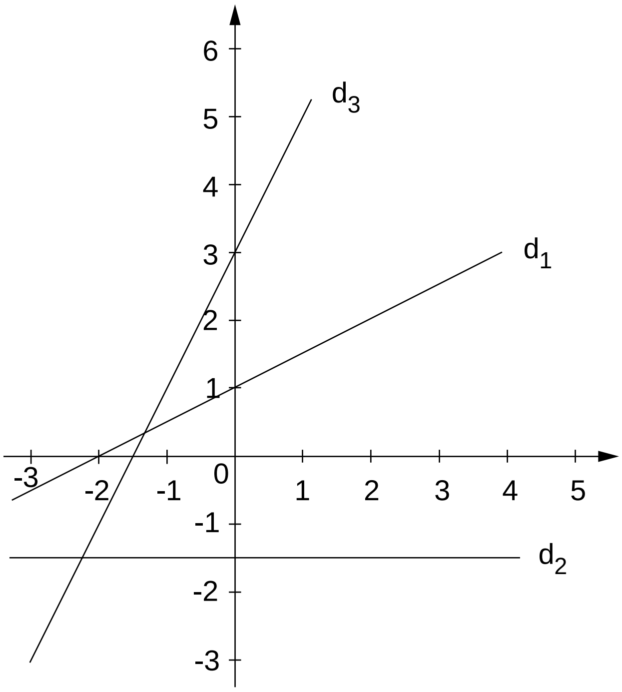
4)



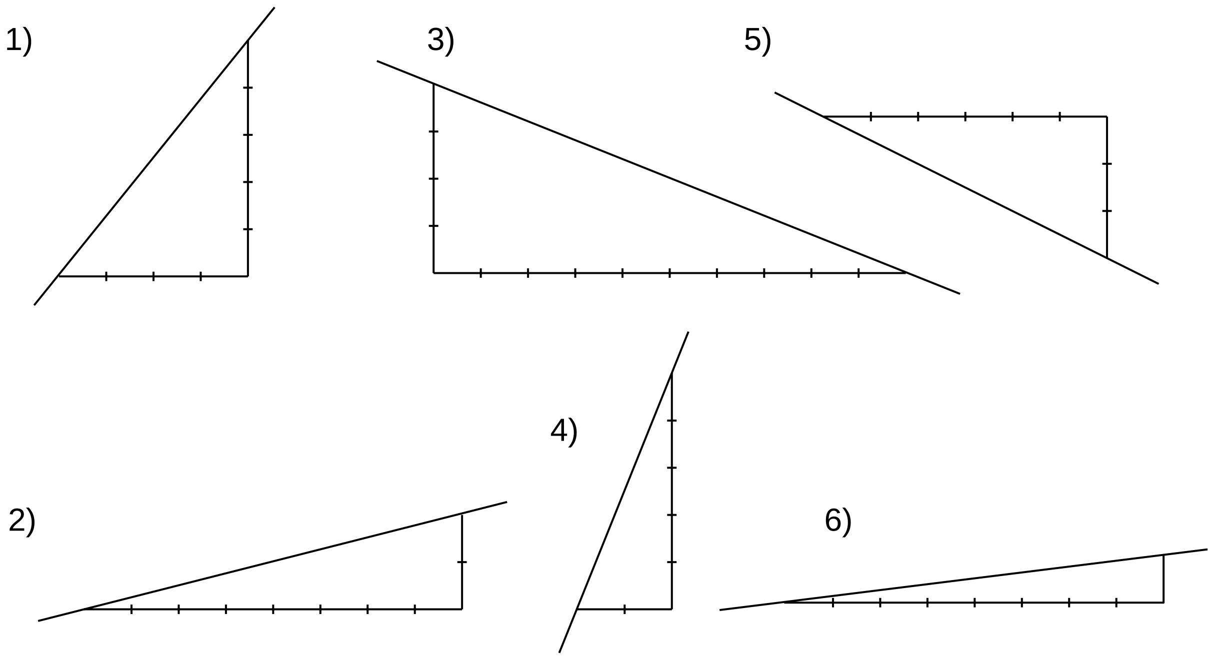
6)



787 Calculer la pente de chacune des droites d_1, d_2 et d_3 (répondre par une fraction) :



788 Calculer la pente de chacune des droites suivantes (répondre par une fraction) :

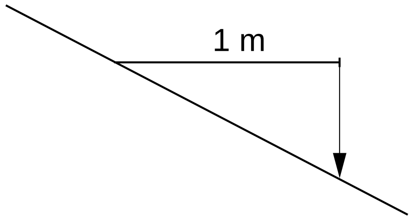


789 La tour de Pise a une hauteur de 56 m. On mesure 4 m entre la base de la tour et l'aplomb de son sommet.

1) Calculer la pente de ce monument.
2) Le 4ème étage est situé à 25 m de hauteur. Quelle est la distance entre la base de la tour et l'aplomb du 4e étage ?

790 Quelle est la pente d'un toboggan, si sa dénivellation est de 2 m, et la distance horizontale correspondante de 4 m ?

791 Pour mesurer la pente d'une route, on dispose d'un bâton de 1 m, d'un niveau, d'un fil à plomb et d'un mètre.



Comment peut-on lire directement la pente de la route ?

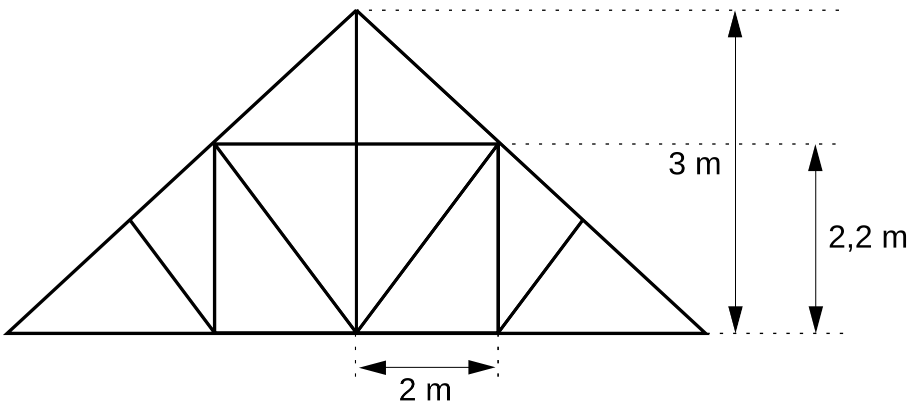
792 Quelle est la pente des rayons de soleil si un piquet de 1 m planté verticalement projette une ombre de 2 m ?
Quelle est la hauteur d'un sapin qui projette à la même heure et au même endroit une ombre de 20 m ?

793 L'ombre d'un poteau est de 5 m et la pente des rayons solaires au moment de l'observation est de 90 %. Quelle est la hauteur du poteau ?

794 Un câble tendu est attaché en haut d'un poteau et est ancré dans le sol à 24 m du pied du poteau. L'inclinaison du cable est de 75 %.
Quelle est la hauteur du poteau ?

795 La pyramide de Chéops en Egypte a une surface de base carrée. Sa hauteur est de 138 m et la pente des faces latérales est de 120 %. Quelle est l'aire de base de cette pyramide ?

796 Voici le dessin d'une charpente de toit :



Quelle est la pente du toit ?

797 La pente d'une route est de 4 %. Quelle est la distance horizontale qui correspond à une dénivellation de 500 m ?

798 Calculer l'intérêt annuel sur un capital de 200 fr. placé à :

1) 4 %	3) 5 %	5) 3,5 %
2) 6 %	4) 9 %	6) 5,5 %

799 Calculer l'intérêt annuel sur un capital de 10 000 fr. placé à :

1) 5 %	3) 3 %	5) 8 %
2) 4,5 %	4) 3,5 %	6) 5,25 %

800 Un capital placé à 4 % a rapporté en une année

1) 60 fr.	3) 120 fr.	5) 40 fr.
2) 1000 fr.	4) 520 fr.	6) 2800 fr.

Quel était dans chaque cas le capital placé ?

801 Un capital placé à 5 % a rapporté en une année

1) 200 fr.	3) 500 fr.	5) 40 fr.
2) 60 fr.	4) 1000 fr.	6) 350 fr.

Quel était dans chaque cas le capital placé ?

802 Déterminer à quel taux a été placé un capital de 20 000 fr. s'il a rapporté en une année

1) 200 fr.	3) 500 fr.	5) 1300 fr.
2) 2000 fr.	4) 800 fr.	6) 400 fr.

803 Déterminer à quel taux a été placé un capital de 1000 fr. s'il a rapporté en une année

1) 60 fr.	3) 50 fr.	5) 40 fr.
2) 35 fr.	4) 120 fr.	6) 65 fr.

804 Une personne a placé un capital de 32 000 fr. à un taux de 4 %. De quelle somme disposera-t-elle après une année ?

805 À quel taux faut-il placer un capital de 18 400 fr. pour obtenir un intérêt annuel de 828 fr. ?

806 Un capital de 1300 fr. a rapporté un intérêt annuel de 45,50 fr.
À quel taux a-t-il été placé ?

807 À quel taux a été placé un capital de 10 000 fr. qui a rapporté un intérêt annuel de 400 fr. ?

808 Un capital de 68 500 fr. a été placé à un taux de 6 %.
Quel est l'intérêt annuel obtenu ?

809 À quel taux a été placé un capital de 9000 fr. qui a rapporté un intérêt annuel de 450 fr. ?

810 Un capital de 80 000 fr. a été placé à un taux de 4,5 %.
Quel est l'intérêt annuel obtenu ?

811 Un capital de 4300 fr. a été placé à un taux de 7 %.
Quel est l'intérêt annuel obtenu ?

812 Un capital de 36 000 fr. a rapporté un intérêt annuel de 1800 fr.
À quel taux a-t-il été placé ?

813 Dans chacune des situations suivantes, calculer l'échelle correspondante.

	distance sur le plan	distance réelle
1)	10 cm	100 cm
2)	5 mm	1000 mm
3)	20 cm	100 cm
4)	2 cm	100 cm

814 Dans chacune des situations suivantes, calculer l'échelle correspondante.

	distance sur le plan	distance réelle
1)	40 cm	400 cm
2)	25 mm	500 mm
3)	4 cm	200 cm
4)	15 cm	300 cm

815 Dans chacune des situations suivantes, calculer la distance sur le plan.

	échelle	distance réelle
1)	1:20	200 cm
2)	1:50	200 cm
3)	1:100	200 cm
4)	1:200	200 cm

816 Dans chacune des situations suivantes, calculer la distance sur le plan.

	échelle	distance réelle
1)	1:100	2000 cm
2)	1:20	100 cm
3)	1:20	600 cm
4)	1:50	200 cm

817 Dans chacune des situations suivantes, calculer la distance réelle.

	échelle	distance sur le plan
1)	1:500	3 cm
2)	1:100	3 cm
3)	1:50	3 cm
4)	1:20	3 cm

818 Dans chacune des situations suivantes, calculer la distance réelle.

	échelle	distance sur le plan
1)	1:50	2 cm
2)	1:40	6 cm
3)	1:200	0,4 cm
4)	1:500	1 cm

819 On a le choix entre une carte routière au 1:100 000 et une au 1:250 000.
Laquelle est la plus détaillée ?

820 Sur le plan d'une maison à l'échelle 1:50, on veut représenter des murs de 12 m, 3 m et 2,5 m de long.
Quelle longueur doit-on dessiner pour chaque mur ?

821 Par quelle longueur représente-t-on sur une carte à l'échelle 1:1000 les longueurs suivantes: 100 m, 6 dam, 50 dm ?

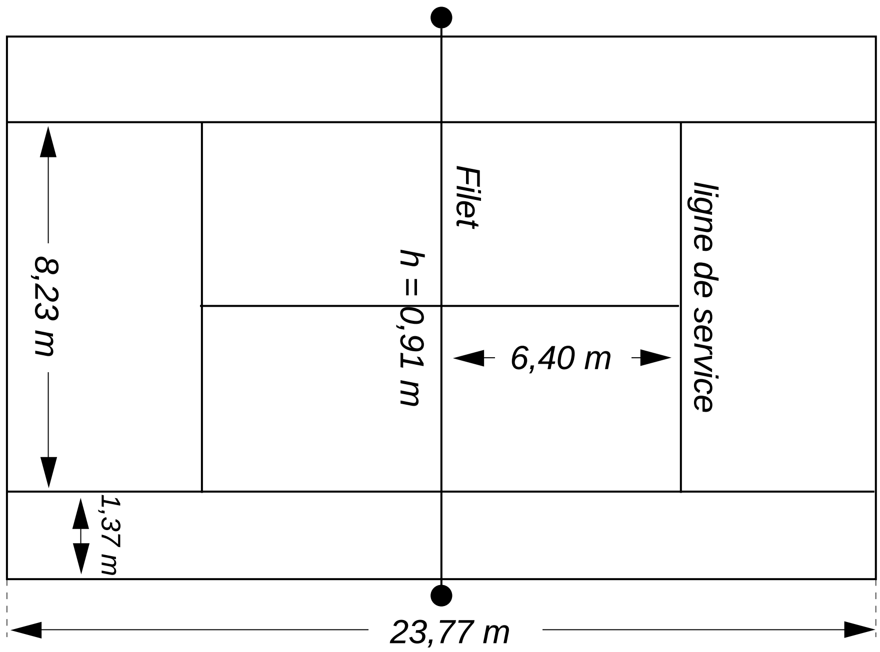
822 On veut représenter une chambre de 3 m x 4 m

a) sur une feuille de format A4 (210 mm x 297 mm)
b) sur une feuille de format A3 (297 mm x 420 mm)
c) sur une feuille de 50 cm x 70 cm

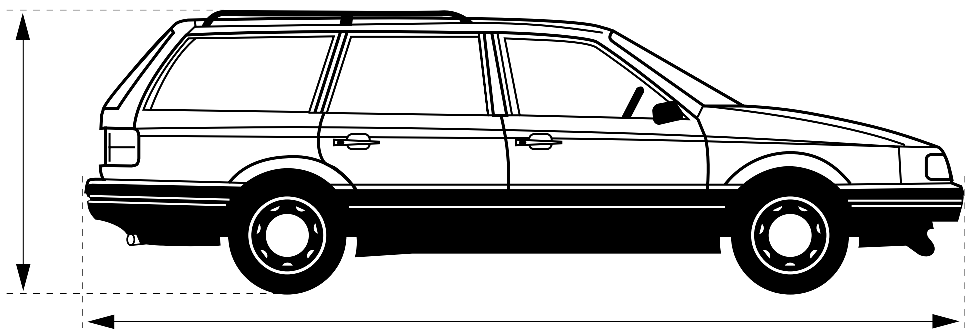
Dans chaque cas, quelle est l'échelle la plus appropriée ?

1) 1:5	3) 1:10	5) 1:20	7) 1:40
2) 1:50	4) 1:100	6) 1:200	8) 1:250

823 Le croquis suivant indique les dimensions réelles d'un terrain de tennis. Faire un plan exact à l'échelle 1:100.



824 1) À quelle échelle cette voiture est-elle représentée ?
2) Quelle est la hauteur réelle de la voiture ?



825 Dans un parking la première heure de stationnement est gratuite, puis il faut payer 0,50 fr. par demi-heure.

1) Faire le graphique de la somme à payer en fonction de la durée de stationnement (de 0 à 12 heures).
2) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?
3) Quelle somme faudra-t-il payer pour une durée de stationnement de 2 heures et 40 minutes ?
4) Le parcomètre indique que la somme à payer est de 2,50 fr. Quelle a été la durée du stationnement ?

826 Voici un tableau qui résume les tarifs postaux (en fr.) pour l'envoi de petits paquets à l'étranger :

poids	taxe Europe	autres pays
jusqu'à 100 g	1.10	1.40
par 100 g en sus (poids maximal 1 kg)	0.70	1.10

1) En utilisant le même système d'axes, représenter graphiquement le prix en fonction du poids (de 0 à 1 kg) pour les envois en Europe (en rouge) et pour les autres pays (en vert).
2) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?
3) Olivier envoie un paquet de 350 g au Japon; quel prix doit-il payer ?
4) Anne envoie un paquet de 540 g en France; combien doit-elle payer ?

827 Voici les tarifs pour l'envoi d'imprimés à l'étranger:

poids	taxe Europe	autres pays
jusqu'à 20 g	0.60 fr.	0.70 fr.
au-delà de 20 g jusqu'à 50 g	0.80 fr.	1 fr.
au-delà de 50 g jusqu'à 100 g	0.90 fr.	1.25 fr.
par 50 g en sus (poids maximal 500 g)	0.20 fr.	0.35 fr.

1) En utilisant le même système d'axes, représenter graphiquement le prix en fonction du poids (de 0 à 200 g) pour des envois en Europe et pour des envois dans d'autres pays (utiliser des couleurs).
2) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?
3) Pierre envoie un dépliant de 80 g en Angleterre. Combien doit-il payer ?

828 Lors d'une liquidation de stock un commerce accorde un cinquième de rabais sur tous les articles.

1) Donner l'expression algébrique de l'application r qui au prix initial fait correspondre le rabais.
2) Pour faciliter son travail, le commerçant établit un graphique du prix à payer en fonction du prix initial. Faire ce graphique pour un prix initial compris entre 0 et 150 fr.
3) Donner l'expression algébrique de l'application qui au prix initial fait correspondre le prix après rabais.
4) Quel est le prix payé pour un article qui coûtait initialement 40 fr. ? 105 fr. ? 65 fr. ?
5) Quel était le prix initial d'un article payé 30 fr. ? 64 fr. ? 100 fr. ?

829 Pour une assurance-vie la prime annuelle se monte au cinquantième du capital assuré.

1) Donner l'expression algébrique de l'application p qui au capital assuré fait correspondre la prime annuelle.
2) Construire le graphique de cette application pour un capital assuré compris entre 0 et 100 000 fr.
3) Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :
   a) Quelle est la prime à payer pour un capital assuré de 50 000 fr. ? de 35 000 fr. ?
   b) Quel est le capital assuré si la prime annuelle est de 1150 fr. ? de 500 fr. ?

830 Lors d'une promotion un magasin vend 3 boîtes de chocolats au prix de 2 boîtes. Le prix d'une boîte est de 3 fr.

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

nombre de boîtes emportées	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
nombre de boîtes payées										
prix payé										

2) Faire un graphique du prix payé en fonction du nombre de boîtes emportées.
3) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?

831 Au bas d'un plan on peut lire :

échelle 1:100

1) Faire le graphique de la longueur réelle (en m) en fonction de la longueur sur le plan (de 0 à 15 cm).
2) Donner l'expression algébrique de l'application f qui à la distance sur le plan (en cm) fait correspondre la distance réelle (en m).
3) Calculer f(8), f(12,5), f(5) et donner une interprétation de ces calculs.

832 Françoise veut dessiner le plan d'un appartement, à l'échelle 1:50.

1) Faire le graphique de la longueur sur le plan (en cm) en fonction de la longueur réelle (en m).
2) Donner l'expression algébrique de l'application g qui à la longueur réelle (en m) fait correspondre la longueur sur le plan (en cm).
3) Calculer g(2,5), g(3,2), g(15) et donner une interprétation de ces calculs.

833
1) Faire le graphique du prix en FS d'un montant en FF (de 0 à 300 FF).
2) Donner l'expression algébrique de l'application h qui fait correspondre à une somme en FF son prix en FS.
3) Calculer h(200), h(160), h(500) et donner une interprétation du calcul de ces images.

834 La banque "Petits-Sous" propose les prestations suivantes :

– elle paye 4 % d'intérêts pour un capital placé à la banque;
– elle demande 7 % d'intérêts si on emprunte de l'argent à la banque.

1) Sur un même graphique représenter les intérêts en fonction de la somme (de 0 à 6000 fr.) :
   – intérêts pour un placement en rouge
   – intérêts pour un emprunt en vert
2) Quelle est la différence d'intérêts (en fr.) si on place 4000 fr. ou si on emprunte 4000 fr. ?

POUR RÉSOUDRE LES EXERCICES SUIVANTS, UTILISER UNE CALCULATRICE.

835 Un sac contient 3 billes rouges et 3 billes bleues.
Des mathématiciens ont calculé que, si on tire au hasard deux billes du sac, il y a :

20 % de chances qu'elles soient toutes deux bleues
20 % de chances qu'elles soient toutes deux rouges
60 % de chances d'en avoir une rouge et une bleue.

Vérifier ces prévisions en faisant au moins 150 expériences.
(On peut remplacer les billes par des boutons de même grandeur ou par des jetons, ou même par des morceaux de papier; répartir le travail entre plusieurs groupes.)

836 *Expérience :* On tire des cartes (sans les remettre dans le jeu) d'un jeu de 36 cartes, jusqu'à ce que l'on ait au moins une carte de chacune des quatre couleurs (pique, trèfle, carreau, coeur).
Des mathématiciens ont calculé que

– dans 11 % des cas, il suffisait de tirer 4 cartes
– dans 17 % des cas, il fallait tirer 5 cartes
– dans 17 % des cas, il fallait tirer 6 cartes
– dans 15 % des cas, il fallait tirer 7 cartes
– dans 12 % des cas, il fallait tirer 8 cartes
– dans 8 % des cas, il fallait tirer 9 cartes
– dans 20 % des cas, il fallait tirer plus de 9 cartes.

Vérifier les prévisions des mathématiciens à l'aide d'au moins 200 expériences.
(On peut répartir le travail entre plusieurs groupes.)

837 *Expérience* : On lance 6 dés et on compte combien de faces différentes sont apparues.
Des mathématiciens ont calculé qu'il y avait
– 0,01 % de chances d'obtenir toujours la même face (1 chance sur 10 000)
– 2 % de chances d'obtenir 2 faces différentes
– 23,2 % de chances d'obtenir 3 faces différentes
– 50,1 % de chances d'obtenir 4 faces différentes
– 23,2 % de chances d'obtenir 5 faces différentes
– 1,5 % de chances pour que les 6 faces apparaissent.
Vérifier les prévisions des mathématiciens à l'aide d'au moins 200 expériences.
(On peut répartir le travail entre plusieurs groupes.)

suite au verso

837 *suite*

Note :

Il s'agit là d'une *simulation* du problème des canards et des chasseurs :
"Six chasseurs sont à l'affût autour d'un étang. Six canards viennent se poser sur l'étang. Sans pouvoir consulter ses coéquipiers, chaque chasseur vise un canard et tire (ils sont tous d'excellents tireurs et atteignent leur cible...). Il est évidemment possible que plusieurs chasseurs aient visé le même canard. Quelle est la possibilité pour que 1, 2, 3, ... canards puissent s'envoler indemnes ?"
Ici, chaque chasseur est représenté par un dé, et le canard visé par ce chasseur par le nombre de points apparaissant sur le dé.
Dans la pratique, la simulation d'un phénomène à l'aide d'un ordinateur est une manière très courante (connue sous le nom de "méthode de Monte Carlo") pour connaître la probabilité d'un événement. Elle est utilisée notamment en physique.

838 Voici des éléments statistiques pour l'année 1980 :

	Logements occupés en tout	Occupés par leur propriétaire	Occupés par un ou une locataire
Genève	153 737	17 218	136 519
Jura	22 333	10 898	11 435
Neuchâtel	65 190	13 234	51 956
Valais	71 657	42 636	29 021
Vaud	217 690	52 901	164 789

(d'après le mémento statistique de la Suisse).
Comparer la situation dans les différents cantons en calculant la fréquence relative des logements occupés par leur propriétaire.

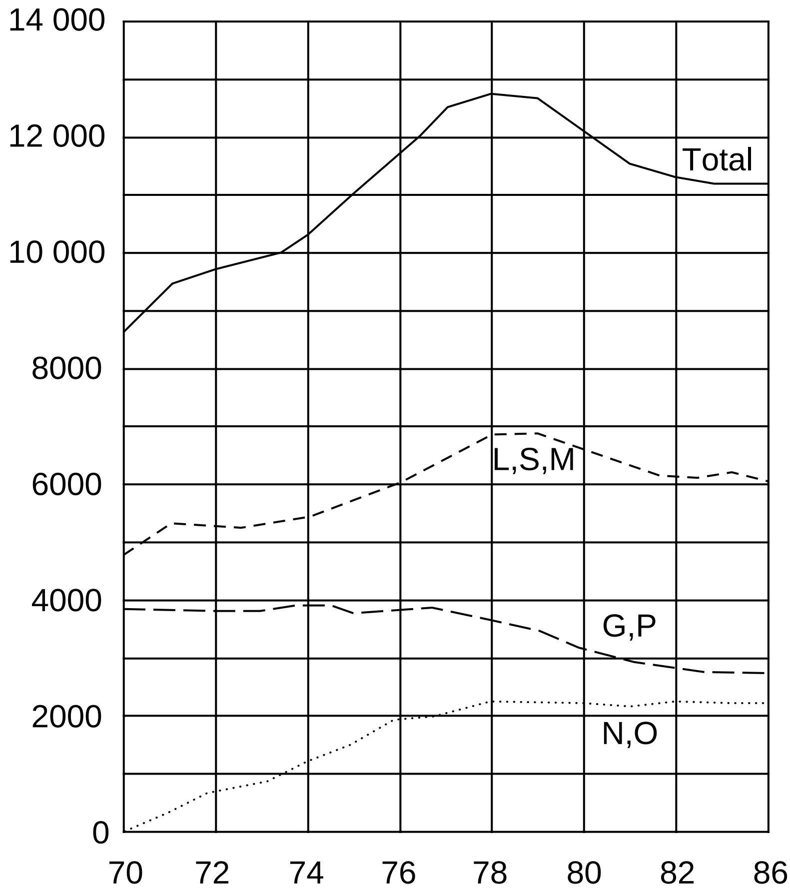
839 Voici un extrait du tableau donnant, en 1970 et en 1984, la destination des élèves qui se trouvaient l'année précédente au CO :

	1970	1984
Collège de Genève	967	1169
École de Culture Générale	107	388
École de Commerce	304	746
École d'Ingénieurs	75	126
École des Métiers	59	106
Apprentissage	418	628

(d'après l'annuaire statistique de l'éducation, Genève).
Sachant qu'il y avait 2287 élèves en 9ème au CO en 1970 et 3583 élèves de 9ème au CO en 1984, comparer ces deux statistiques en calculant la fréquence relative des différentes destinations, et en faisant un histogramme pour chacune d'elles.

840 Voici un graphique (tiré de l'annuaire statistique de l'éducation, Genève) représentant

– en trait continu : les élèves inscrits au CO
– en tirets courts : les élèves inscrits en Latine, Moderne ou Scientifique
– en tirets longs : les élèves inscrits en section Générale ou Pratique
– en pointillés : les élèves suivant un enseignement à niveaux et à options.



Pour chaque année, calculer la fréquence relative de chacune des catégories considérées sur le graphique.

841 En l'an 1900, il y avait 132 389 personnes résidant à Genève, dont 46 591 Genevois, 34 276 Confédérés et 51 522 étrangers.
En 1980, il y avait 342 439 personnes résidant à Genève, dont 102 008 Genevois, 133 116 Confédérés et 107 315 étrangers.
(D'après l'annuaire statistique rétrospectif de Genève.)
À l'aide des fréquences relatives, comparer ces deux statistiques.

842 Voici, d'après l'annuaire statistique rétrospectif de Genève, une partie d'un tableau concernant le nombre d'étudiants à l'Université de Genève :

Année	Étudiants	dont femmes
1900	773	223
1910	1452	627
1929	887	212
1938	1077	244
1946	1700	402
1953	2270	664
1960	3301	1255
1970	5785	2422
1980	9334	4606

Comparer ces données en utilisant la fréquence relative des étudiantes à l'Université.

843 Voici, d'après l'annuaire statistique rétrospectif de Genève, une partie d'un tableau concernant les étudiants à l'Université de Genève :

Année	Étudiants	dont Suisses	dont Étrangers
1900	773	261	512
1910	1452	260	1192
1929	887	466	421
1938	1077	663	414
1946	1700	1200	500
1953	2270	1052	1218
1960	3301	1327	1974
1970	5785	3535	2250
1980	9334	6097	3237

Comparer ces données en utilisant la fréquence relative des étudiants suisses à l'Université.

844 En 1977, sur 3941 élèves entrés au CO venant de 6ème primaire, 940 ont été orientés en section latine, 1147 en section scientifique, 1009 en section générale, 220 en section pratique, 613 sont entrés dans le système à niveaux et à options et 12 ont été orientés dans des classes spéciales (accueil, etc.).

En 1983, sur 3421 élèves entrés au CO venant de 6ème primaire, 995 ont été orientés en section latine, 932 en section scientifique, 670 en section générale, 140 en section pratique, 631 sont entrés dans le système à niveaux et à options et 53 ont été placés dans une classe spéciale (accueil, etc.).
(D'après l'annuaire statistique de l'éducation, Genève)

Comparer ces statistiques en utilisant les fréquences relatives.

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

845 Recopier et compléter le tableau ci-dessous, sachant que les mesures ont été prises sur des rectangles.

longueur (cm)		8	6	2	1
largeur (cm)	4				
périmètre (cm)		22	18		18
aire (cm^2)	28			4	

Le périmètre et l'aire d'un rectangle sont-ils proportionnels ?
Suffit-il de connaître le périmètre d'un rectangle pour calculer son aire ?

846 Recopier et compléter le tableau ci-dessous sachant que les mesures ont été prises sur des disques (et qu'on a pris pour π la valeur approximative 3,14).

rayon (cm)					3
diamètre (cm)	4				
périmètre (cm)		25,12			
aire (cm^2)			28,26	12,56	

Le périmètre et l'aire d'un disque sont-ils proportionnels ?
Suffit-il de connaître le périmètre d'un disque pour calculer son aire ?

847 On considère tous les rectangles qui ont un périmètre de 16 cm et dont la longueur et la largeur sont des nombres entiers.

1) Recopier et compléter ce tableau :

longueur (cm)	
largeur (cm)	
aire (cm^2)	

2) Faire un graphique qui exprime l'aire en fonction de la longueur.
3) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?
4) Trouver les valeurs maximales et minimales de l'aire et donner une interprétation géométrique.

848 Considérons tous les rectangles qui ont une aire de 16 cm^2 et dont la longueur et la largeur sont des nombres entiers.

1) Recopier et compléter ce tableau :

longueur (cm)	
largeur (cm)	
périmètre (cm)	

2) Faire un graphique qui exprime le périmètre en fonction de la longueur.
3) S'agit-il d'une situation de proportionnalité? ?
4) Trouver les valeurs maximales et minimales du périmètre et donner une interprétation géométrique de ces valeurs.
5) Vérifier à l'aide d'une machine à calculer que l'expression algébrique de l'application

$$\begin{array}{cc} \text{longueur} & \text{périmètre} \end{array}$$

est donnée par

$$\begin{array}{cc} x & 2x + \dfrac{32}{x} \end{array}$$

849 Paul, Virginie et Françoise possèdent chacun un jardin carré. Le périmètre du jardin de Virginie est cinq fois plus grand que le périmètre du jardin de Paul. L'aire du jardin de Françoise est cinq fois plus grande que celle du jardin de Paul.

Comparer les jardins de Virginie et de Françoise.

850 Florence et Fabrizio achètent des pommes et des poires dans le même magasin. Florence achète 2 kg de pommes et 3 kg de poires pour 10 fr. Fabrizio achète 5 kg de pommes et 4 kg de poires pour 18,70 fr.

Combien coûte 1 kg de pommes ? Combien coûte 1 kg de poires ?

851 Roméo et Juliette achètent des fleurs chez le même fleuriste. Juliette achète 3 roses rouges et 4 roses blanches pour 34 fr. Roméo achète 4 roses rouges et 5 roses blanches pour 43,50 fr.

Combien coûte une rose rouge ? Combien coûte une rose blanche ?

852 Le prix d'un litre d'essence a subi une baisse de 10 %, puis une baisse de 5 %. Calculer le prix d'un litre d'essence qui coûtait initialement 1,20 fr.

853 Une commerçante majore tous ses prix de 10 %. Elle accorde ensuite 10 % de rabais à tous ses clients. Comparer les prix avant la majoration et les prix nets.

854 Une marchandise subit une hausse de 25 %, puis ce nouveau prix subit une baisse de x % qui la ramène au prix initial. Calculer x .

855 Les prix augmentent de 10 % par an. De combien de % ont-ils augmenté en 3 ans ?

856 En Cherovie, pays imaginaire, l'inflation annuelle est de 200 %. Par combien faut-il multiplier les prix initiaux pour tenir compte de l'inflation ?

857 Une personne dispose de 6000 fr. Elle place les deux tiers de ce capital à 5 % et le reste à 4 %. Quel est l'intérêt annuel obtenu ?

858 Vincent place 18 000 fr. à la banque. Les deux cinquièmes de ce capital sont placés à 4,5 %, et le reste à 4 %. À la fin de l'année, il retire capital et intérêts. De combien d'argent dispose-t-il alors ?

859 Une personne qui dispose de 40 000 fr. a placé 25 000 fr. à un taux de 5 %. À quel taux doit-elle placer le reste pour avoir un intérêt annuel de 2125 fr. ?

860 Claire dispose de 50 000 fr. Elle place les trois quarts de sa fortune à 3,5 %, le reste à 5 %. À quel taux faudrait-il placer toute la somme pour obtenir un intérêt annuel identique ?

861 Le lait contient en moyenne les 16 % de son poids de crème et la crème produit les 32 % de son poids en beurre.

1) Si on admet qu'un litre de lait pèse 1 kg, combien de kg de beurre peut-on fabriquer avec 300 litres de lait ?
2) Combien faut-il traiter de litres de lait pour obtenir 8000 kg de beurre ?

862 Le blé donne 85 % de son poids en farine. La farine transformée donne 140 % de son poids en pâte. La pâte donne 90 % de son poids en pain.

1) Combien de pain peut-on fabriquer avec 200 kg de blé ?
2) Quelle quantité de blé faut-il pour faire 80 pains de 2 kg ?

863 Avant de se mettre en route, une automobiliste constate que son réservoir d'essence est rempli à 75 %. En cours de route, elle prend 15 litres d'essence. A son retour, la jauge indique que le réservoir est rempli à 25 %.
La voiture consomme 12 litres d'essence aux 100 km et le compteur marquait 12 476 km au départ et 12 726 km au retour. Trouver la capacité du réservoir.

864 Une balle élastique tombe d'un balcon et en rebondissant pour la troisième fois s'élève à 16 cm. Trouver la hauteur du balcon, en admettant que cette balle rebondit chaque fois aux 25 % de la hauteur dont elle vient de tomber.

865 Le tableau ci-dessous permet de passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit.

Celsius	Fahrenheit
100	212
95	203
90	194
85	185
80	176
75	167
70	158
65	149
60	140
55	131
50	122
45	113
40	104
35	95
30	86
25	77
20	68
15	59
10	50
5	41
0	32
-5	23
-10	14
-15	5
-17,8	0
-20	-4
-25	-13
-30	-22
-35	-31
-40	-40
-45	-49
-50	-58

1) Faire un graphique qui exprime les degrés Fahrenheit en fonction des degrés Celsius.

2) Les deux échelles sont-elles proportionnelles ?

3) Donner l'expression algébrique de l'application qui transforme des degrés Celsius en degrés Fahrenheit.

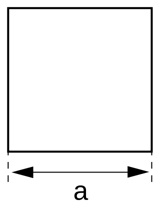
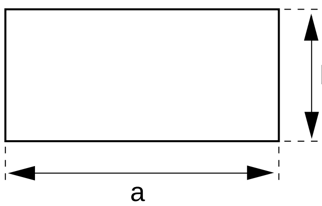
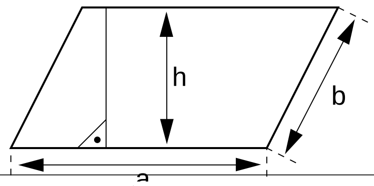
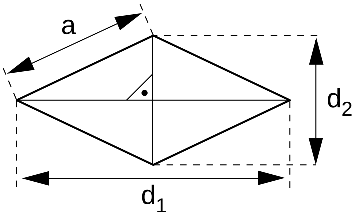
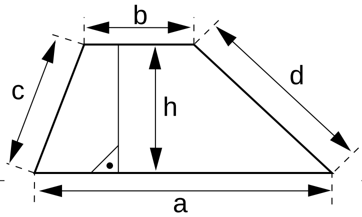
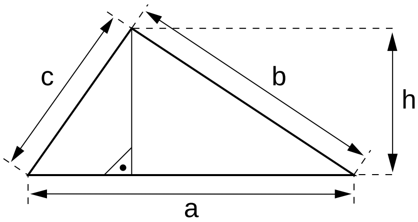
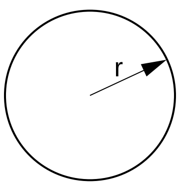
4) Donner l'expression algébrique de l'application qui transforme des degrés Fahrenheit en degrés Celsius.

8

LONGUEURS ET AIRES

THÉORIE

1. PÉRIMÈTRE ET AIRE DE QUELQUES FIGURES (RAPPEL)

Figure		Périmètre	Aire
Carré		$4 \cdot a$	$a \cdot a = a^2$
Rectangle		$2 \cdot (a + b)$	$a \cdot b$
Parallélogramme		$2 \cdot (a + b)$	$a \cdot h$
Losange		$4 \cdot a$	$(d_1 \cdot d_2) : 2$
Trapèze		$a + b + c + d$	$[(a + b) \cdot h] : 2$
Triangle		$a + b + c$	$(a \cdot h) : 2$
Disque		$2 \cdot \pi \cdot r$	$\pi \cdot r^2$

2. TRANSFORMATION D'UNITÉS DE LONGUEUR ET D'AIRE

Multiples et sous-multiples du mètre

Unité	Abréviation	Transformation en mètres
kilomètre	km	1000 m
hectomètre	hm	100 m
décamètre	dam	10 m
mètre	m	1 m
décimètre	dm	0,1 m
centimètre	cm	0,01 m
millimètre	mm	0,001 m

Multiples et sous-multiples du mètre carré

Unité	Abréviation	Transformation en mètres carrés
kilomètre carré	km^2	1 000 000 m^2
hectomètre carré	hm^2	10 000 m^2
décamètre carré	dam^2	100 m^2
mètre carré	m^2	1 m^2
décimètre carré	dm^2	0,01 m^2
centimètre carré	cm^2	0,000 1 m^2
millimètre carré	mm^2	0,000 001 m^2

Autres unités usuelles :

hectare : 1 ha = 1 hm^2 = 10 000 m^2

are : 1 a = 1 dam^2 = 100 m^2

3. AUTRES UNITÉS

Unités de masse. Unité de base: le gramme

Unité	Abréviation	Transformation	
		en kilogrammes	en grammes
tonne	t	1000 kg	
quintal	q	100 kg	
.....	...	10 kg	
kilogramme	kg	1 kg	1000 g
hectogramme	hg		100 g
décagramme	dag		10 g
gramme	g		1 g
décigramme	dg		0,1 g
centigramme	cg		0,01 g
milligramme	mg		0,001 g

Autre unité :

Une livre = 500 grammes

Unités de capacité. Pour mesurer la contenance d'un récipient, on utilise le litre, ou un de ses multiples ou sous-multiples.

Unité	Abréviation	Transformation en litres
hectolitre	h	100
décalitre	da	10
litre		1
décilitre	d	0,1
centilitre	c	0,01
millilitre	m	0,001

4. EXEMPLES

1) Calculer la hauteur d'un triangle dont l'aire mesure 4,42 m^2 et dont la base mesure 2,6 m.

a) Méthode algébrique

x : hauteur du triangle

Formule : $\text{aire} = \dfrac{\text{base}}{2} \cdot \text{hauteur}$

$$4{,}42 = 1{,}3 \cdot x$$

$$x = 4{,}42 : 1{,}3 = 3{,}4 \text{ m}$$

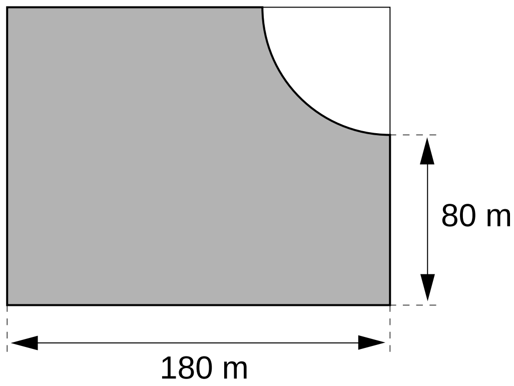
La hauteur mesure 3,4 m.

b) Méthode arithmétique

$$\text{hauteur} \underset{:\ \text{base}}{\overset{\cdot\ \text{base}}{\rightleftarrows}} \text{double de l'aire} \underset{\cdot\ 2}{\overset{:\ 2}{\rightleftarrows}} \text{aire}$$

$$\begin{aligned} \text{hauteur} &= (\text{aire} \cdot 2) : \text{base} \\ &= (4{,}42 \cdot 2) : 2{,}6 \\ &= 8{,}84 : 2{,}6 = 3{,}4 \text{ m} \end{aligned}$$

La hauteur mesure 3,4 m.

2) 

Ce terrain rectangulaire mesure 2,52 ha. On vend la parcelle ombrée au prix de 20 fr. le m^2.
Calculer le prix de vente de cette parcelle.

Aire du rectangle = 2,52 · 10 000 = 25 200 m^2

Largeur du rectangle = 25 200 : 180 = 140 m

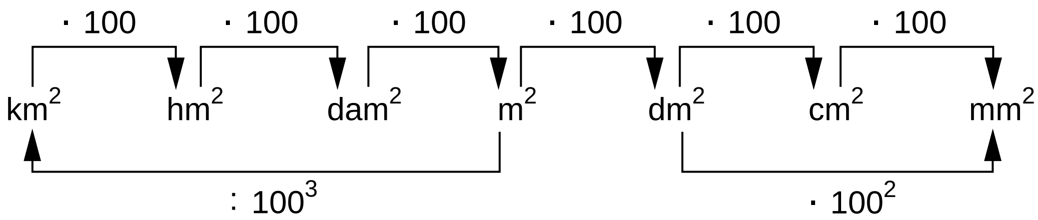
Rayon du disque = 140 – 80 = 60 m

Aire du quart de disque = (60 · 60 · 3,14) : 4 = 2826 m^2

Aire ombrée = 25 200 – 2826 = 22 374 m^2

Prix de vente = 22 374 · 20 = 447 480 fr.

3) Le schéma suivant, qu'on peut construire en se reportant à la table des multiples et sous-multiples du mètre carré (page 280), est utile pour faire des calculs de transformations:



Exemples

Transformer

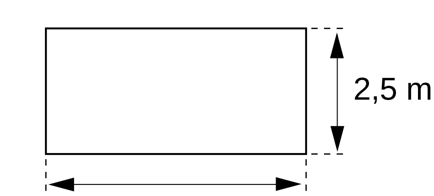
2,7 dm^2 en mm^2 : $2{,}7 \cdot 100^2 = 2{,}7 \cdot 10\,000 = 27\,000$ mm^2

57 300 m^2 en km^2 : $57\,300 : 100^3 = 57\,300 : 1\,000\,000 = 0{,}0573$ km^2

EXERCICES ÉCRITS

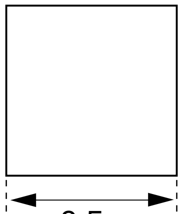
866 Calculer le périmètre et l'aire de chacune de ces figures :

1)



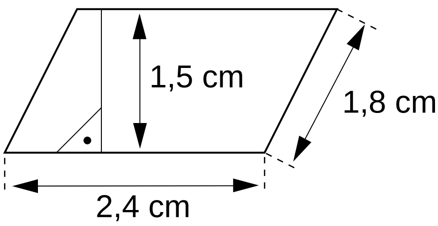
Rectangle

2)



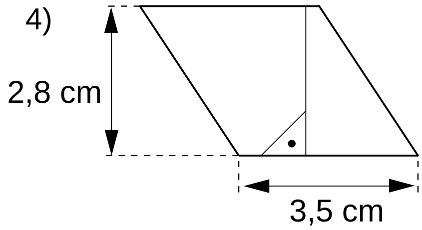
Carré

3)



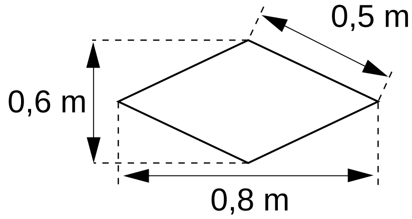
Parallélogramme

4)



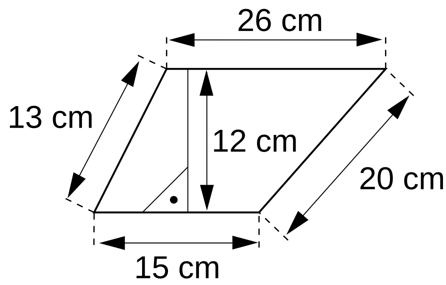
Losange

5)



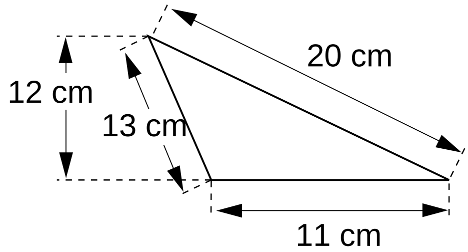
Losange

6)



Trapèze

7)

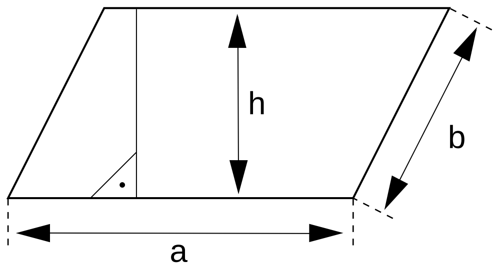


Triangle

867 Les mesures suivantes ont été prises sur des **rectangles**.

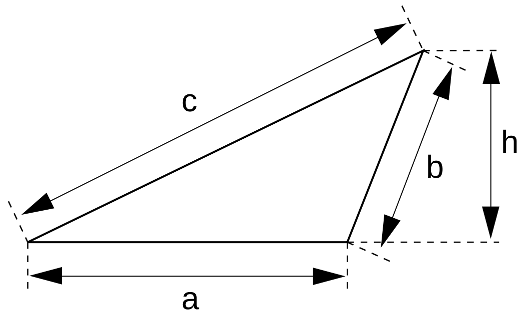
1) Largeur = 7 cm ; longueur = 18 cm. Calculer le périmètre et l'aire.
2) Aire = 200 cm^2 ; longueur = 50 cm. Calculer la largeur et le périmètre.
3) Aire = 15,48 m^2 ; largeur = 3,6 m. Calculer le périmètre.
4) Périmètre = 100 dm ; largeur = 20 dm. Calculer la longueur et l'aire.
5) Périmètre = 15,2 mm ; longueur = 4,9 mm. Calculer l'aire.

868 Les mesures suivantes ont été prises sur des **parallélogrammes**.



1) a = 3 cm ; b = 7 cm ; h = 6 cm. Calculer le périmètre et l'aire.
2) b = 9 cm ; h = 7 cm ; périmètre = 30 cm. Calculer **a** et l'aire.
3) a = 4,8 m ; h = 3,2 m ; périmètre = 18,2 m. Calculer **b** et l'aire.
4) Aire = 35 dm^2 ; b = 8 dm ; h = 7 dm. Calculer **a** et le périmètre.
5) Aire = 0,63 m^2 ; a = 0,7 m ; b = 0,95 m. Calculer le périmètre et **h**.
6) b = 3,6 mm ; périmètre = 12 mm ; aire = 7,2 mm^2. Calculer **a** et **h**.

869 Les mesures suivantes ont été prises sur des **triangles**.



1) a = 12 cm ; b = 39 cm ; c = 45 cm ; h = 36 cm. Calculer le périmètre et l'aire.
2) b = 5 m ; c = 13 m ; h = 5 m ; périmètre = 30 m. Calculer **a** et l'aire.
3) a = 5,6 cm ; c = 8,2 cm ; h = 1,8 cm ; périmètre = 16,8 cm. Calculer l'aire et **b**.
4) b = 5 m ; c = 10,4 m ; h = 4 m ; aire = 13,2 m^2. Calculer **a** et le périmètre.
5) b = 2,9 cm ; c = 5,2 cm ; périmètre = 15 cm ; aire = 6,9 cm^2. Calculer **a** et **h**.

870 Les mesures suivantes ont été prises sur des **losanges**.

1) 1ère diagonale = 6 cm ; 2ème diagonale = 7 cm. Calculer l'aire.
2) 2ème diagonale = 5 dm ; aire = 20 dm^2. Calculer la 1ère diagonale.
3) 1ère diagonale = 5 m ; aire = 36 m^2. Calculer la 2ème diagonale.
4) 1ère diagonale = 0,3 m ; 2ème diagonale = 0,4 m. Calculer l'aire.
5) 1ère diagonale = 1,2 m ; aire = 1,44 m^2. Calculer la 2ème diagonale.

871 Les mesures suivantes ont été prises sur des **carrés**.

1) Côté = 5 cm. Calculer le périmètre et l'aire.
2) Périmètre = 12 m. Calculer le côté et l'aire.
3) Aire = 36 m^2. Calculer le côté et le périmètre.
4) Périmètre = 31,2 m. Calculer le côté et l'aire.
5) Aire = 1 dm^2. Calculer le côté et le périmètre.
6) Périmètre = 1 m. Calculer l'aire.
7) Aire = 24 cm^2. Calculer le périmètre.

872 Les mesures suivantes ont été prises sur des **trapèzes**.

1) Grande base = 7 cm ; petite base = 3 cm ; hauteur = 5 cm. Calculer l'aire.
2) Grande base = 1,1 m ; petite base = 0,8 m ; hauteur = 1 m. Calculer l'aire.
3) Grande base = 6 m ; petite base = 4 m ; aire = 15 m^2. Calculer la hauteur.
4) Grande base = 15,7 cm ; petite base = 4,3 cm ; aire = 20 cm^2. Calculer la hauteur.
5) Grande base = 5 m ; hauteur = 8 m ; aire = 32 m^2. Calculer la petite base.
6) Petite base = 0,4 m ; hauteur = 1,6 m ; aire = 0,8 m^2. Calculer la grande base.

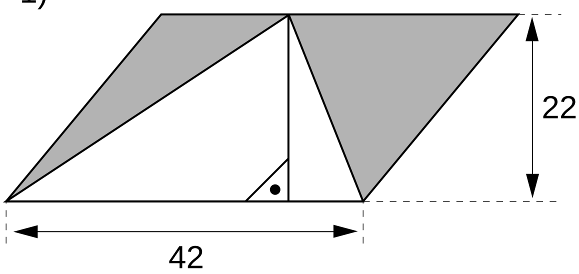
CONSIGNE: DANS LES EXERCICES 873 À 882, ON PRENDRA POUR π LA VALEUR APPROXIMATIVE **3,14**.

873 Les mesures suivantes ont été prises sur des **disques**.

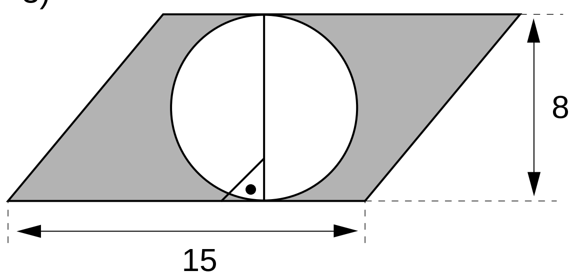
1) Rayon = 3 cm. Calculer le périmètre et l'aire.
2) Diamètre = 10 cm. Calculer le périmètre et l'aire.
3) Rayon = 0,1 mm. Calculer le périmètre et l'aire.
4) Périmètre = 6,28 cm. Calculer le diamètre et l'aire.
5) Aire = 314 cm^2. Calculer le rayon et le périmètre.
6) Périmètre = 157 cm. Calculer l'aire.
7) Aire = 12,56 cm^2. Calculer le périmètre.

874 Calculer l'aire de chacune des surfaces ombrées. Unité de longueur: le cm.

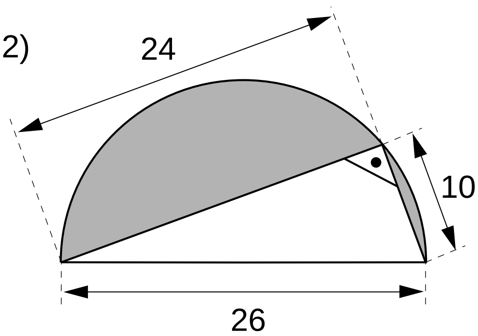
1)



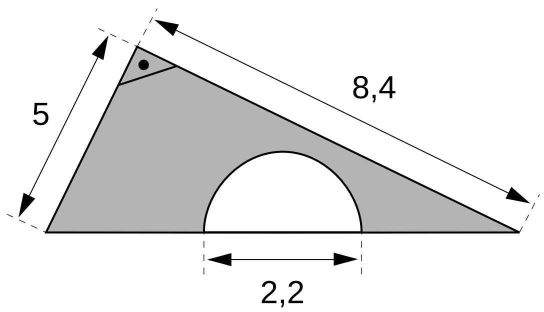
3)



2)



4)

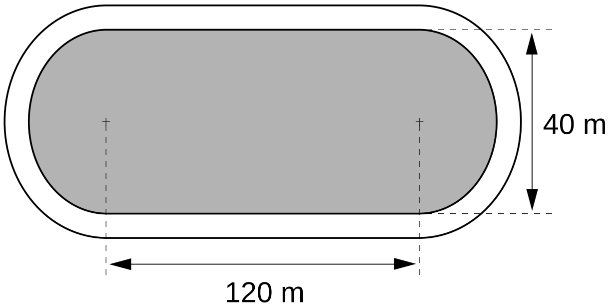


875 Une piste d'athlétisme entoure un terrain gazonné.

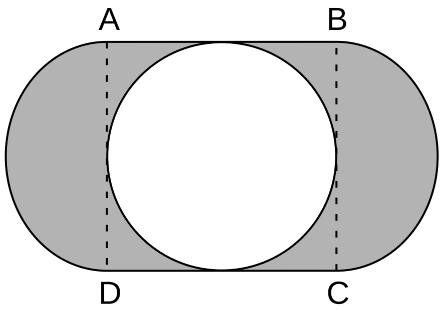
Quelle distance doit parcourir une athlète pour faire le tour du terrain gazonné ?

Quelle quantité de semence de gazon doit-on semer s'il en faut 50 g par m^2 ?

Quel sera le prix de cette semence si elle coûte 3,50 fr. les 500 g ?

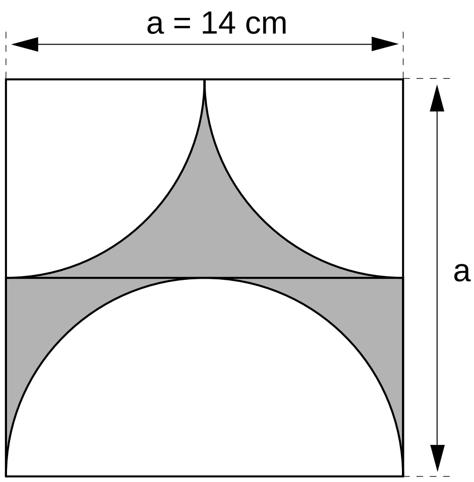


876 ABCD est un carré dont le côté mesure 12 cm. Calculer l'aire de la surface ombrée.

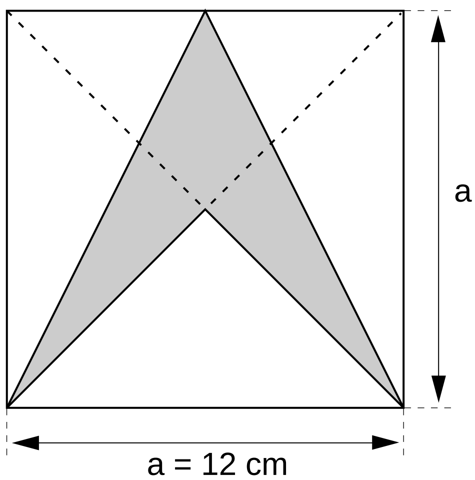


877 Calculer l'aire de chacune des surfaces ombrées *(suite ci-contre)*.

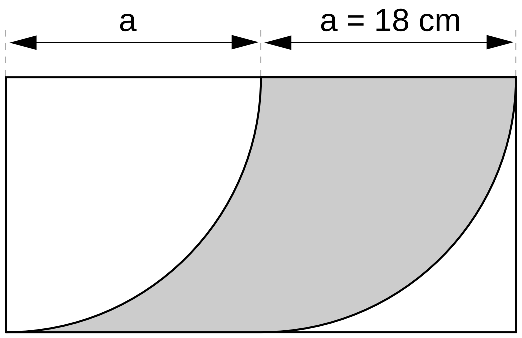
)



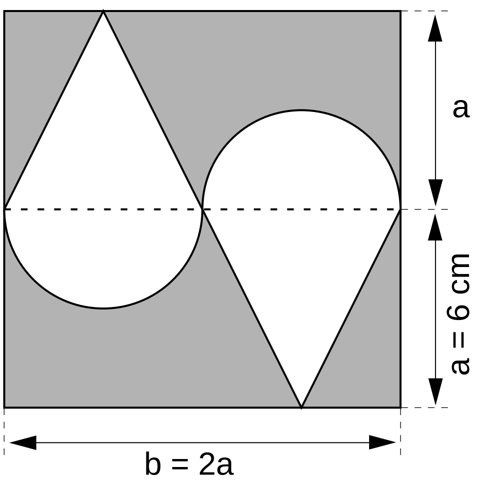
4)



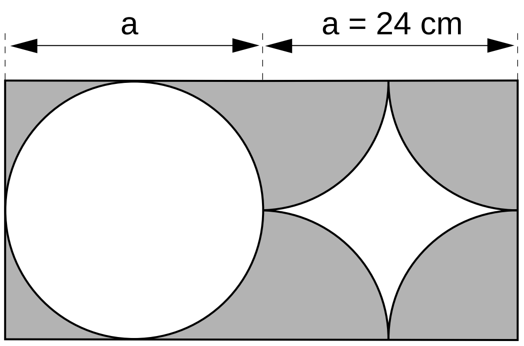
2)



5)



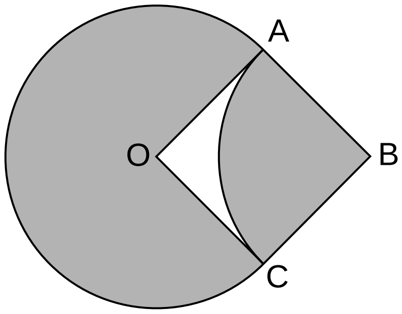
3)



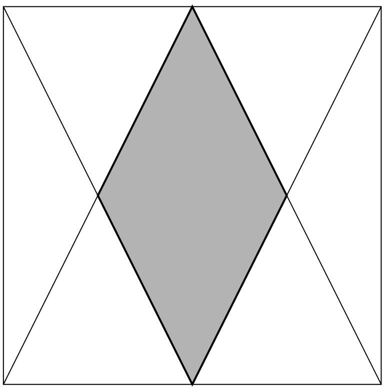
878 **ABCO** est un carré

$\overline{\textbf{AO}}$ est le rayon du disque; il mesure 7 cm.

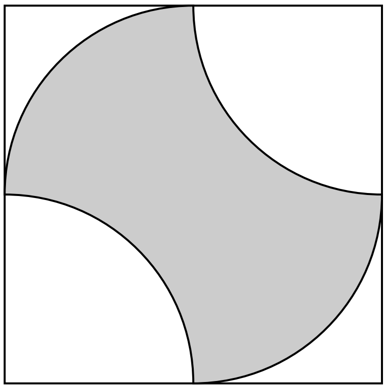
Calculer l'aire de la surface ombrée.



879 1) Le périmètre du carré est de 32 cm. Calculer l'aire de la surface ombrée.



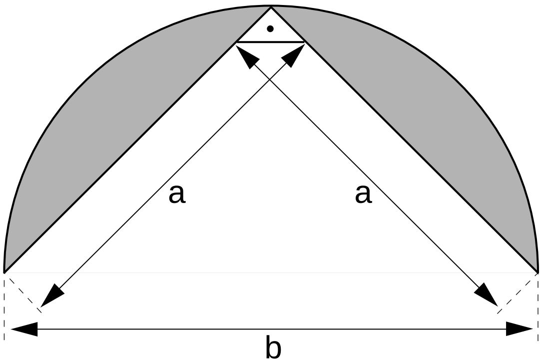
2) Le périmètre de la surface ombrée est de 18,84 cm. Calculer son aire.



880 Le périmètre de la figure ombrée ci-contre est de 23,63 m.

a = 5,6 m
b est le diamètre du cercle

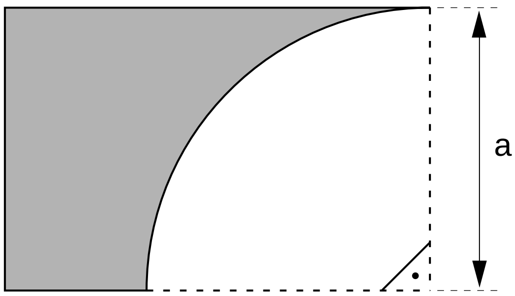
Calculer l’aire de la figure ombrée.



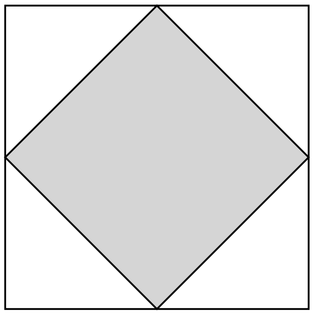
881 Le périmètre de la figure ombrée ci-contre mesure 34,5 dm.

Le rayon a mesure 8 dm.

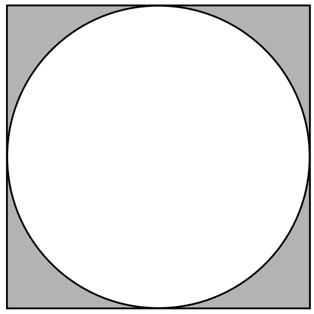
Calculer l’aire de la figure ombrée.



882 1) L'aire du carré ombré est de 18 cm^2. Calculer le périmètre du grand carré.



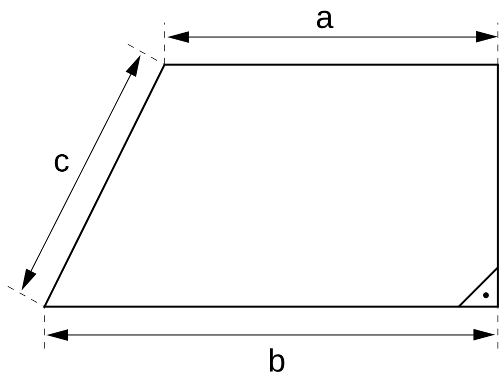
2) L'aire du disque est de 28,26 cm^2. Calculer l'aire de la surface ombrée.



883 L'aire de ce trapèze est de 270 cm^2

a = 20 cm
b = 25 cm
c = 13 cm

Calculer le périmètre du trapèze.

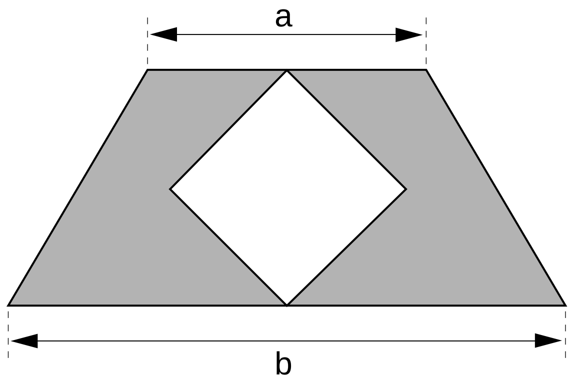


884 La figure blanche est un carré.

a = 11 cm
b = 25 cm

L'aire du trapèze est de 108 cm^2.

Calculer l'aire de la surface ombrée.



885 Faire la transformation d'unité indiquée :

8 km	en	dam	5 cm	en	m
0,5 m	en	mm	0,3 dm	en	m
7,2 m	en	cm	4 m	en	km
3,5 hm	en	m	2,5 hm	en	km
0,45 km	en	m	4,5 mm	en	m

886 Faire la transformation d'unité indiquée :

1)	3 dam^2	en	m^2	13 m^2	en	dm^2
	7 dm^2	en	cm^2	25 hm^2	en	m^2
	2 km^2	en	hm^2	12 cm^2	en	mm^2
	4,5 dam^2	en	m^2	0,7 dm^2	en	cm^2
2)	8 dam^2	en	dm^2	3,5 m^2	en	cm^2
	12 dm^2	en	mm^2	7,2 dm^2	en	mm^2
	15 km^2	en	m^2	0,8 dam^2	en	m^2
	0,7 km^2	en	m^2	0,85 m^2	en	cm^2
3)	4700 m^2	en	dam^2	36 000 mm^2	en	cm^2
	150 000 cm^2	en	m^2	74 000 mm^2	en	dm^2
	37 000 dam^2	en	km^2	48 000 cm^2	en	m^2
	1070 dm^2	en	m^2	107 dm^2	en	m^2
4)	47 dm^2	en	m^2	8 hm^2	en	km^2
	3450 mm^2	en	dm^2	6800 dam^2	en	km^2
	400 000 mm^2	en	m^2	300 cm^2	en	m^2
	2500 mm^2	en	dm^2	700 dam^2	en	km^2

887 Le tableau suivant donne les dimensions de six rectangles.
Calculer l'aire de chacun des rectangles en l'exprimant dans l'unité demandée.

longueur	largeur	aire en
4 cm	5 dm	m^2
0,7 hm	12 m	m^2
2,5 dm	73 mm	cm^2
0,04 dam	52 mm	mm^2
0,4 km	9 dam	m^2
0,76 m	81 cm	dm^2

888 Faire la transformation d'unité indiquée :

3500 hg	en	q	50 g	en	kg
0,045 t	en	dag	0,003 t	en	hg
3,37 hg	en	dg	92 g	en	mg
0,038 g	en	mg	72 000 dg	en	t
32 t	en	kg	49 kg	en	hg

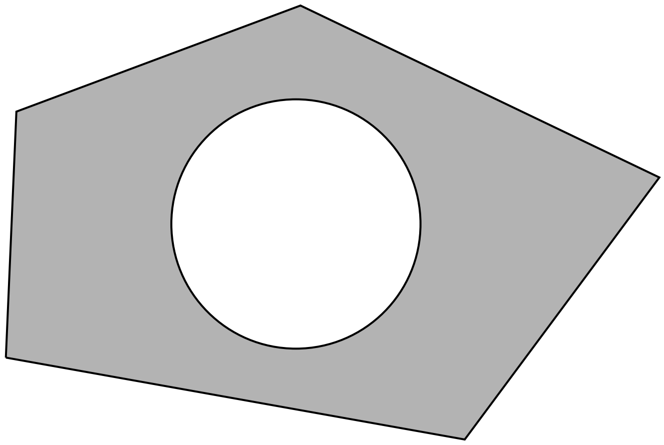
889 Faire la transformation d'unité indiquée :

8500	en	h	5 d	en	
0,35 d	en	m	3 h	en	
456 h	en		96 da	en	
0,155	en	c	10,4 m	en	d
2	en	d	0,003 da	en	m
0,014 h	en	c	100	en	h
10 d	en				

EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

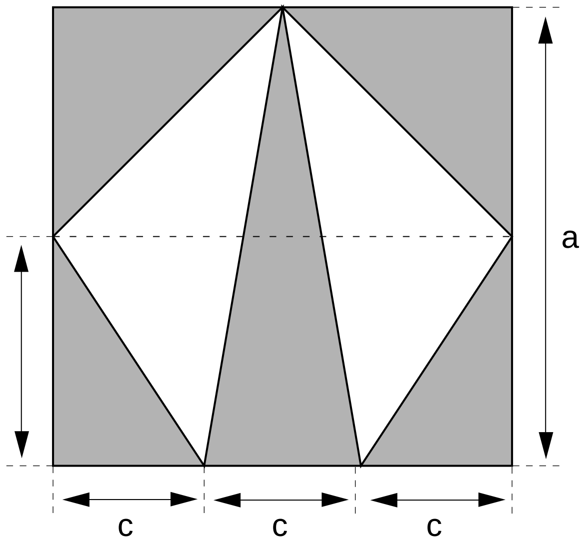
CONSIGNE: LES CALCULS NUMÉRIQUES SE FERONT EN PRENANT POUR π LA VALEUR APPROXIMATIVE **3,14**.

890 Calculer l'aire de la surface ombrée ci-contre, après avoir pris les mesures nécessaires.



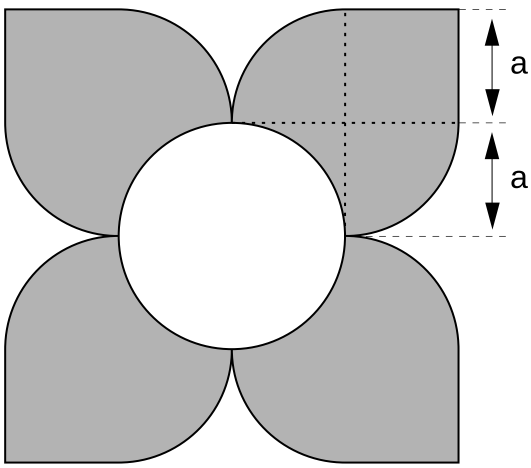
891 Calculer l'aire de la surface ombrée.

a = 2b
b = 6 cm
c = 4 cm



892 Calculer l'aire de la surface ombrée.

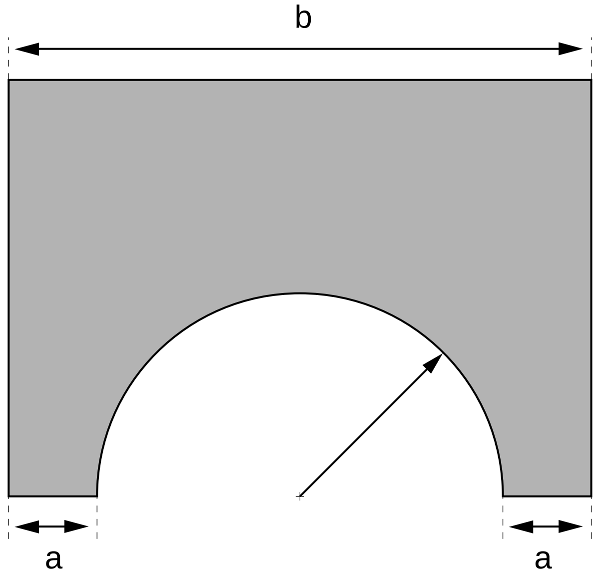
a = 3 cm



893 La surface ombrée a un périmètre de 66,84 cm.

a = 3 cm et b = 18 cm.

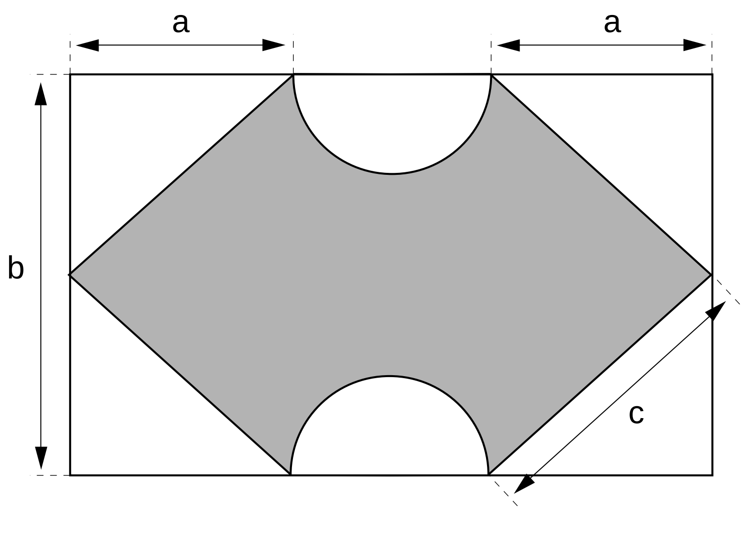
Calculer l'aire de la surface ombrée.



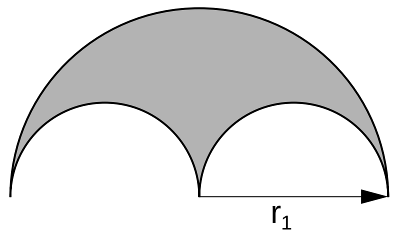
894 Le périmètre de la surface ombrée est de 52,56 cm.

a = 8 cm
b = 12 cm
c = 10 cm

Calculer l'aire de la surface ombrée.



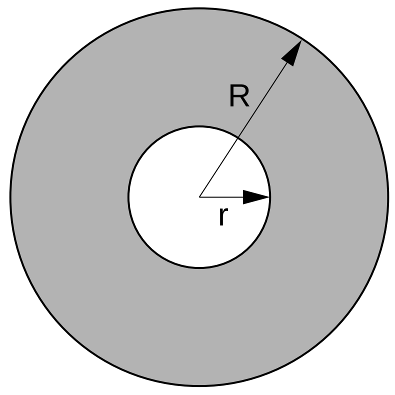
895 Le périmètre de la figure ci-contre mesure 37,68 cm.
Calculer son aire.



896 Une couronne est une surface comprise entre deux cercles concentriques.

L’aire de la couronne ombrée est de 128,74 cm^2.

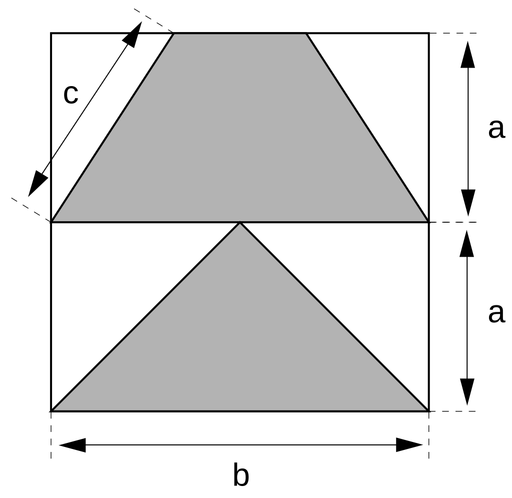
Le rayon r du cercle blanc mesure 2 dm.
Calculer le rayon R du grand cercle.



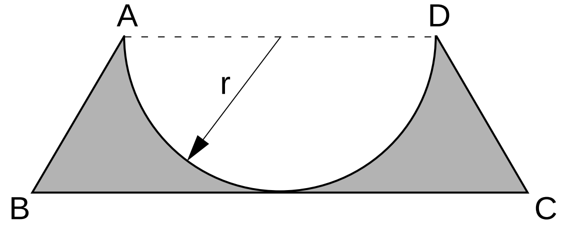
897 L'aire de la surface ombrée est de 36 cm^2.

a = 4 cm
b = 2a
c = 5 cm

Calculer le périmètre du trapèze.



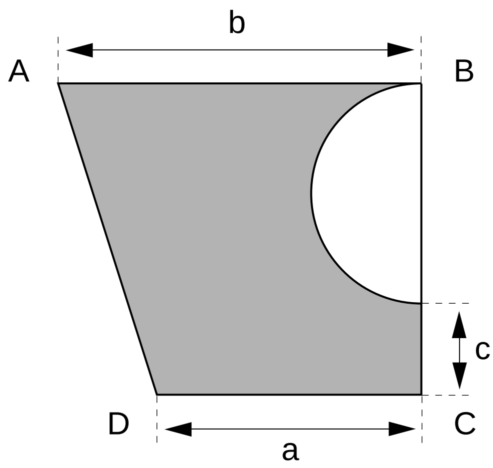
898 L'aire de la surface ombrée est de 18,88 dm^2.
Calculer son périmètre, sachant que r = 4 dm et que les segments $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$ mesurent chacun 5 dm.



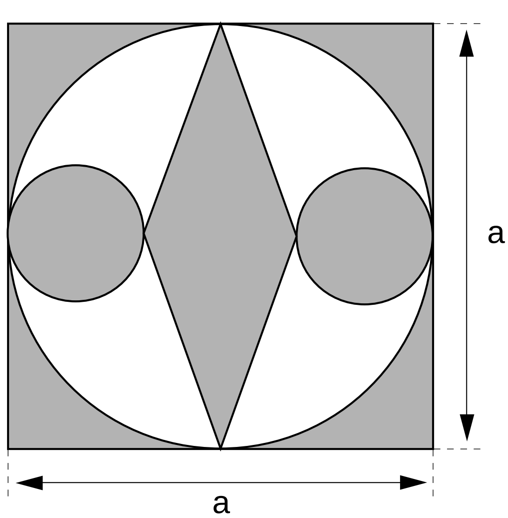
899 a = 50 cm
b = 80 cm
c = 10 cm

L'aire du trapèze ABCD est de 3575 cm^2.

Calculer l'aire de la surface ombrée



900 L'aire du losange est de 168 cm^2, et a = 28 cm.
Calculer l'aire de la surface ombrée.

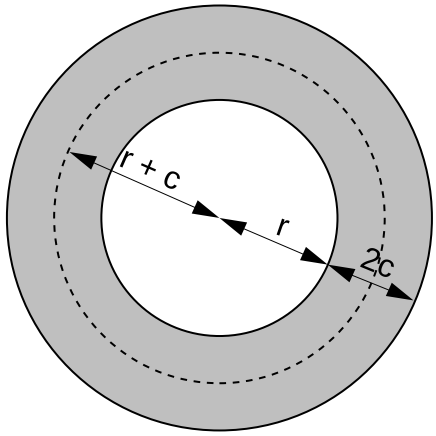


901 Un terrain qui a la forme d'un trapèze a été vendu 107 100 fr.
Ce terrain coûtait 35 fr.le m^2. Les côtés parallèles de ce terrain mesurent 72 m et 64 m. Calculer la hauteur de ce trapèze.

902 Un champ en forme de trapèze mesure 2,5 hectares. Sachant que l'une des bases et la hauteur mesurent respectivement 130 m et 180 m, calculer la longueur de l'autre base du trapèze.

903 Un chemin de 10 m de large entoure un bassin circulaire dont l'aire est de 1256 m^2. Calculer l'aire du chemin.

904 Une couronne est une surface comprise entre deux cercles concentriques.



1) Donner une formule qui exprime l'aire de cette couronne ombrée.

2) Montrer que cette aire peut aussi être calculée avec la formule:

Aire = 2c · ,

où est la longueur du cercle (pointillé) de rayon r + c.

LES EXERCICES 905 À 910 SONT À EFFECTUER DANS LE CAHIER.

905 Transformer, puis calculer :

3,2 m + 5 dm = ... = ... cm
74 dam + 0,13 km = ... = ... km
0,05 m + 92 mm = ... = ... dm
13,2 dm + 4500 mm = ... = ... cm

906 Indiquer l'unité manquante :

50 dam = 0,5 .....
0,04 hm = 40 .....
3,72 m = 3720 .....

0,011 km = 1,1 .....
33 cm = 0,033 .....
4,2 dm = 0,0042 .....

907 Compléter par le nombre manquant :

47 dm + ... cm = 52 dm
0,03 hm + ... dam = 63 m
..... mm + 130 mm = 21,3 dm

3,5 km + ... m = 37,02 hm
82 cm + ... dam = 15,32 m

908 Indiquer l'unité manquante :

42 m^2 = 420 000 .....
11,3 ..... = 0,113 dam^2
10 000 cm^2 = 1 .....
0,002 m^2 = 20 .....
0,7 ..... = 70 cm^2

4 ..... = 0,04 hm^2
13,2 m^2 = 1320 .....
160 ..... = 0,016 km^2
190 000 mm^2 = 0,19 .....
1,4 ..... = 14 000 cm^2

909 Indiquer l'unité manquante :

45 000 kg = 45 .....

0,07 kg = 700 .....

0,0013 t = 130 .....

23 000 mg = 0,023 ......

45 mg = 4,5 .....

700 g = 0,7 .....

4,5 d = 450 .....

0,03 h = 30 .....

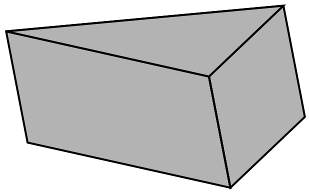
3400 c = 3,4 .....

40 da = 0,4 .....

0,032 = 32 .....

0,72 = 72 .....

910 Compléter chaque ligne de ce tableau en calculant l'aire qui manque :



aire totale	aire du losange	aire du parallélogramme	aire du triangle
6,9 m^2	0,024 dam^2	..... dm^2	1,5 m^2
370 cm^2	0,01 m^2	1,8 dm^2	..... mm^2
..... dam^2	320 m^2	0,056 hm^2	2,8 dam^2
3500 dm^2	..... cm^2	0,15 dam^2	7,5 m^2
..... m^2	76 000 cm^2	0,116 dam^2	580 dm^2

911 On peut passer d'une case à l'autre du tableau suivant, à condition de respecter les deux règles suivantes:

1) les deux cases se touchent par un sommet ou par un côté
2) la longueur contenue dans la deuxième case est le quadruple de celle qui est contenue dans la première.

Peut-on aller de "départ" à "arrivée" ?

départ

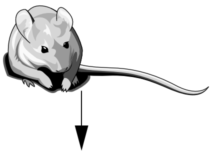
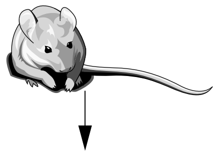
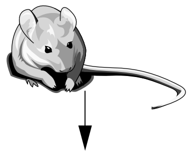
0,5 mm	2 cm	8 cm	2,4 dm
0,2 mm	0,2 cm	0,08 m	9,6 dm
0,8 dm	8 mm	3,2 cm	128 mm
0,32 m	1,28 m	320 mm	12,8 cm
1,28 dam	512 cm	5,12 dm	204,8 mm
51,2 m	2,048 m	20,48 m	0,8192 dam
204,8 m	81 920 cm	81,92 dm	32 768 cm
3276,8 m	8192 m	327 680 dm	32 768 mm

arrivée

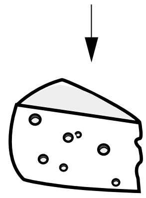
912 Une souris peut passer d'une case à une autre à condition de respecter les deux règles suivantes :

1) les deux cases se touchent par un sommet ou par un côté
2) l'aire contenue dans la deuxième case est le double de celle qui est contenue dans la première case.

Quelle souris mangera le fromage ?

0,006 dm^2	3 cm^2	0,6 dm^2	6 cm^2	30 cm^2	0,06 dm^2	3 dm^2
120 mm^2	60 mm^2	600 mm^2	0,6 dm^2	24 dm^2	0,12 m^2	600 cm^2
0,012 dm^2	2,4 cm^2	120 cm^2	0,12 dm^2	4800 cm^2	2,4 dm^2	480 cm^2
240 mm^2	0,024 m^2	0,24 m^2	0,0024 m^2	00,96 m^2	0,048 m^2	9,6 dm^2
4,8 dm^2	1,92 dm^2	0,96 dm^2	48 cm^2	192 dm^2	38,4 cm^2	1920 cm^2
0,0384 m^2	960 cm^2	19,2 dm^2	0,384 m^2	76,8 dm^2	3,84 m^2	7,68 dm^2
768 cm^2	0,768 m^2	0,0384 m^2	768 m^2	768 dm^2	15 360 cm^2	3,072 m^2



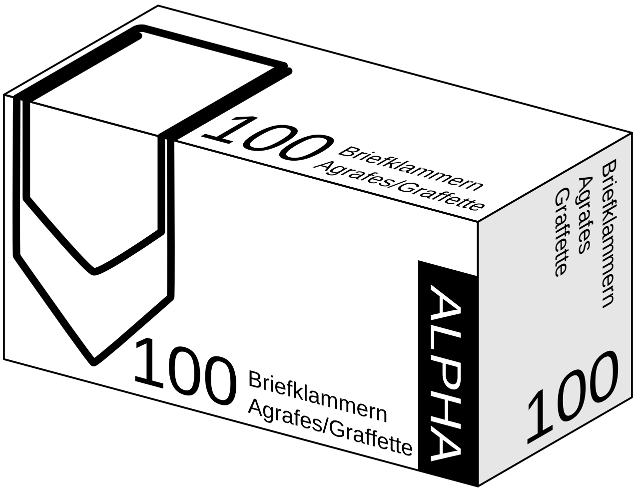
9

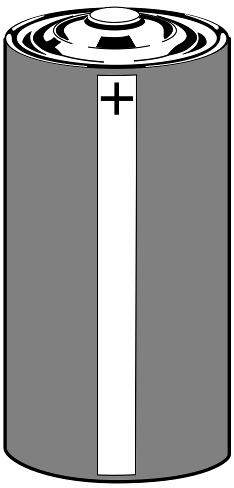
LES VOLUMES

THÉORIE

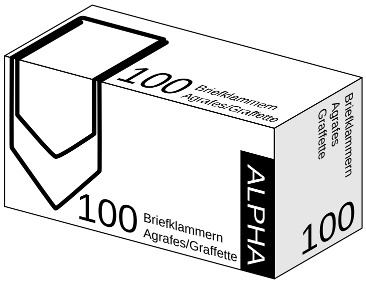
1. CORPS

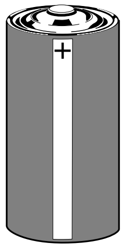
Nous sommes entourés d'objets qui ne sont pas des surfaces planes; nous appellerons ces objets des **corps**.

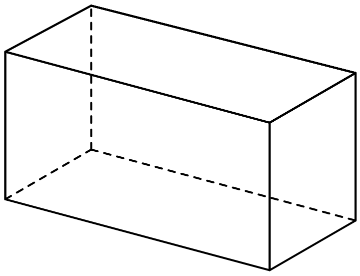


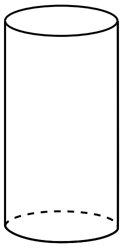


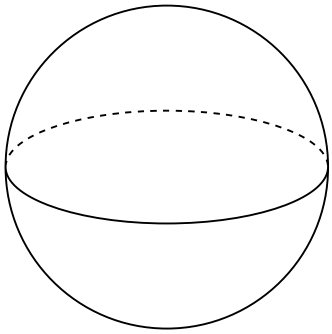
Pour dessiner un corps sur une feuille de papier, il faut en faire une vue en perspective.







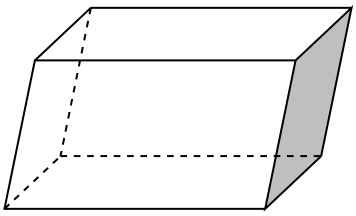




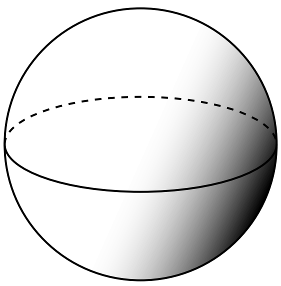
Remarque Les pointillés représentent des lignes cachées.

Les surfaces qui limitent un corps peuvent être planes ou courbes.

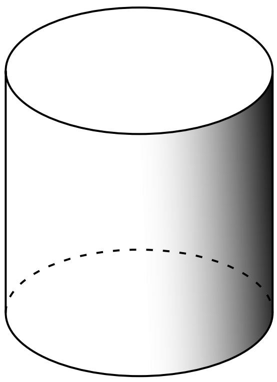
Exemples



corps limité uniquement par des surfaces planes



corps limité uniquement par une surface courbe

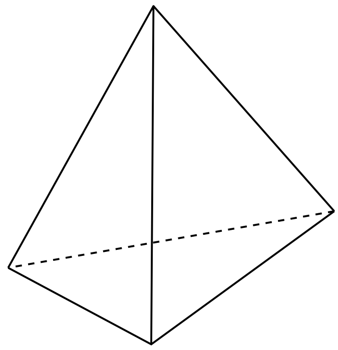


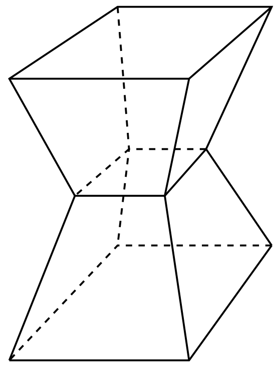
corps limité par deux surfaces planes et une surface courbe

2. POLYÈDRES

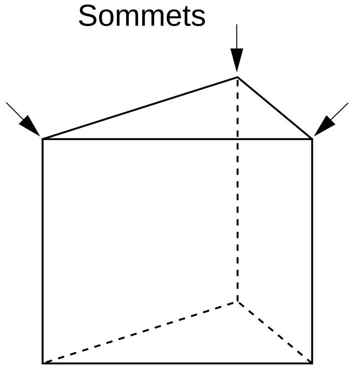
Un corps limité uniquement par des polygones est appelé un **polyèdre**.

Exemples



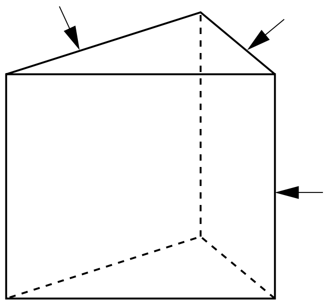


Sommets



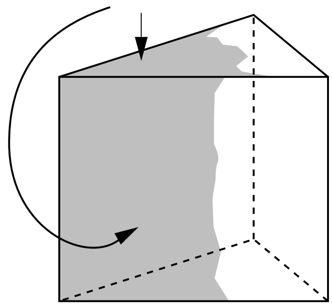
Ce polyèdre possède
six sommets.

Arêtes



Ce polyèdre possède
neuf arêtes.

Faces



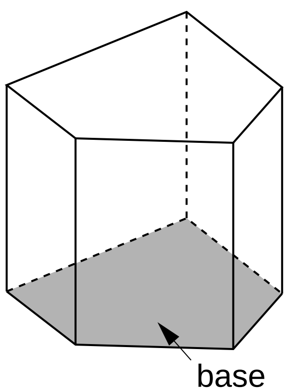
Ce polyèdre possède
cinq faces.

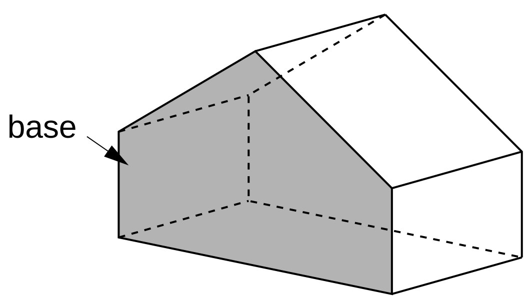
2.1 QUELQUES POLYÈDRES PARTICULIERS

a) Les prismes droits

Un **prisme droit** est un polyèdre dont deux faces sont des polygones parallèles et de même forme, et dont les autres faces sont des rectangles.
Les deux faces parallèles et de même forme sont appelées les **bases** du prisme droit.
Elles ont la même aire.
Les rectangles sont appelés les **faces latérales**.

Exemples

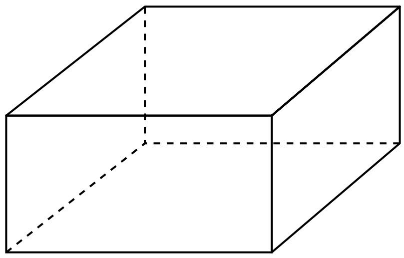




b) Les parallélépipèdes rectangles

Un **parallélépipède rectangle** est un prisme droit dont toutes les faces sont des rectangles.

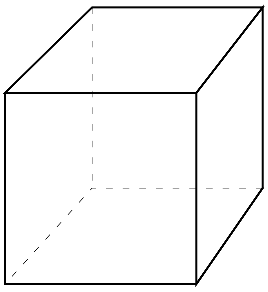
Exemple



c) Les cubes

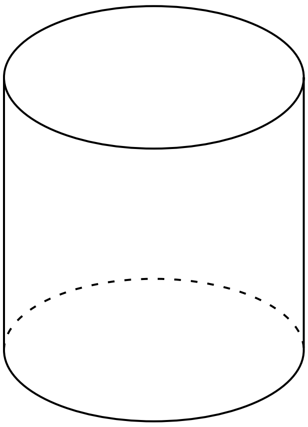
Un **cube** est un parallélépipède rectangle dont toutes les faces sont des **carrés**. Ses arêtes ont donc toutes la même longueur.

Exemple

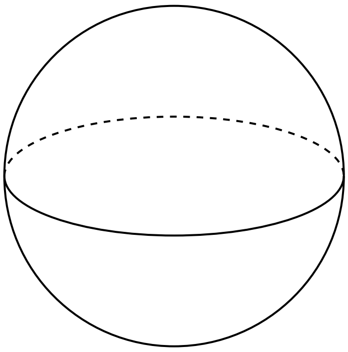


3. CYLINDRE, SPHÈRE ET CÔNE

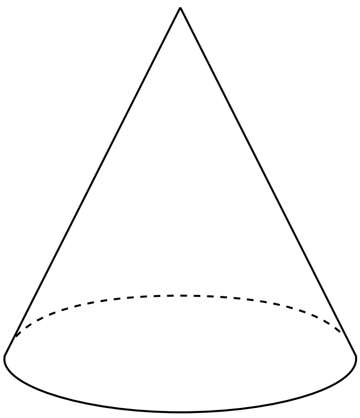
Certains corps ne sont pas limités par des polygones. Par exemple:



cylindre

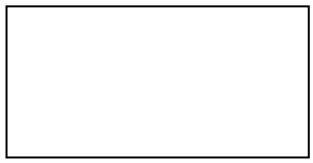
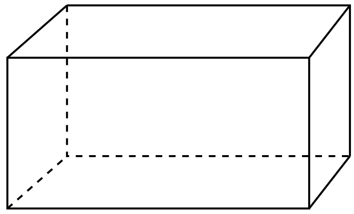
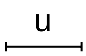
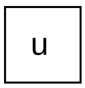
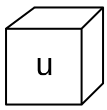


sphère



cône

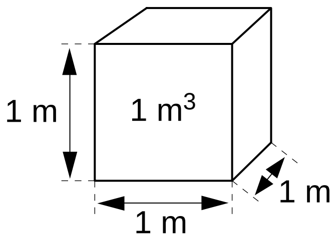
4. MESURE DES CORPS

Mesure d'une ligne	Mesure d'une surface	**Mesure d'un corps**
		
Mesurer cette ligne, c'est:	Mesurer cette surface, c'est:	Mesurer ce corps, c'est:
choisir une unité **u**	choisir une unité **u**	choisir une unité **u**
de longueur	*d'aire*	*de volume*
		

et compter le nombre de fois que l'unité peut être placée
dans la ligne, la surface ou le corps à mesurer.

La mesure d'une ligne est sa **longueur**.	La mesure d'une surface est son **aire**.	La mesure d'un corps est son **volume**.

Unités de volume



Si on prend le **mètre** (m) pour unité de longueur, on peut utiliser le **mètre cube** (m^3) comme unité de volume.

On utilise aussi des multiples et des sous-multiples du m^3:

km^3 hm^3 dam^3 $\boxed{m^3}$ dm^3 cm^3 mm^3

Ainsi,
un km^3 est le volume d'un cube de 1 km d'arête,
un hm^3 est le volume d'un cube de 1 hm d'arête,
...
un m^3 est le volume d'un cube de 1 m d'arête,
...
un mm^3 est le volume d'un cube de 1 mm d'arête.

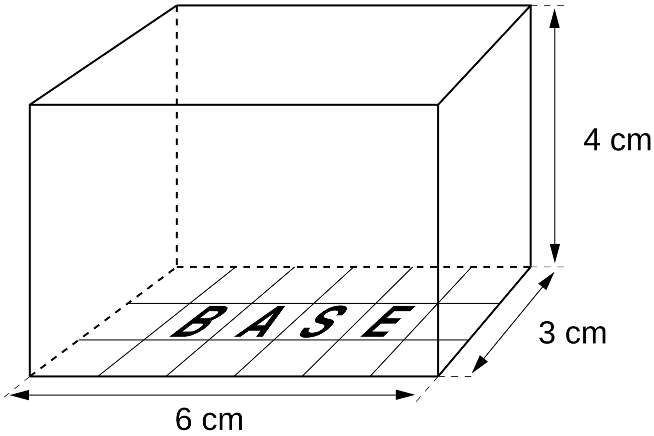
5. CALCUL DE QUELQUES VOLUMES

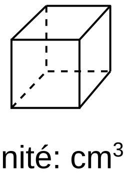
a) Volume du parallélépipède rectangle

Calculons le volume d'un parallélépipède rectangle mesurant:

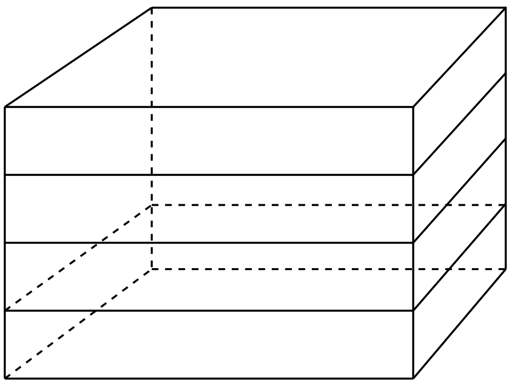
6 cm et 3 cm pour la base

4 cm pour la hauteur correspondant à la base.





L'aire de la base est de 18 cm^2.
Sur chaque centimètre carré de la base, nous pouvons placer un cube de 1 cm d'arête.
Les 18 cubes ainsi placés forment une couche de 1 cm de hauteur.



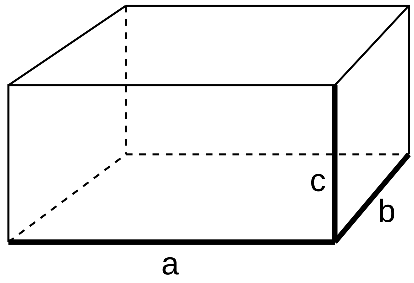
Pour "remplir" le parallélépipède rectangle de 4 cm de hauteur, il suffit de placer 4 couches de 18 cubes.

Pour calculer le volume de ce parallélépipède rectangle, on a effectué:

$$6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 72 \text{ cm}^3$$
$$\text{aire de la base} \cdot \text{hauteur} = \text{volume}$$

D'une manière générale :

Volume du parallélépipède rectangle = Aire de la base · hauteur correspondante	$V = A \cdot h$



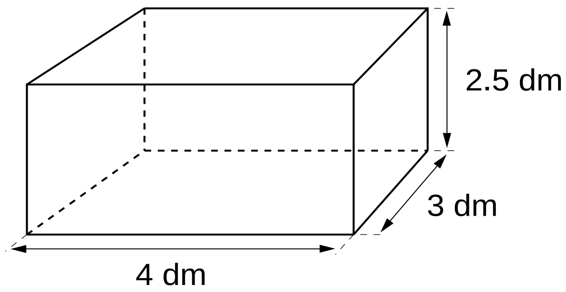
Les longueurs des trois arêtes qui partent d'un même sommet sont appelées les **dimensions** du parallélépipède rectangle.

volume du parallélépipède rectangle = 1ère dimension · 2ème dimension · 3ème dimension aire de la base · hauteur correspondante	$V = a \cdot b \cdot c$

Dans cette formule, a , b , et c doivent être exprimés dans la même unité de longueur.

Problème

Calculer le volume de ce parallélépipède rectangle :



Volume $= 4 \cdot 3 \cdot 2{,}5$

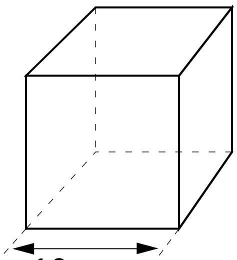
$= 30\ dm^3$

b) Volume du cube

Le cube est un parallélépipède rectangle particulier: toutes ses arêtes ont la même longueur; ainsi, il suffit de connaître la longueur d'une de ses arêtes pour calculer son volume.

Volume du cube d'arête a	$V = a^3$

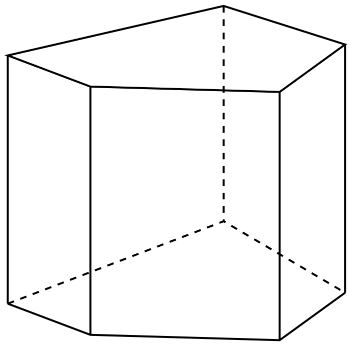
Exemple



Volume $= 16 \cdot 16 \cdot 16 = 16^3$
$= 4096$ mm^3

c) Volume du prisme droit

On peut démontrer que:



Volume du prisme droit = Aire de la base · hauteur du prisme	$V = A \cdot h$

Problème

Calculer le volume d'un prisme droit dont l'aire de la base mesure 4 m^2 et la hauteur 1,5 m.

Volume du prisme droit = $4 \cdot 1{,}5 = 6$ m^3.

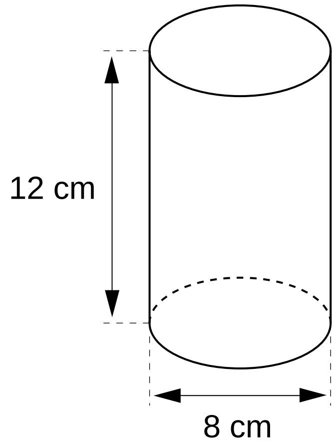
d) Volume du cylindre

On peut démontrer que:

Volume du cylindre = Aire de la base · hauteur du cylindre	$V = A \cdot h$

Problème

Calculer le volume d'une boîte de conserve en forme de cylindre: le diamètre de la base mesure 8 cm et la hauteur mesure 12 cm.
(On prendra pour π la valeur approximative 3,14.)

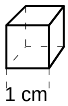


Choisissons comme unité le cm .
Rayon de la base = 8 : 2 = 4 cm.
Aire de la base = $3{,}14 \cdot 4 \cdot 4 = 50{,}24$ cm^2.
Volume de la boîte = $50{,}24 \cdot 12 = 602{,}88$ cm^3.

6. TRANSFORMATIONS D'UNITÉS DE VOLUME

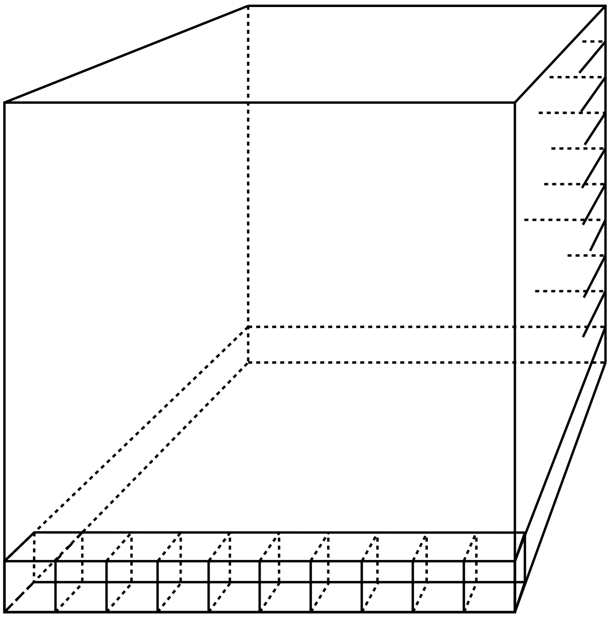
a) Sous-multiples du mètre cube

Un cube dont l'arête mesure 1 cm a un volume de 1 cm^3.

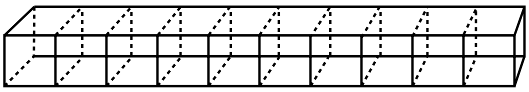


Unité: 1 cm^3

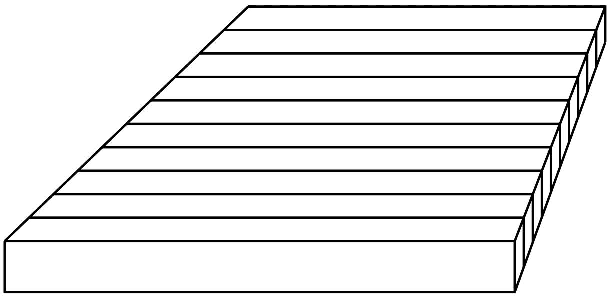
Un cube dont l'arête mesure 1 dm a un volume de 1 dm^3.



Cube de 1 dm de côté



Barre de 10 cubes
de 1 cm de côté



Couche de 10 barres
de 10 cubes

La base est recouverte par 100 petits cubes. Nous obtenons une couche de 1 cm d'épaisseur. Dans le grand cube nous pouvons placer 10 couches. Ainsi le grand cube peut être rempli par 1000 petits cubes.

1 décimètre cube contient 1000 centimètres cubes 1 dm^3 = 1000 cm^3

On montrerait de même que: 1 m^3 = 1000 dm^3
1 cm^3 = 1000 mm^3

...

b) Transformations d'unités de volume

Multiples et sous-multiples du m³

Unité	Abréviation	Transformation en mètres cubes	
kilomètre cube	km^3	$1\,000\,000\,000\ m^3$	$10^9\ m^3$
hectomètre cube	hm^3	$1\,000\,000\ m^3$	$10^6\ m^3$
décamètre cube	dam^3	$1\,000\ m^3$	$10^3\ m^3$
mètre cube	m^3	$1\ m^3$	
décimètre cube	dm^3	$0{,}001\ m^3$	$10^{-3}\ m^3$
centimètre cube	cm^3	$0{,}000\,001\ m^3$	$10^{-6}\ m^3$
millimètre cube	mm^3	$0{,}000\,000\,001\ m^3$	$10^{-9}\ m^3$

Exemples

Transformer:

352 m^3 en dm^3 : $352\ m^3 = 352 \cdot 1000 = 352\ 000\ dm^3$

0,46 dm^3 en mm^3 : $0{,}46\ dm^3 = 0{,}46 \cdot 1\ 000\ 000 = 460\ 000\ mm^3$

370 000 mm^3 en cm^3 : $370\ 000\ mm^3 = 370\ 000 : 1000 = 370\ cm^3$

8036,1 cm^3 en dm^3 : $8036{,}1\ cm^3 = 8036{,}1 : 1000 = 8{,}0361\ dm^3$

4120 cm^3 en m^3 : $4120\ cm^3 = 4120 : 1\ 000\ 000 = 0{,}00412\ m^3$

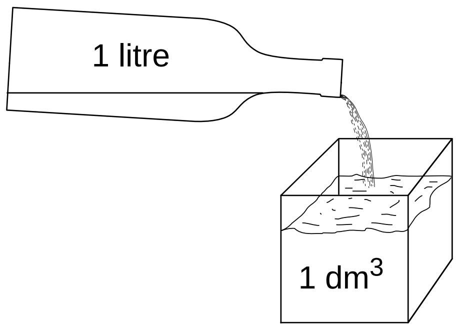
3,2 km^3 en m^3 : $3{,}2\ km^3 = 3{,}2 \cdot 10^9 = 3\ 200\ 000\ 000\ m^3$

5 400 000 m^3 en km^3 : $5\ 400\ 000\ m^3 = 5\ 400\ 000 : 10^9 = 0{,}0054\ km^3$

7. TRANSFORMATIONS CAPACITÉ ↔ VOLUME

Quel est le volume occupé par un litre d'eau ?

On a:



$\boxed{1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3}$

Cette égalité permet de résoudre les problèmes de transformation de volume en capacité, ou de capacité en volume.

Exemples

1) 2,35 dm^3 = 2,35 litres

2) 0,58 litres = 0,58 dm^3

Problèmes

1) Transformer 150 h en m^3 :

150 h = $\boxed{15\,000 \quad = 15\,000 \text{ dm}^3}$ = 15 m^3

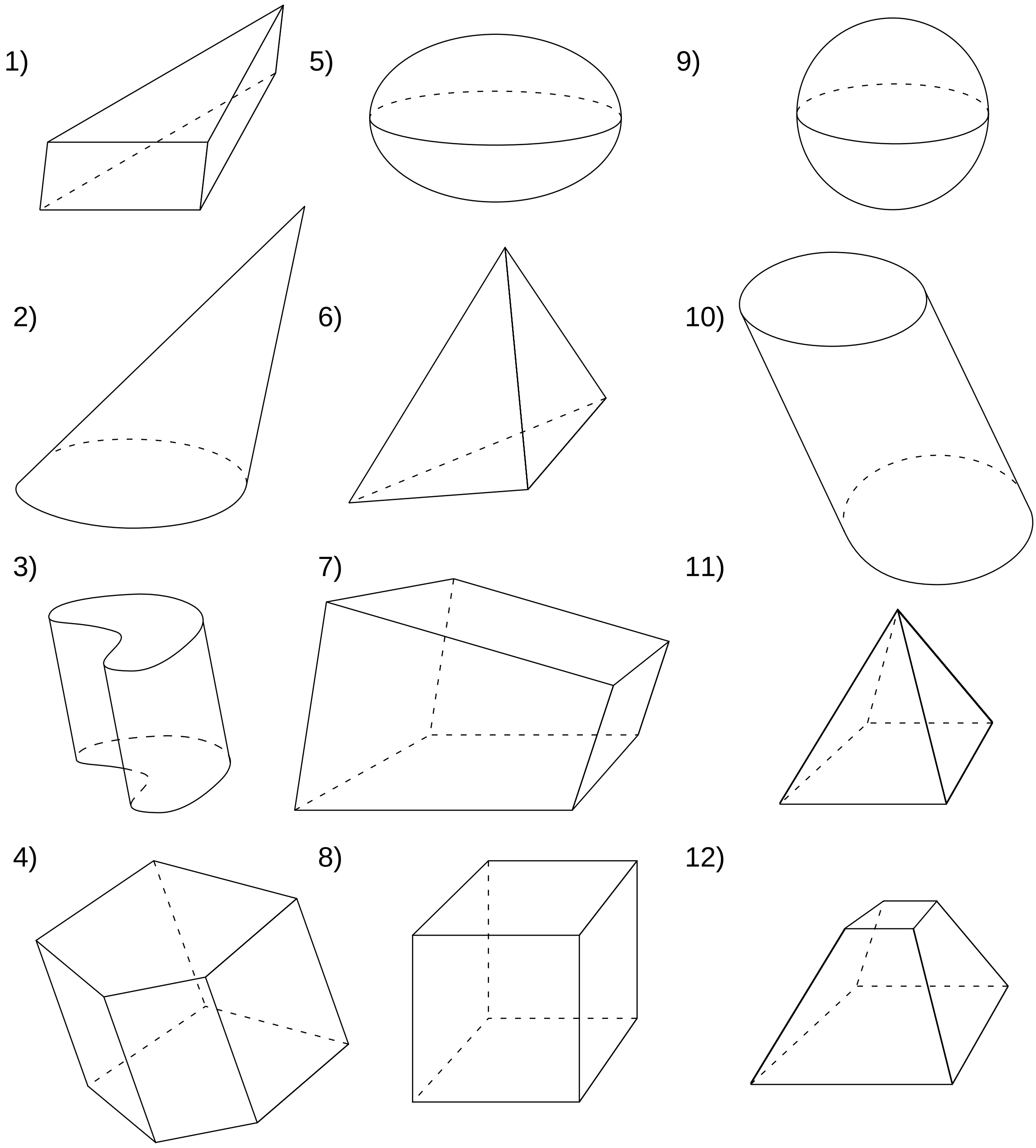
2) Transformer 5,36 cm^3 en m :

5,36 cm^3 = $\boxed{0{,}00536 \text{ dm}^3 = 0{,}00536}$ = 5,36 m

Remarque Il peut être utile de savoir que 1 cm^3 = 1 m , et que 1 = 1000 cm^3.

EXERCICES ORAUX

913 Voici plusieurs corps :



Quels sont les corps limités :

1) uniquement par des surfaces planes ?
2) uniquement par des surfaces courbes ?
3) par des surfaces planes et des surfaces courbes ?

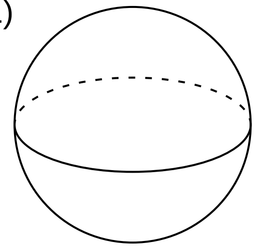
Quels sont les corps qui ont deux surfaces planes

4) parallèles ?
5) parallèles, de même forme et de même grandeur ?

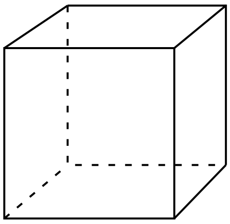
914 Parmi les corps suivants, lesquels sont :

– des polyèdres ?
– des prismes droits ?
– des parallélépipèdes rectangles ?
– des cubes ?

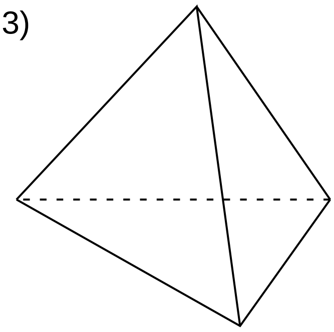
1)



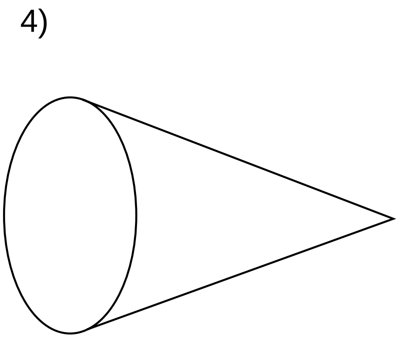
2)



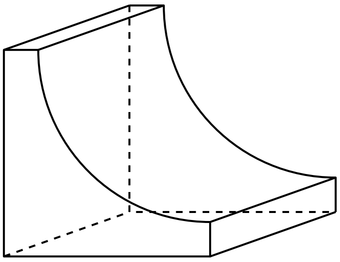
3)



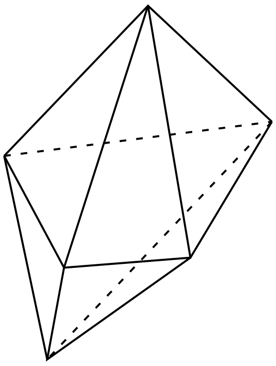
4)



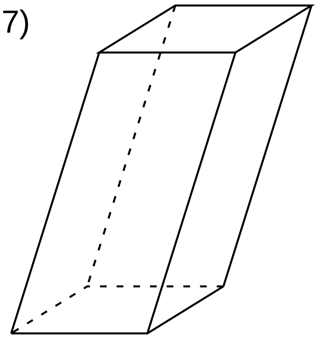
5)



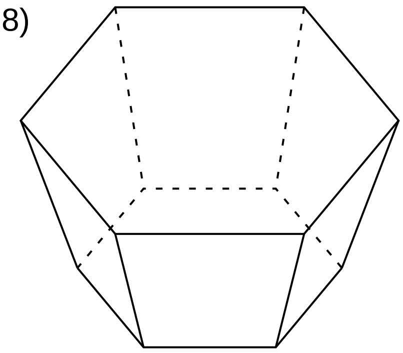
6)



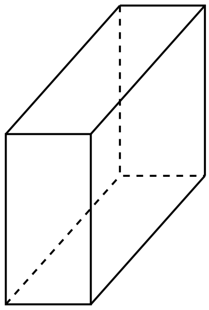
7)



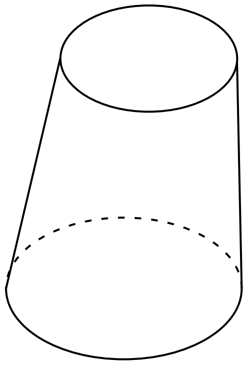
8)



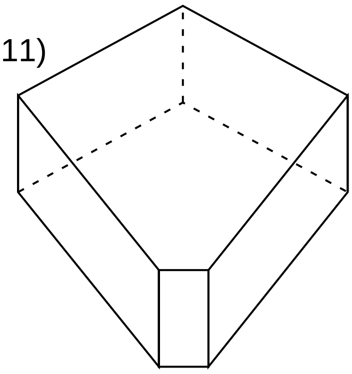
9)



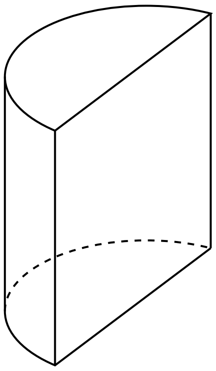
10)



11)

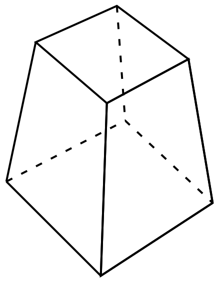


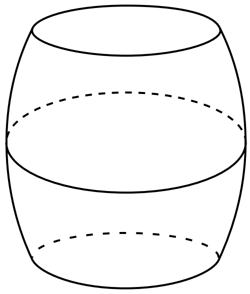
12)

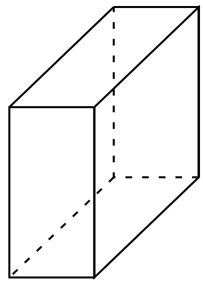


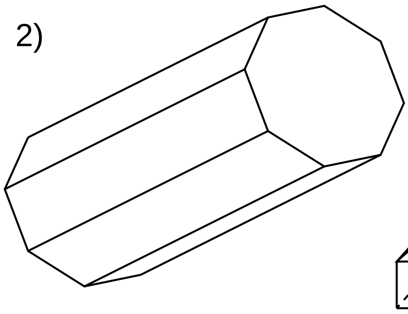
915 Parmi les corps suivants, lesquels sont :

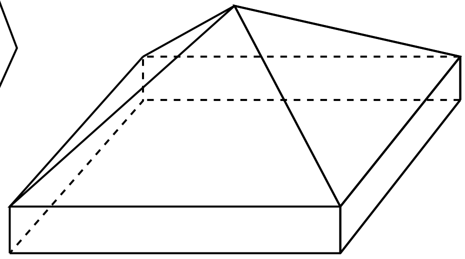
– des polyèdres ?
– des prismes droits ?

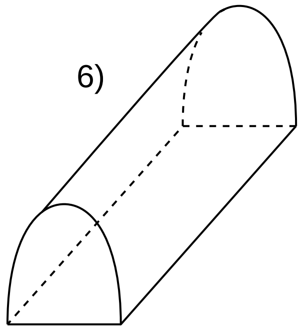
1) 

3) 

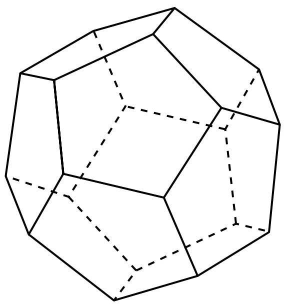
5) 

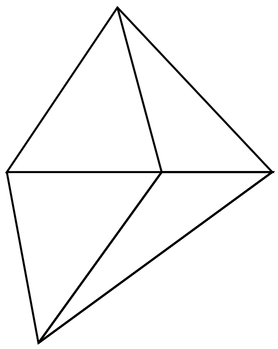
2) 

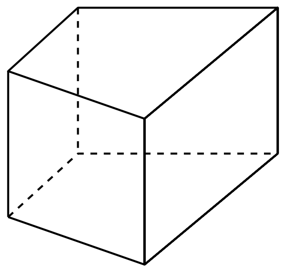
4) 

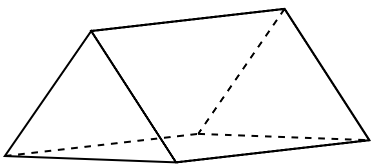
6) 

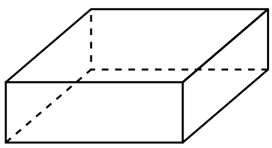
916 Parmi les corps suivants, lesquels sont des prismes droits ?

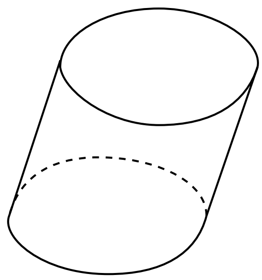
1) 

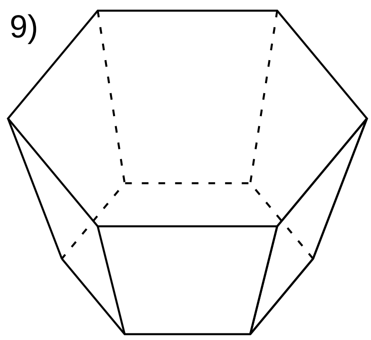
4) 

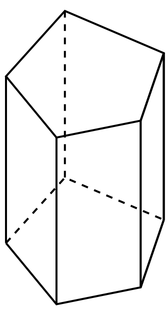
7) 

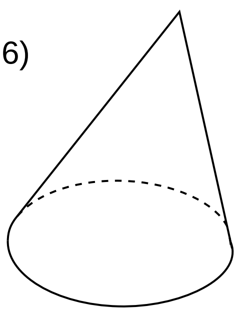
2) 

5) 

8) 

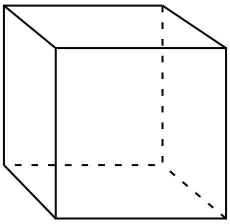
9) 

3) 

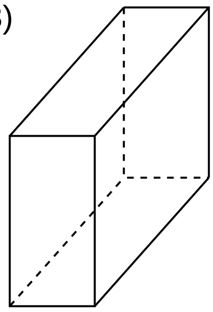
6) 

917 Parmi les corps suivants, lesquels sont des prismes droits ?

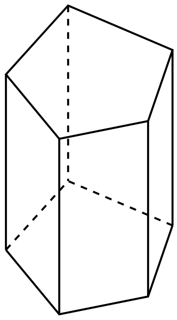
1)



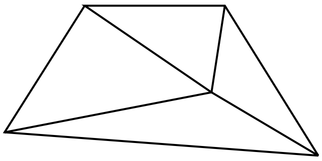
3)



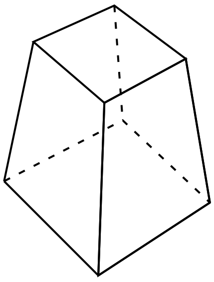
5)



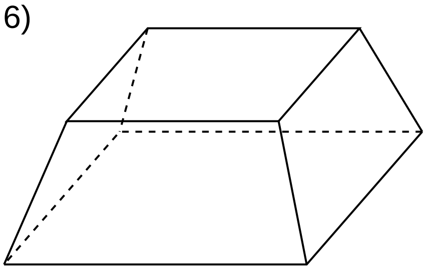
2)



4)



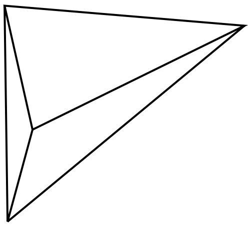
6)



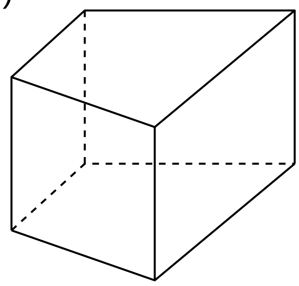
Combien chacun de ces corps a-t-il de faces, de sommets, d'arêtes ?

918 Parmi les corps suivants, lesquels sont des prismes droits ?

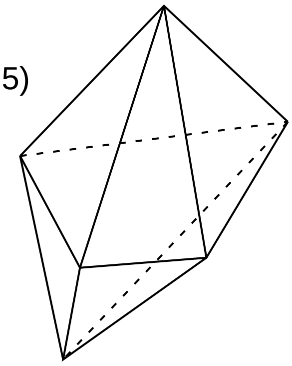
1)



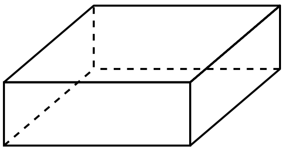
3)



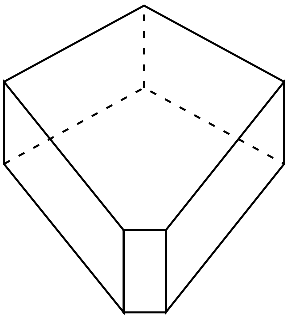
5)



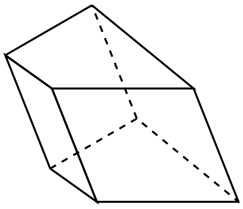
2)



4)



6)

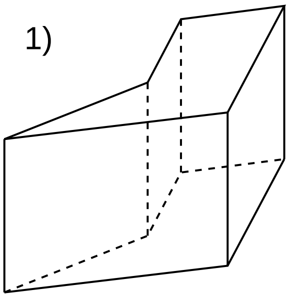


Pour chacun de ces corps, déterminer le nombre **f** de faces, le nombre **s** de sommets et le nombre **a** d'arêtes, puis vérifier que

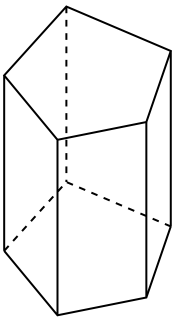
$$\mathbf{f + s = a + 2}.$$

919 Voici des prismes droits. Indiquer deux faces qui peuvent être choisies comme bases. Parmi ces prismes, lesquels sont des parallélépipèdes rectangles ?

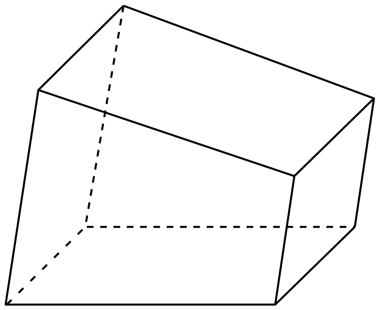
1)



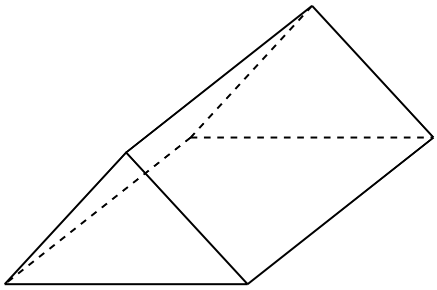
2)



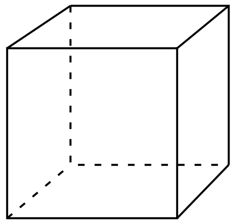
3)



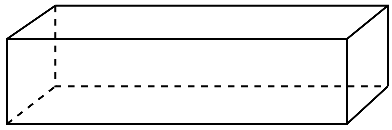
4)



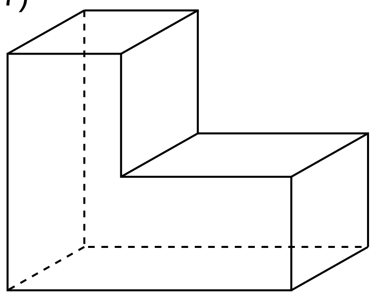
5)



6)

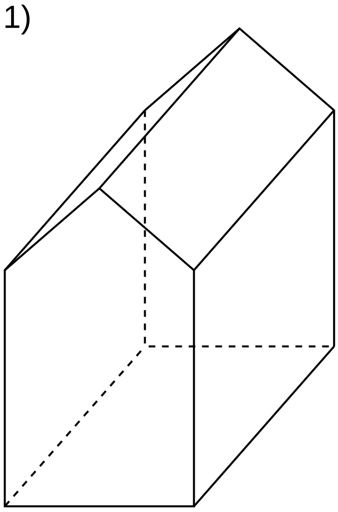


7)

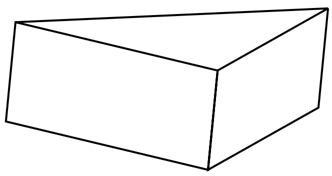


920 Voici des prismes droits. Combien de faces latérales chacun de ces prismes a-t-il ? Indiquer une des bases de chacun de ces prismes.

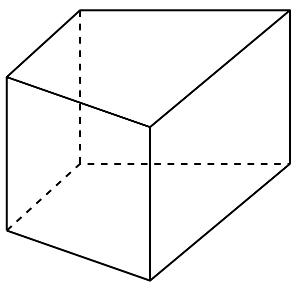
1)



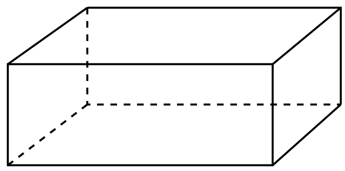
2)



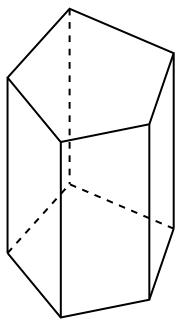
3)



4)

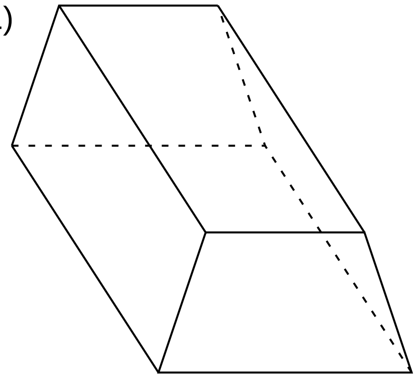


5)

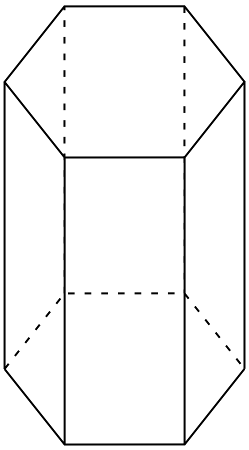


921 Voici des prismes droits. Indiquer pour chacun une des bases et la hauteur correspondante.

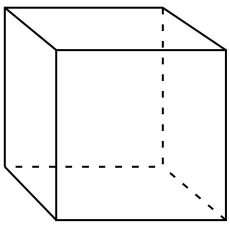
1)



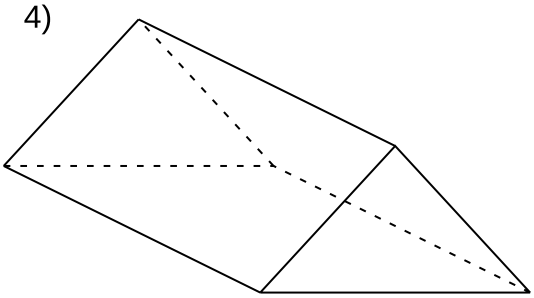
2)



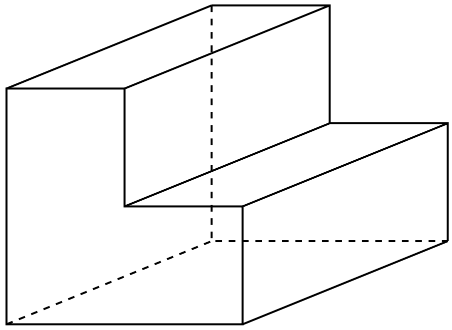
3)



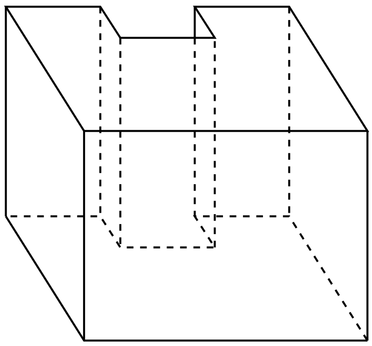
4)



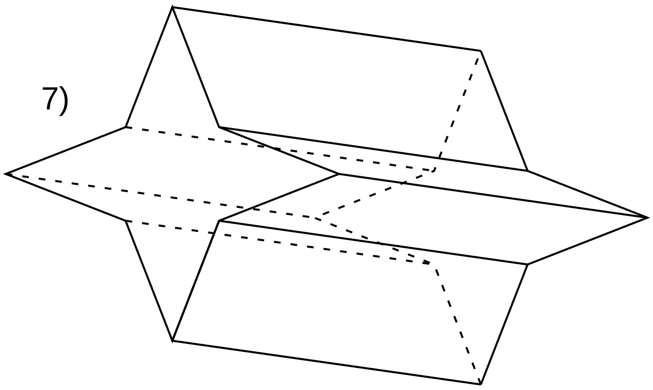
5)



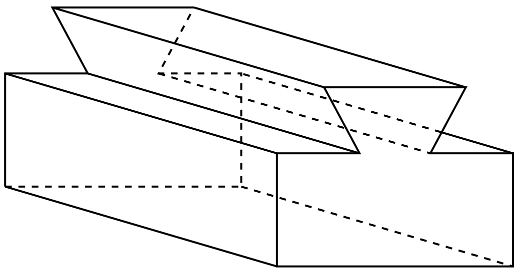
6)



7)

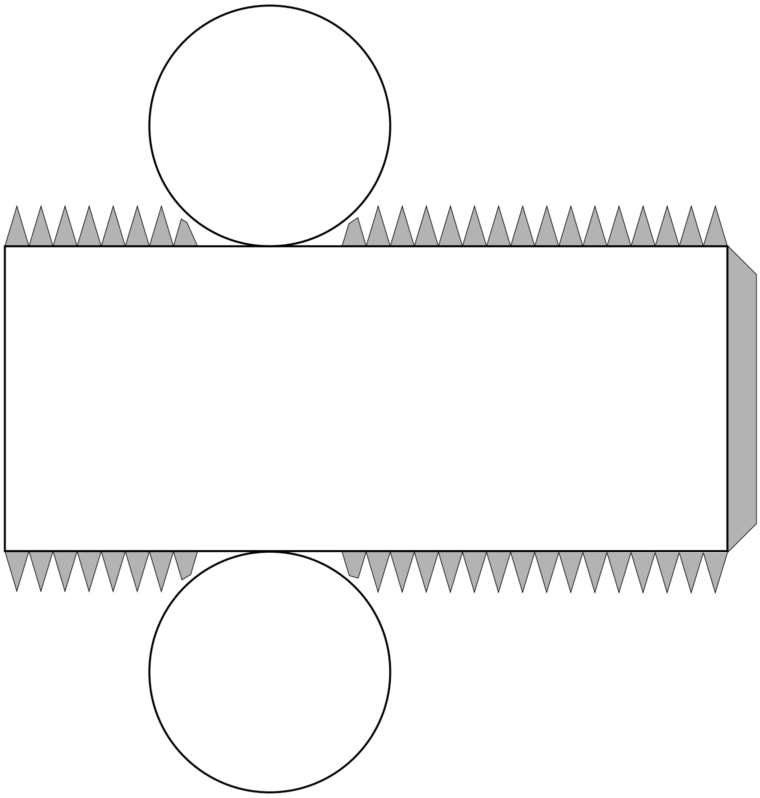


8)

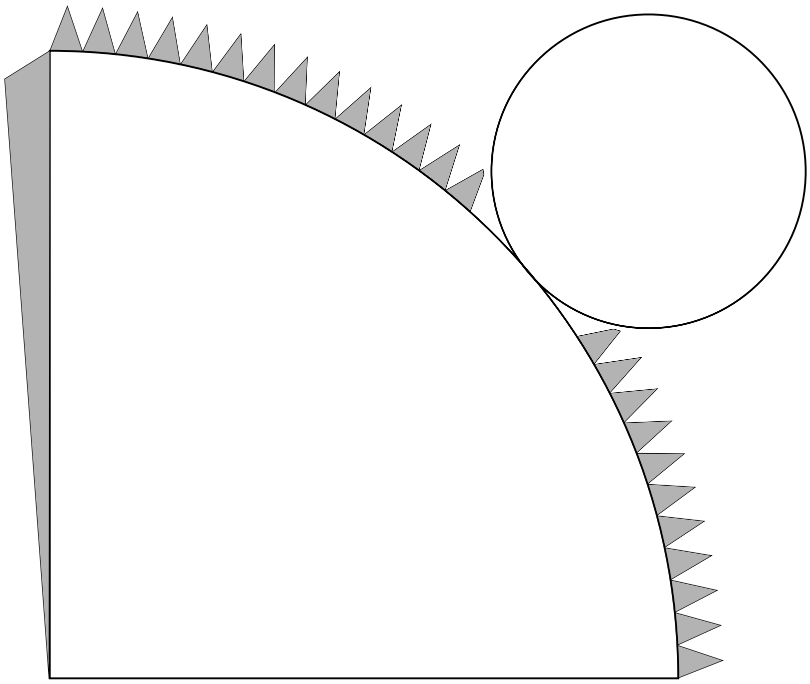


EXERCICES ÉCRITS

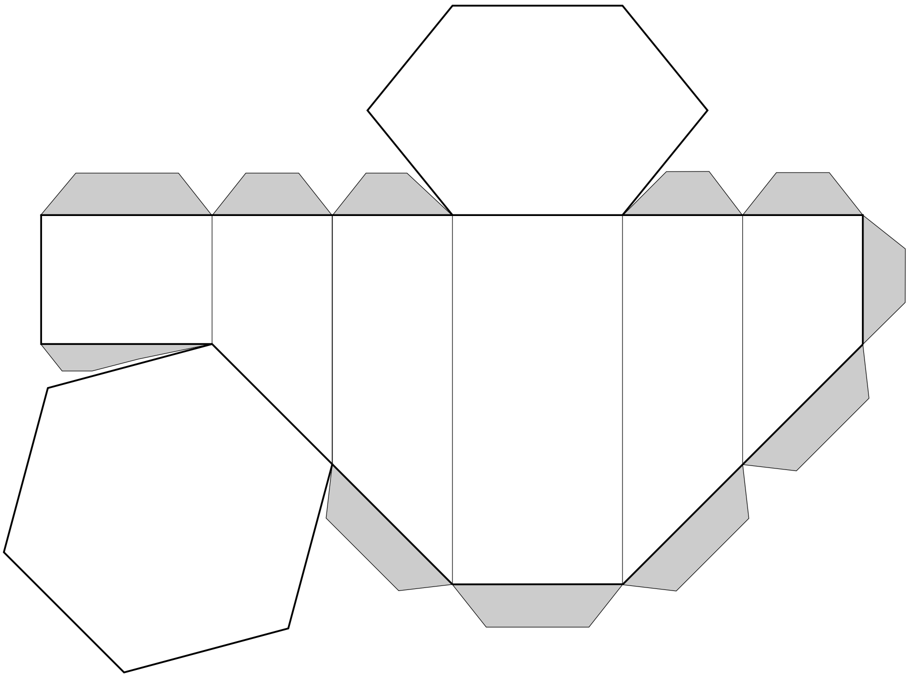
922 Reporter ce développement sur une feuille cartonnée, puis construire le corps.
Ce corps est un **cylindre**.



923 Reporter ce développement sur une feuille cartonnée, puis construire le corps.
Ce corps est un **cône**.

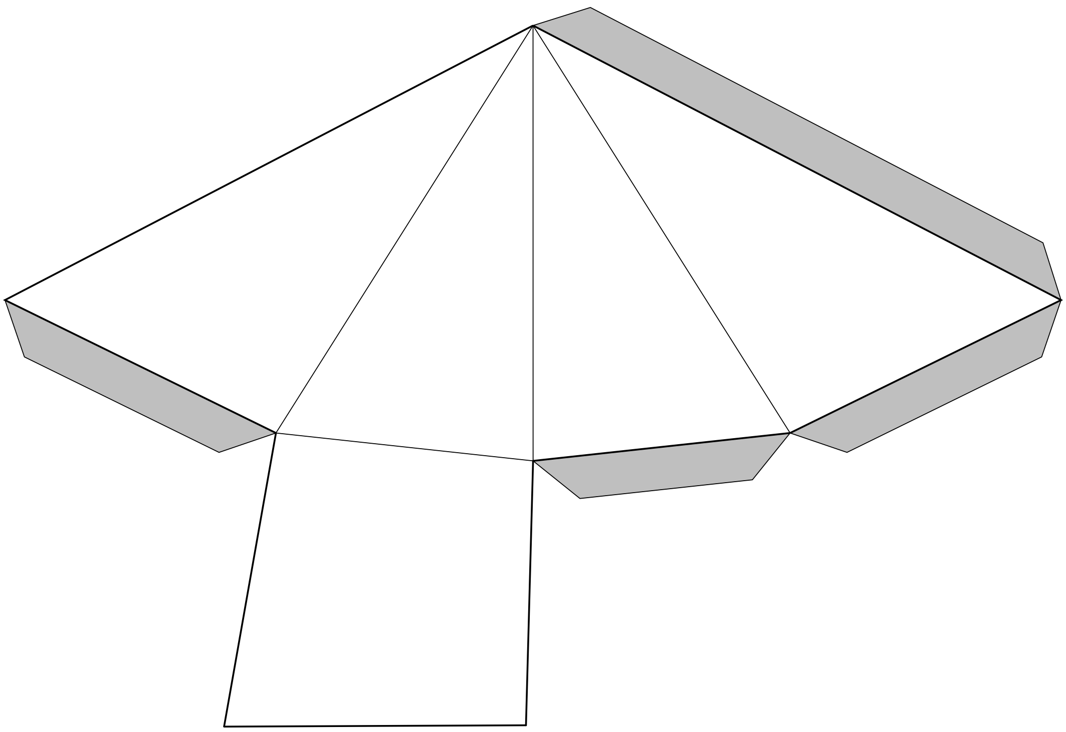


924 Reporter le développement ci-dessous sur une feuille cartonnée, puis construire le polyèdre.



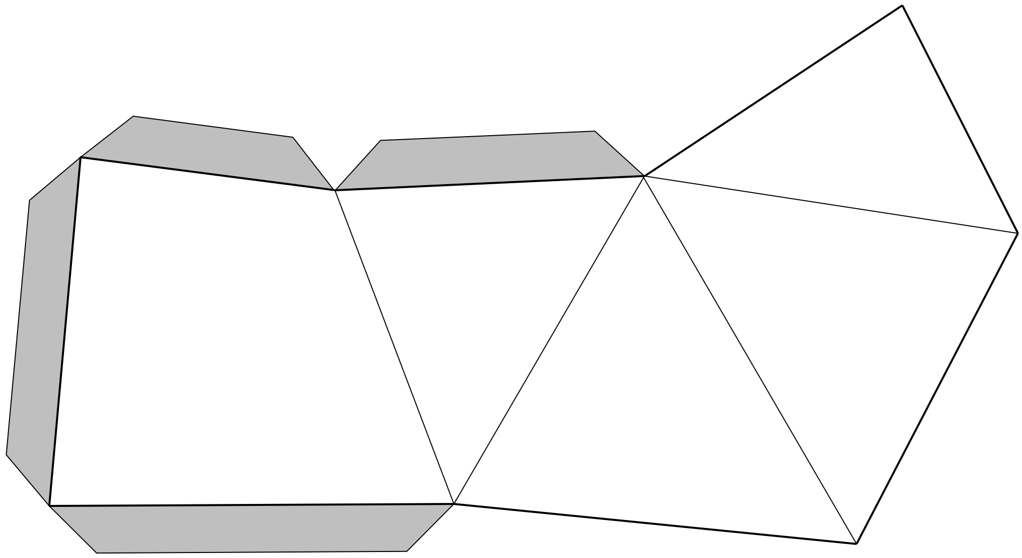
S'agit-il d'un prisme droit ? Justifier la réponse.
Quel est le nombre de faces ? Quel est le nombre d'arêtes ?

925 Reporter le développement ci-dessous sur une feuille cartonnée, puis construire le polyèdre.



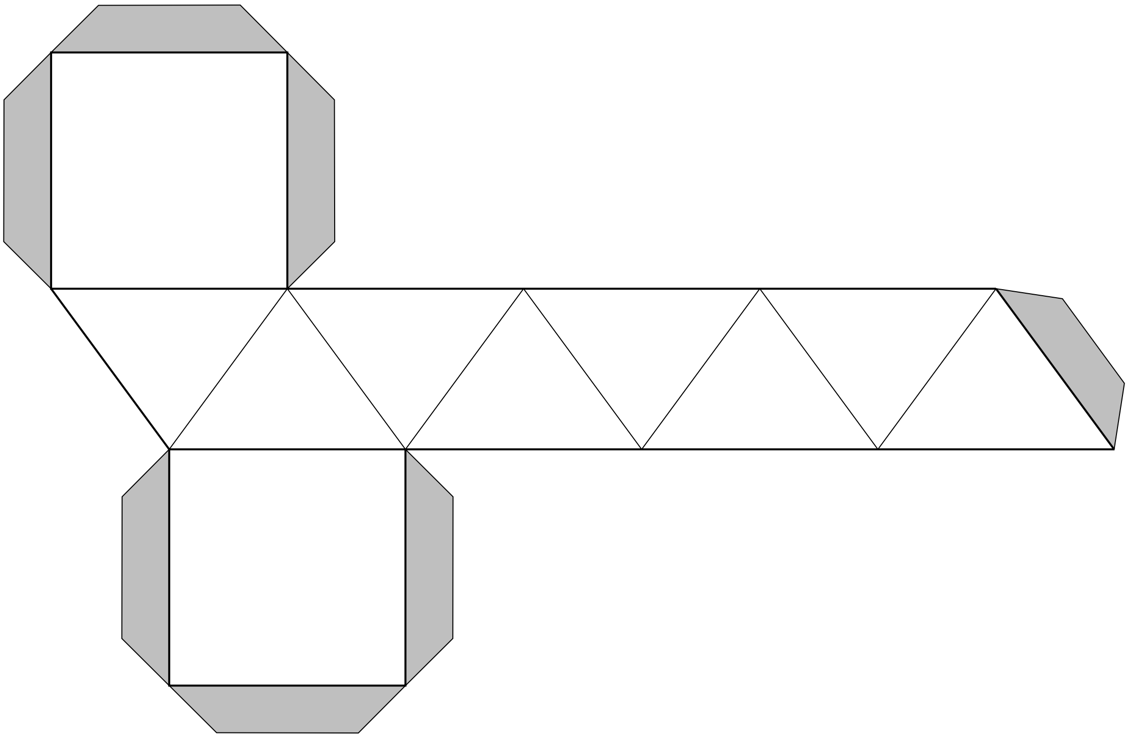
Quel est le nombre de faces, d'arêtes et de sommets ?

926 Reporter le développement ci-dessous sur une feuille cartonnée, puis construire le polyèdre.



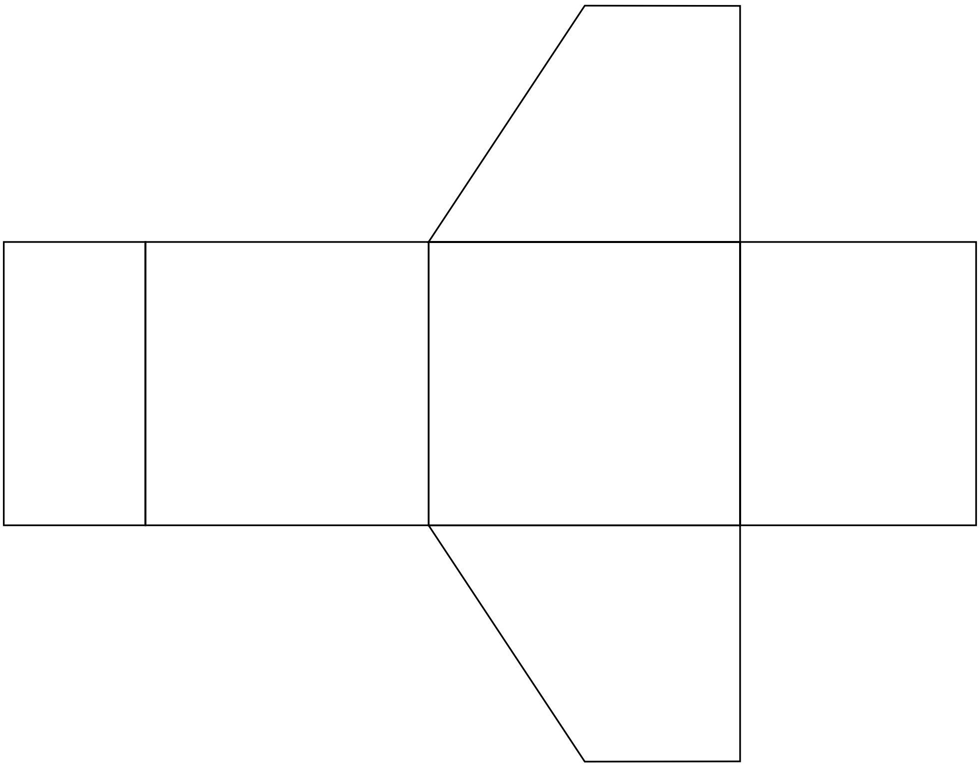
S'agit-il d'un prisme droit ? Justifier la réponse.
Quel est le nombre de faces, de sommets, d'arêtes ?

927 Reporter le développement ci-dessous sur une feuille cartonnée, puis construire le polyèdre.

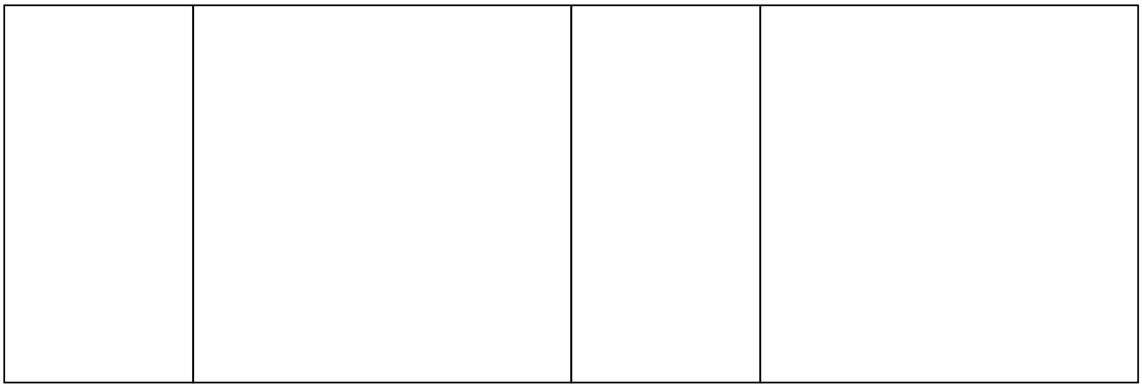


S'agit-il d'un prisme droit ? Justifier la réponse.
Quel est le nombre de faces latérales ?

928 Reporter le développement ci-dessous sur une feuille cartonnée, ajouter des languettes, puis construire le polyèdre. Quelles observations permettent d'affirmer, à partir du développement, qu'il s'agit d'un prisme droit ?

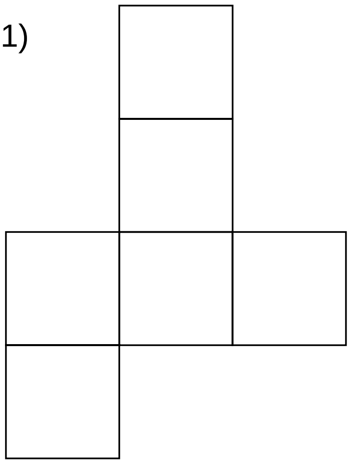


929 Reporter ce développement dans le cahier et le compléter en sachant qu'il s'agit d'un prisme droit et que toutes ses faces latérales sont représentées.
Existe-t-il plusieurs solutions ?

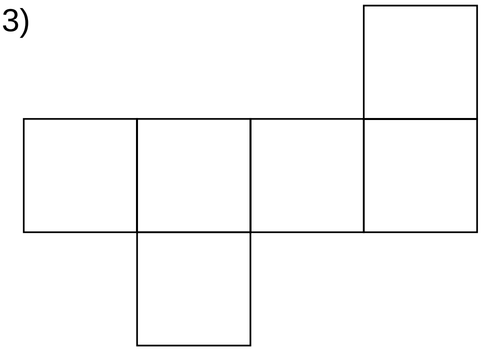


930 Quels sont, parmi les développements suivants, ceux qui permettent de construire un cube ?

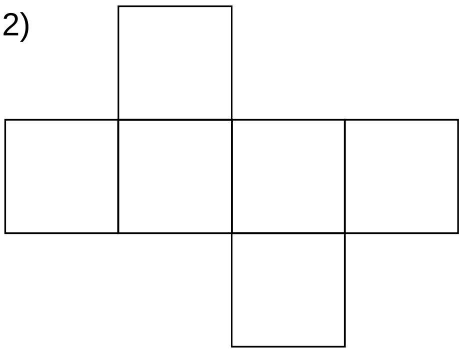
1)



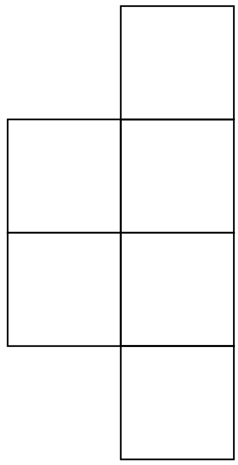
3)



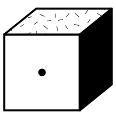
2)



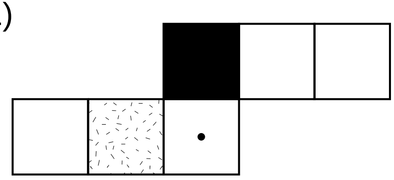
4)



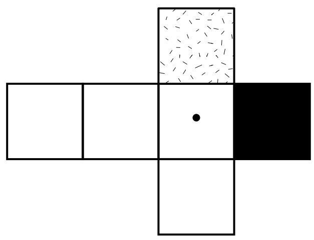
931 Parmi les développements suivants, lesquels correspondent au cube représenté ci-dessous ?



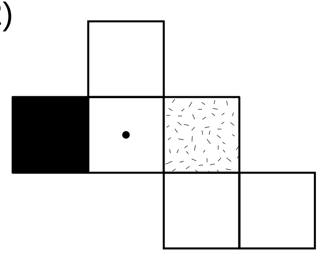
1)



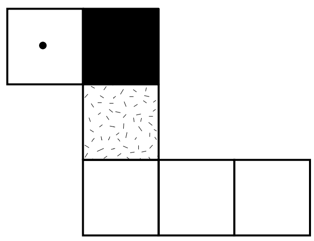
3)



2)



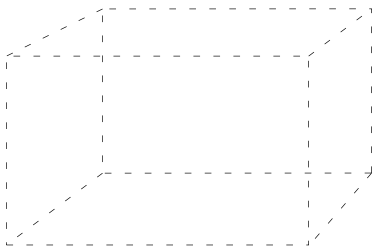
4)



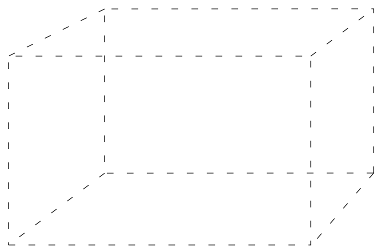
932 Voici des corps représentés en perspective. Toutes les arêtes ont été dessinées en pointillé.
Tracer d'un trait continu les arêtes visibles de manière à obtenir :

– un parallélépipède rectangle

qu'on voit du dessus :

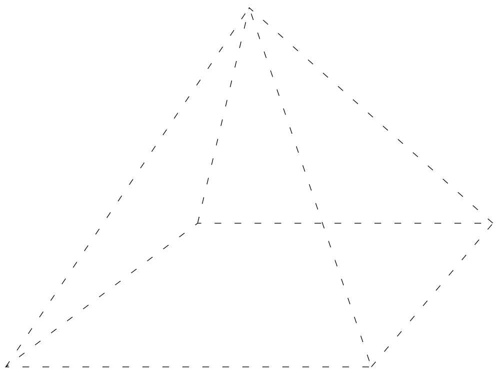


qu'on voit du dessous :

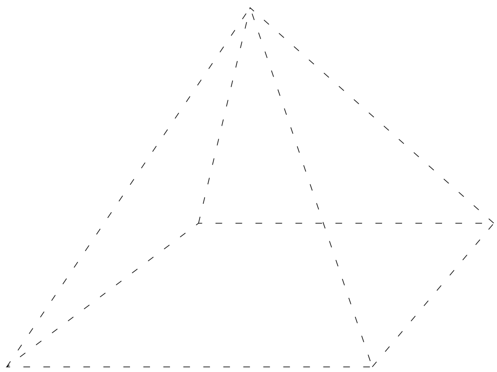


– une pyramide

qu'on voit du dessus :



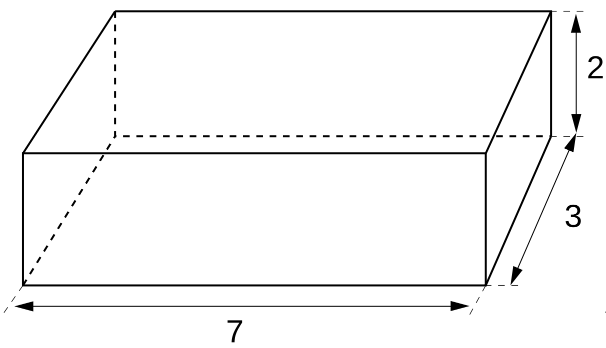
qu'on voit du dessous :

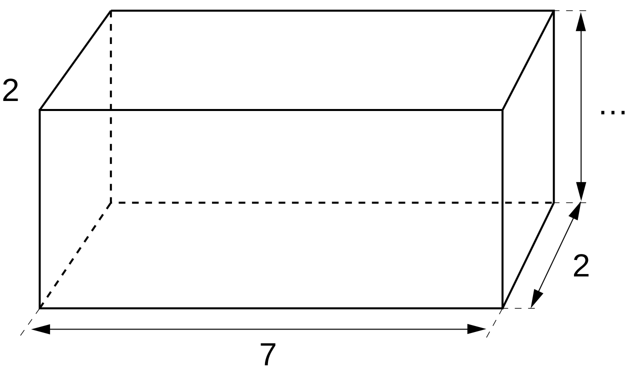


933 Quelle unité de volume est-il judicieux de choisir pour mesurer les objets suivants ?

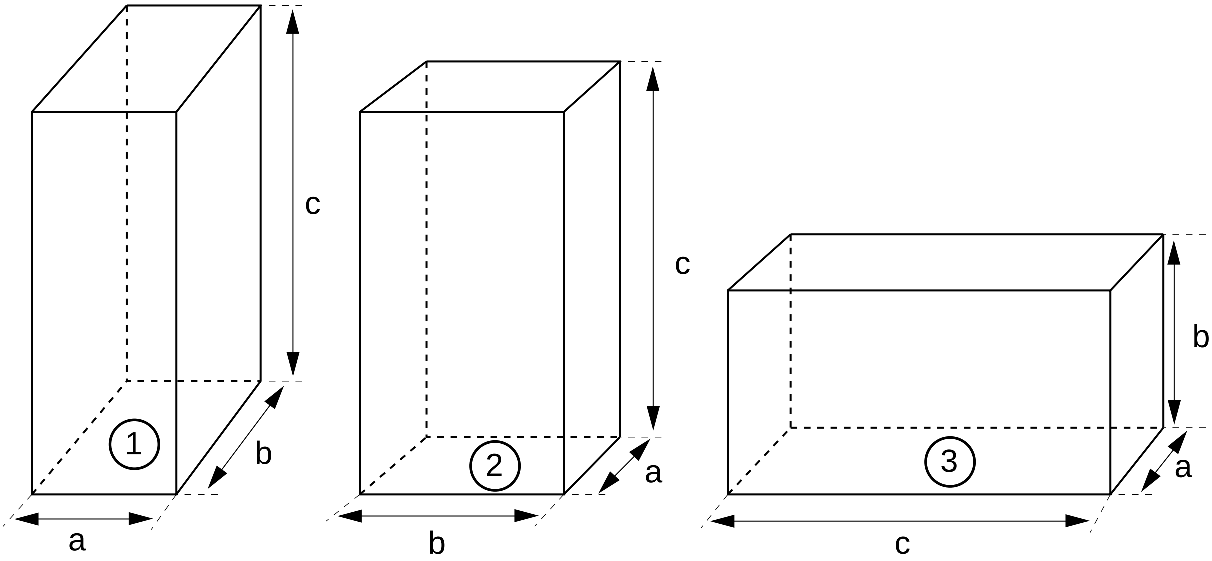
– un carton à chaussures
– une boîte d'allumettes
– une chambre
– la Terre
– une goutte de pluie

934 Ces deux parallélépipèdes rectangles ont le même volume. Combien mesure la dimension manquante ?
Unité de longueur: le mètre



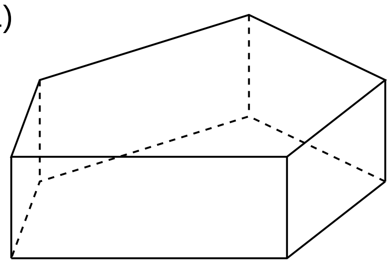


935 Parmi les parallélépipèdes rectangles suivants, quels sont ceux qui ont le même volume ?

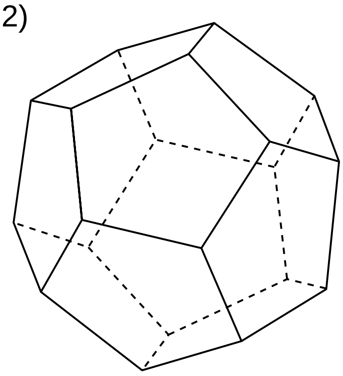


936 Indiquer le nom précis de chacun de ces corps :

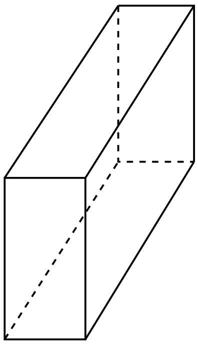
1)



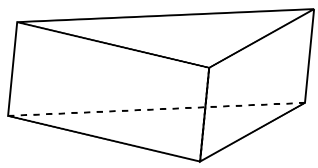
2)



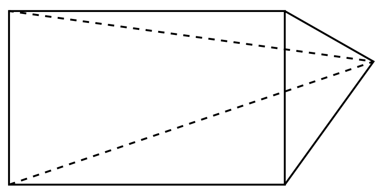
3)



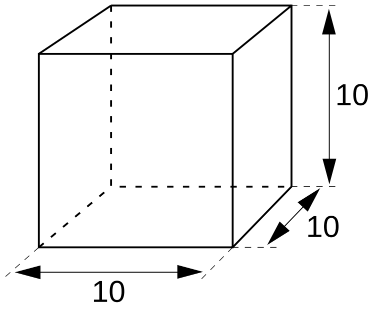
4)



5)

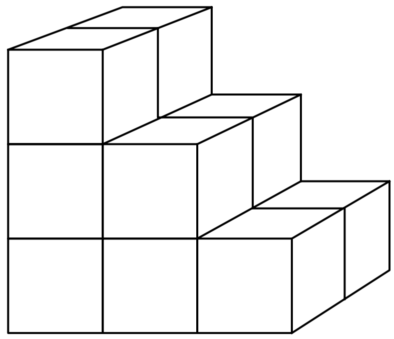


6)

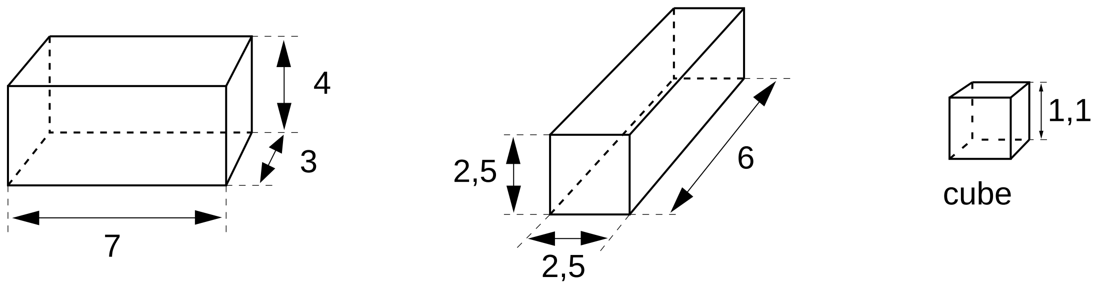


937 Cet escalier est fait de cubes empilés. Chaque cube a un volume de 27 cm^3.
Quel est le volume de l'escalier ?

Remarque : les cubes cachés n'ont pas été dessinés.



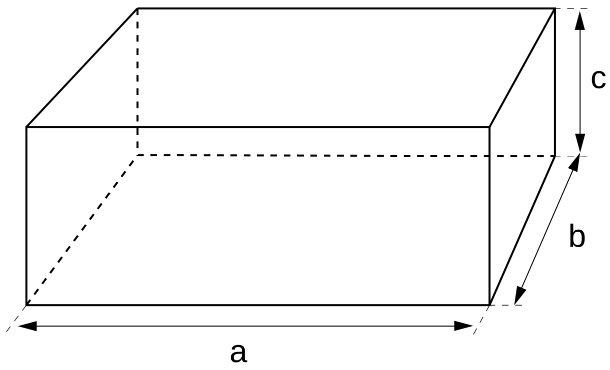
938 Calculer le volume de chacun de ces parallélépipèdes rectangles.
Unité de longueur: le cm



939 Les mesures suivantes ont été prises sur des **parallélépipèdes rectangles**.

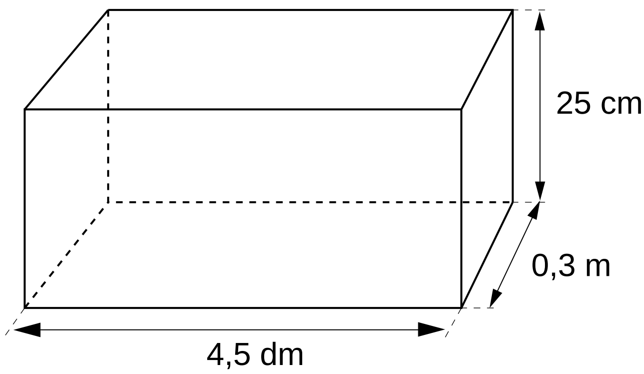
1) 1ère dimension = 7 m ; 2ème dimension = 8 m ; 3ème dimension = 2 m.
   Calculer l'aire de base et le volume.
2) 1ère dimension = 5 cm ; aire de base = 30 cm^2 ; 3ème dimension = 7 cm.
   Calculer la 2ème dimension et le volume.
3) 2ème dimension = 4 cm ; 3ème dimension = 10 cm ; volume = 200 cm^3.
   Calculer l'aire de base et la 1ère dimension.
4) 2ème dimension = 0,4 m ; 3ème dimension = 0,5 m ; volume = 0,04 m^3.
   Calculer l'aire de base et la 1ère dimension.
5) 1ère dimension = 0,4 m ; 2ème dimension = 0,5 m ; volume = 3,4 m^3.
   Calculer l'aire de base et la 3ème dimension.

940 Les mesures suivantes ont été prises sur des **parallélépipèdes rectangles** .



1) a = 5 m ; b = 2 m ; c = 6 m. Calculer le volume.
2) a = 3 cm ; b = 4 cm ; volume = 120 cm^3. Calculer **c**.
3) a = 2,8 m ; b = 3,5 m ; volume = 52,92 m^3. Calculer **c**.
4) a = 8 m ; c = 10 m ; volume = 160 m^3. Calculer **b**.
5) a = 2,5 cm ; c = 6,4 cm ; volume = 54,4 cm^3. Calculer **b**.
6) b = 0,24 m ; c = 0,05 m ; volume = 0,03 m^3. Calculer **a**.

941 Calculer le volume de ce parallélépipède rectangle en cm^3.

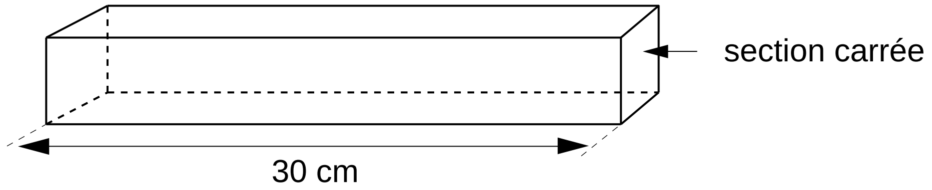


942 Une caisse a pour dimensions intérieures :

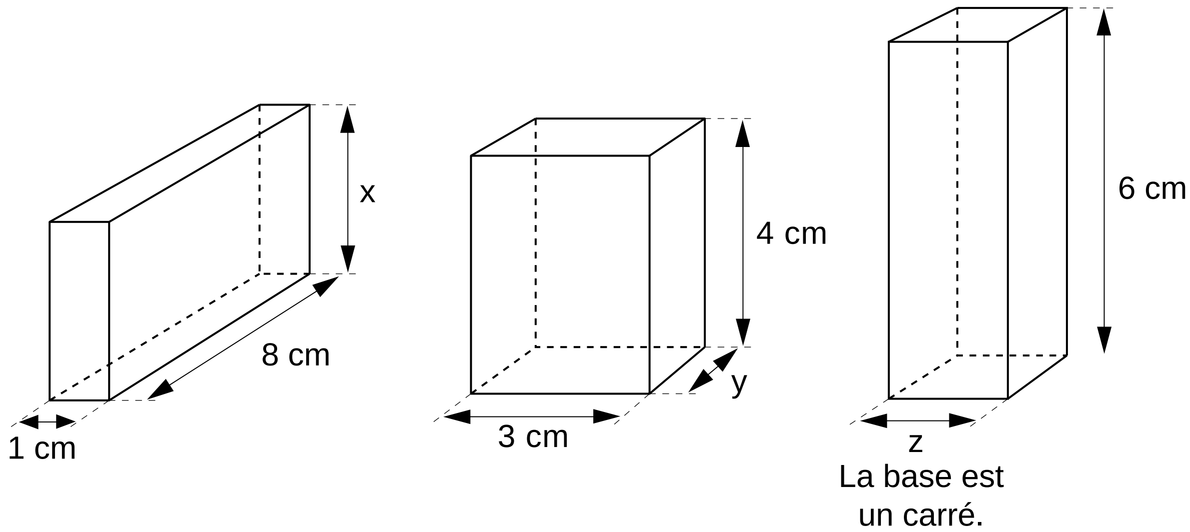
longueur : 0,60 m
largeur : 0,35 m
hauteur : 0,50 m.

Calculer son volume intérieur.

943 Cette règle de section carrée mesure 30 cm de long; le côté du carré mesure 12 mm.
Quel est le volume de la règle ?

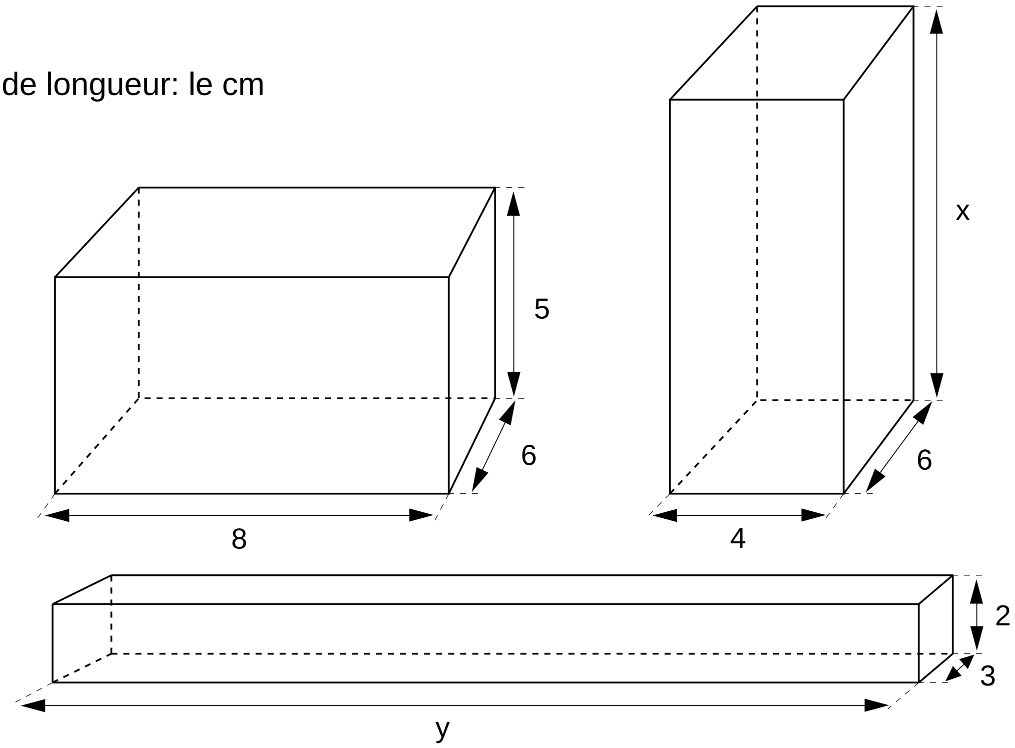


944 Ces trois parallélépipèdes rectangles ont tous le même volume: 24 cm^3.
Calculer les dimensions manquantes x , y et z .



945 Ces parallélépipèdes rectangles ont tous le même volume.
Calculer les dimensions manquantes x et y .

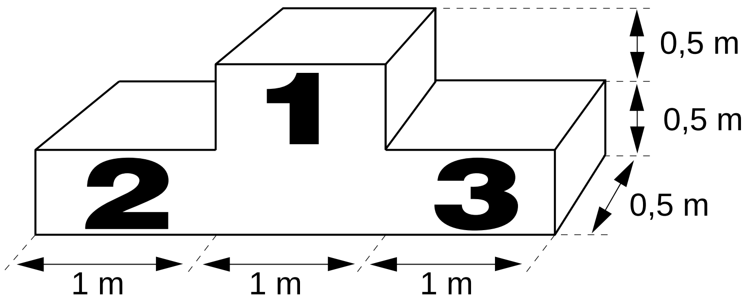
Unité de longueur: le cm



946 Les mesures suivantes ont été prises sur des **cubes**.

1) Arête = 2 cm. Calculer l'aire de base et le volume.
2) Arête = 0,4 m. Calculer le volume.
3) Aire de base = 25 cm^2. Calculer l'arête et le volume.
4) Aire de base = 0,09 km^2. Calculer le volume.
5) Aire de base = 3 cm^2. Calculer l'arête.
6) Volume = 64 dm^3. Calculer l'arête et l'aire de base.
7) Volume = 0,008 m^3. Calculer l'aire de base.
8) Volume = 343 mm^3. Calculer l'arête.
9) Volume = 8 000 000 m^3. Calculer l'arête.

947 Calculer le volume de ce podium olympique.



948 Une colonne est formée de huit pierres cubiques superposées.
Chaque cube mesure 1,2 m d'arête.
Calculer la hauteur et le volume de cette colonne.

949 Une boîte contient 100 petits cubes de 2 cm d'arête. On veut construire un grand cube, en utilisant le plus grand nombre possible de ces petits cubes.

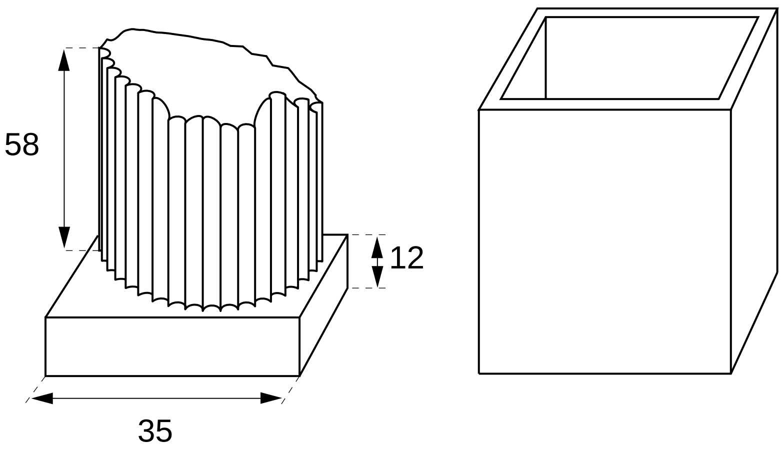
Combien en utilisera-t-on ?
Combien mesurera l'arête du grand cube ?
Quel sera son volume ?

Après avoir construit ce grand cube, que peut-on construire avec les petits cubes qui restent ?

950 Voici un fragment de colonne. La base est carrée.
Pour transporter ce fragment, on a fabriqué une caisse.

1) Quelles sont les dimensions intérieures de la caisse et quel en est le volume intérieur ?
2) Donner les dimensions intérieures de la caisse en dm et calculer son volume intérieur en dm^3.
3) Que constate-t-on ?

Unité de longueur: le cm



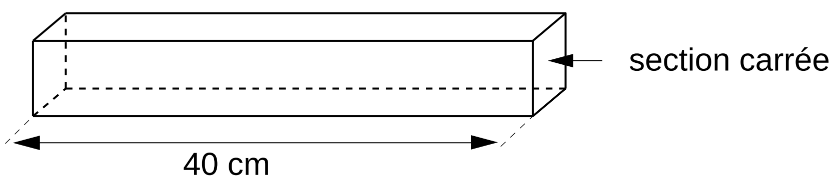
951 Chacune des deux voies de l'autoroute Genève-Lausanne a 12,5 m de large.
Calculer le volume de bitume qu'il a fallu pour recouvrir le tronçon sur sol genevois.
La longueur de ce tronçon est de 16 km, l'épaisseur du tapis de bitume de 4 cm.

Quelle unité de volume choisira-t-on : km^3, m^3 ou cm^3 ?
Quelle sera l'unité de longueur correspondante ?

952 Une plaque d'aluminium de 3 mm d'épaisseur a une forme rectangulaire de 12 cm sur 15 cm. On sait que 1 cm^3 d'aluminium a une masse de 2,7 g.
Calculer le volume et la masse de cette plaque.

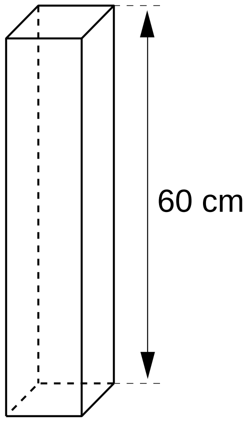
953 Une barre d'acier de 40 cm de long a une section carrée de 25 mm d'arête.
On sait que 1 cm^3 d'acier a une masse de 7,7 g.

Quelle est la masse de cette barre ?

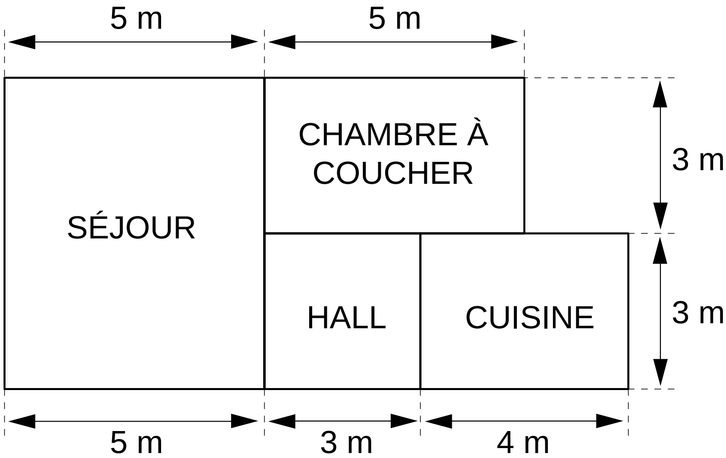


954 Un parallélépipède rectangle de 15 cm de hauteur a le même volume qu' un cube de 6 cm d'arête . Quelle est l'aire de la base du parallélépipède rectangle ?

955 Ce parallélépipède rectangle à base carrée a un volume de 1500 cm^3.
Sa hauteur mesure 60 cm.
Dans ce parallélépipède rectangle, on veut découper des cubes aussi grands que possible et tous de même arête.
Combien en obtiendra-t-on ?

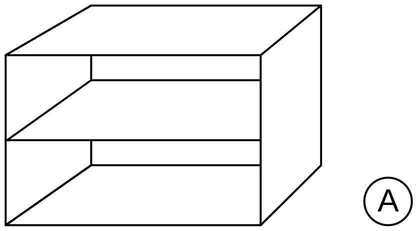
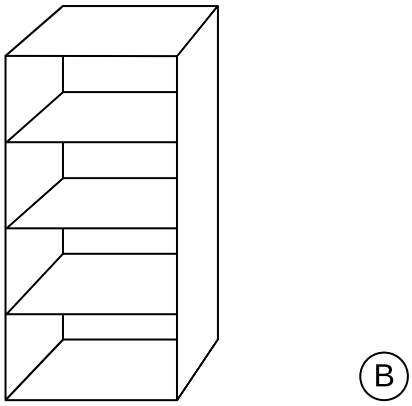


956 Voici le plan d'un appartement :

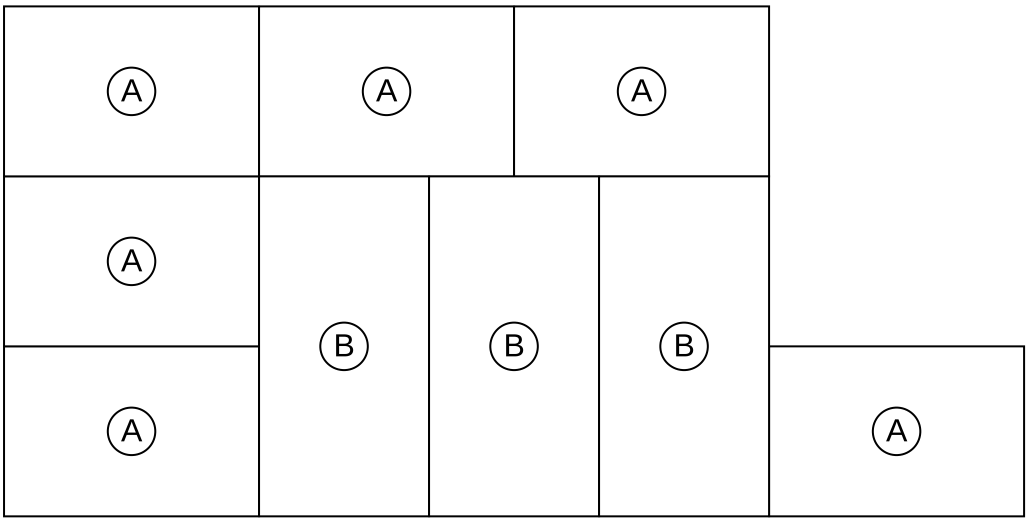


La hauteur de chaque pièce est de 2,5 m. Calculer le volume de cet appartement.

957 Un marchand de meubles propose des éléments de bibliothèque :

Modèle de l'élément	largeur	hauteur	profondeur	prix
	0,9 m	0,6 m	0,4 m	250 fr.
	0,6 m	1,2 m	0,4 m	300 fr.

Un client veut faire l'arrangement suivant :



1) Calculer le volume total de la bibliothèque.
2) Calculer le prix de cette bibliothèque.
3) Quelle est la longueur totale des rayons ?

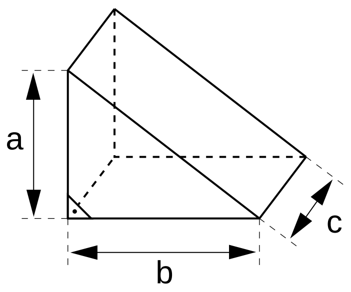
958 1) Calculer le volume d'un prisme droit dont la base mesure 32 cm^2 et dont la hauteur mesure 5 cm.

2) Calculer la hauteur d'un prisme droit dont la base mesure 17 dm^2 et dont le volume est de 391 dm^3.

3) Quelle est l'aire de la base d'un prisme droit dont le volume est de 0,108 m^3 et dont la hauteur mesure 0,15 m ?

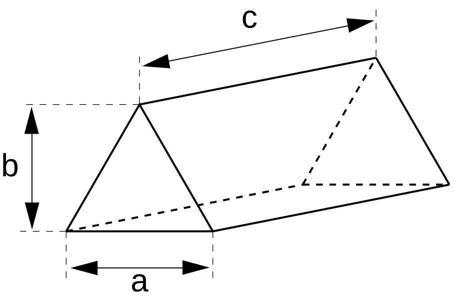
959 Calculer le volume de chacun de ces prismes droits après en avoir colorié une base.

1)



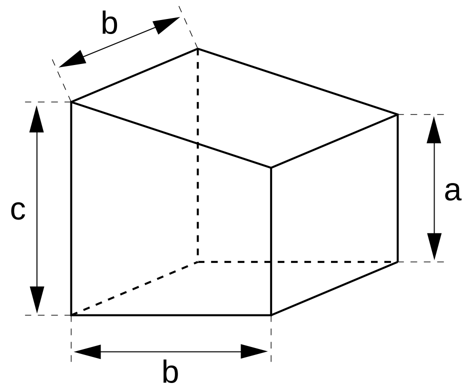
a = 36 mm
b = 58 mm
c = 12 mm

2)



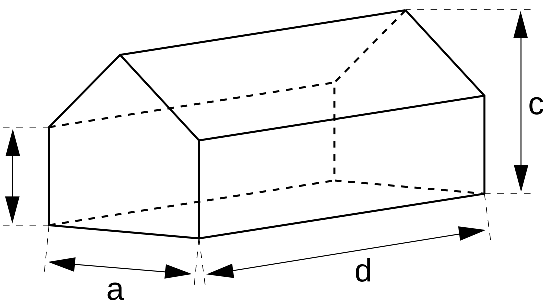
a = 30 mm
b = 18 mm
c = 72 mm

3)



a = 13 cm
b = 12 cm
c = 20 cm

4)



a = 3 dm
b = 2 dm
c = 5 dm
d = 1 m

960 L'aire de base d'un prisme droit est de 36 cm^2 et sa hauteur mesure 8,4 cm.
Calculer son volume.

961 La hauteur d'un prisme droit mesure 0,75 m et sa base est un carré de 60 cm de côté.
Calculer son volume. Quel autre nom peut-on donner à ce prisme ?

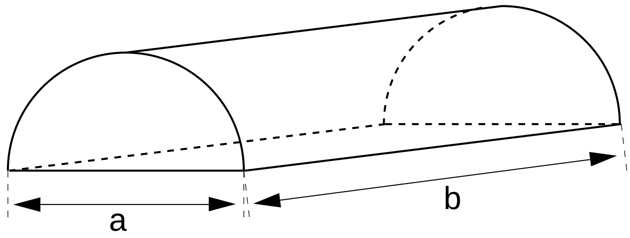
962 Calculer le volume d'un prisme droit dont la hauteur mesure 35 cm, sachant que sa base est un trapèze. Les bases de ce trapèze mesurent 13 cm et 23 cm, alors que sa hauteur est de 15 cm.

963 La hauteur d'un prisme droit mesure 70 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés mesurent respectivement 40 mm, 5 cm et 30 mm.
Calculer le volume de ce prisme.

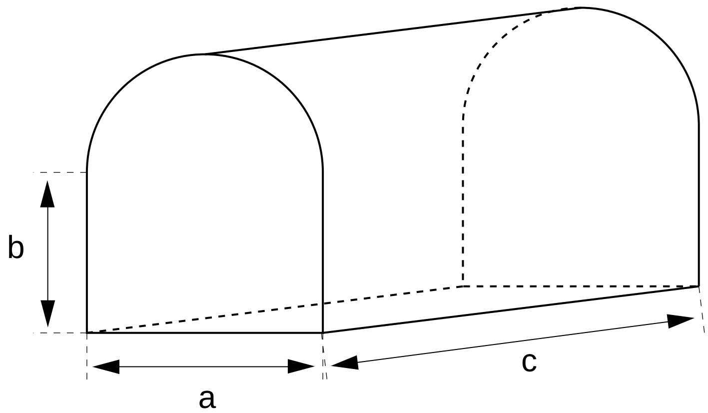
964
1) Calculer le volume d'un cylindre dont la base mesure 50 cm^2 et la hauteur 5 cm.
2) Calculer l'aire de la base et le volume d'un cylindre dont le rayon de la base est de 10 dm et la hauteur mesure 6 dm.
3) Calculer le volume d'un cylindre dont le diamètre de la base mesure 0,6 m et la hauteur 0,4 m.
4) Calculer la hauteur d'un cylindre dont l'aire de la base est de 56 cm^2 et le volume de 952 cm^3 .

965 Calculer le volume d'un cylindre de 0,07 m de hauteur, dont la base a un diamètre de 40 cm.

966 Calculer le volume de ce demi-cylindre.
a = 4 cm
b = 25 cm

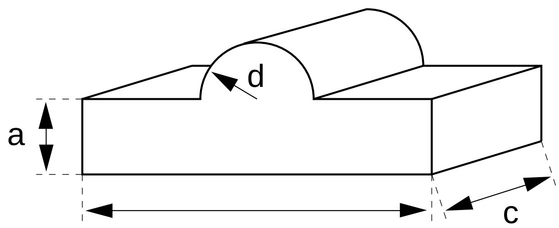


967 Calculer le volume de ce tunnel :
a = 4 m
b = 5 m
c = 12 km



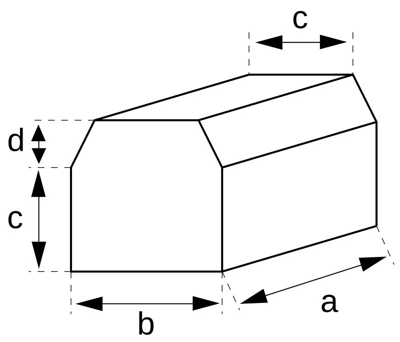
968 Calculer le volume de chacun de ces corps :

1)



a = 4 cm
b = 15 cm
c = 8 cm
d = 5 cm

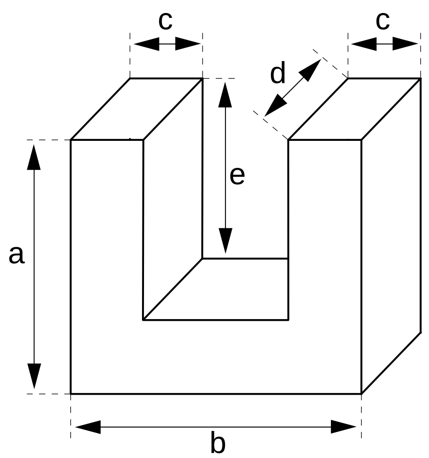
2)



a = 9 cm
b = 5 cm
c = 3 cm
d = 2 cm

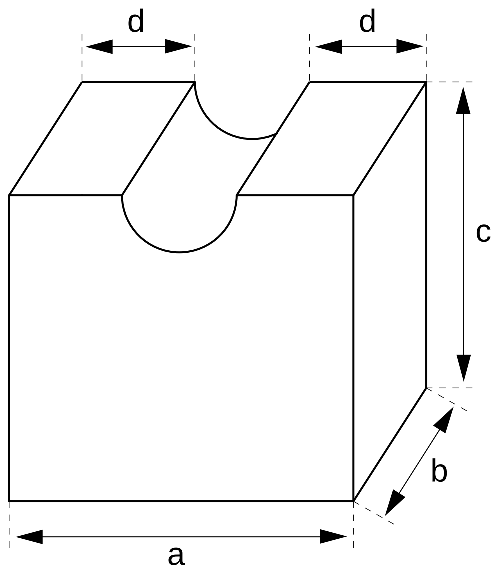
969 Calculer le volume de chacun de ces corps *(suite page suivante)* :

1)



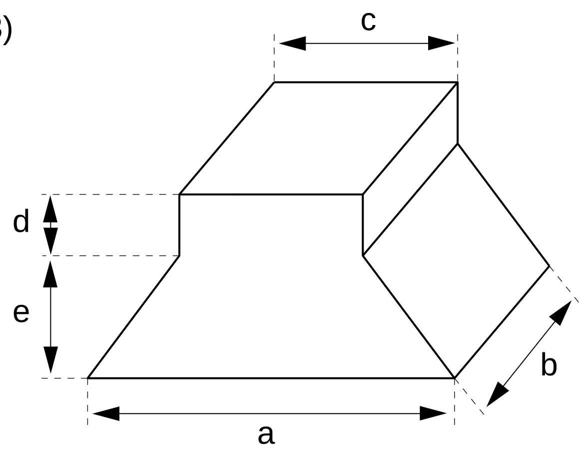
a = 14 cm
b = 16 cm
c = 4 cm
d = 6 cm
e = 10 cm

2)



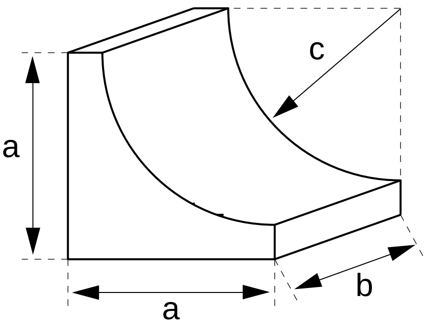
a = 18 cm
b = 11 cm
c = 16 cm
d = 3 cm

3)



a = 6 cm
b = 4 cm
c = 3 cm
d = 1 cm
e = 2 cm

4)



a = 6 dm
b = 5 dm
c = 5 dm

970 Faire la transformation d'unité indiquée :

1)	3 m^3	en	dm^3	0,06 m^3	en	dm^3
	3 m^3	en	cm^3	0,06 m^3	en	cm^3
	3 m^3	en	mm^3	0,06 m^3	en	mm^3
2)	3,75 km^3	en	hm^3	21,3 hm^3	en	dam^3
	3,75 km^3	en	dam^3	21,3 hm^3	en	m^3
	3,75 km^3	en	m^3	21,3 hm^3	en	dm^3
3)	4000 mm^3	en	cm^3	350 mm^3	en	cm^3
	4000 mm^3	en	dm^3	350 mm^3	en	dm^3
	4000 mm^3	en	m^3	350 mm^3	en	m^3
4)	37,6 m^3	en	dam^3	0,4 cm^3	en	dm^3
	37,6 m^3	en	hm^3	0,4 cm^3	en	m^3
	37,6 m^3	en	km^3	0,4 cm^3	en	dam^3

971 Faire la transformation d'unité indiquée :

4,22 dm^3	en	cm^3	0,000 000 000 027 hm^3	en	dm^3
0,4 m^3	en	dm^3	2 900 000 000 cm^3	en	dam^3
0,000 07 m^3	en	cm^3	0,000 481 m^3	en	dm^3
3,22 mm^3	en	cm^3	5 500 000 cm^3	en	m^3
52380 dm^3	en	dam^3	98 260 dm^3	en	hm^3
127,6 m^3	en	dm^3	0,0774 dam^3	en	mm^3

972 Indiquer l'unité manquante :

78 000 cm^3 = 0,078	140 000 cm^3 = 0,14 .....
0,0115 m^3 = 11 500	660 dam^3 = 660 000 000 .....
0,0402 dam^3 = 40 200	0,009 27 hm^3 = 9270 .....
9 600 000 mm^3 = 0,0096	9300 dm^3 = 0,0093 .....
5100 cm^3 = 0,0051	580 000 cm^3 = 0,58 .....

973 Faire la transformation d'unité indiquée :

14 m	en	cm	0,000 004 dam	en	dm
14 m^2	en	cm^2	0,000 004 dam^2	en	dm^2
14 m^3	en	cm^3	0,000 004 dam^3	en	dm^3
500 000 mm	en	dm	0,0127 dam	en	m
500 000 mm^2	en	dm^2	0,0127 dam^2	en	m^2
500 000 mm^3	en	dm^3	0,0127 dam^3	en	m^3

974 Transformer dans l'unité indiquée :

1	en	dm^3	10	en	dm^3
1	en	m^3	10	en	m^3
1	en	cm^3	10	en	cm^3

975 Faire les transformations indiquées :

7 h = ... = ... dm^3 = ... cm^3

3 d = ... = ... dm^3 = ... cm^3

400 h = ... = ... dm^3 = ... m^3

500 cm^3 = ... dm^3 = ... = ... d

4 m^3 = ... dm^3 = ... = ... da

0,5 m^3 = ... dm^3 = ... = ... h

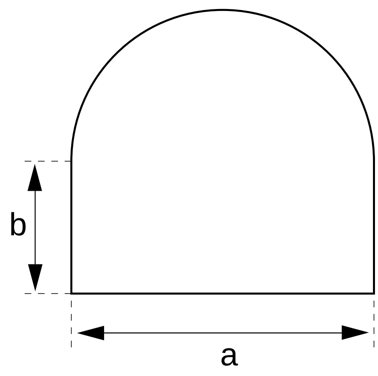
976 Transformer dans l'unité indiquée :

3 m^3	en	d	0,0012 dm^3	en	m
4 h	en	dm^3	34,3 c	en	cm^3
5 cm^3	en	c	0,036 h	en	dm^3
0,4	en	dm^3	1,2 m^3	en	h
57 h	en	m^3	150 mm^3	en	m
13 000 m^3	en		150 c	en	cm^3
0,04 d	en	cm^3	1,5 dm^3	en	d
0,03 dm^3	en	da	443 cm^3	en	
0,034 m^3	en	c	0,035 h	en	dm^3
43 000 m	en	m^3	30 000 mm^3	en	da

977 Une chaîne de magasins d'alimentation vend des petits "pavés" de boisson en forme de prallélépipède rectangle, dont les dimensions sont 55 mm, 55 mm et 95 mm. Une autre chaîne vend un article semblable. Les dimensions de ce second "pavé" sont 4 cm, 10,5 cm et 6,5 cm.
Quelle est en centilitres la capacité de chaque "pavé" ?

978 On veut construire un tunnel rectiligne de 13 km. Quel est le volume de roche qu'il faudra extraire ?

a = 14 m
b = 4 m



section du tunnel

979 Une conduite d'eau rectiligne de 3 km de long a la forme d'un cylindre. Son diamètre est de 1,2 m. Calculer sa capacité en hectolitres.

980 On veut construire une piscine circulaire de 6 m de diamètre et 1,8 m de profondeur. Calculer le volume de terre qu'il faudra extraire.

981 Un jardin rectangulaire mesure 8 m sur 6 m. La propriétaire décide de border le jardin d'une plate-bande de 20 cm de large, sauf sur une longueur. Elle rajoute sur cette plate-bande du terreau sur 5 cm de profondeur. Calculer le volume de terreau qu'il lui faudra acheter.

982 Une brasserie commande 8 tables, dont le plateau est en marbre. Chaque plateau mesure 60 cm sur 120 cm. L'épaisseur est de 2 cm.
Le poids du marbre est de 2500 kg par m^3 ? Quel est le poids d'un plateau?

983 Un écrou carré de 32 mm de côté et 18 mm d'épaisseur est percé d'un trou de 14 mm de diamètre. Calculer le volume de l'écrou.

984 Une piscine, de forme parallélépipédique, a une capacité de 75 000 litres. Sa longueur mesure 10 m, sa largeur 3 m. Calculer sa profondeur.

985 Un bijoutier veut recouvrir une surface de 17 dm^2 d'une couche d'or de 0,1 mm d'épaisseur. Calculer le volume d'or nécessaire.

986 Une citerne contient 20 m^3 d'eau. On en retire chaque jour 3,6 da . Calculer le nombre d'hectolitres qui resteront après 30 jours.

987 On a versé 235 cm^3 d'eau dans une bouteille de 7 d . Calculer le nombre de centilitres qu’il faut ajouter pour achever de la remplir.

988 Combien de bouteilles de 7 d peut-on remplir avec un tonneau contenant 2,2 hectolitres ?

989 À l'Escalade, on veut préparer une soupe aux légumes pour 120 personnes. On prévoit 2 d de soupe par personne. On dispose de 3 casseroles cylindriques dont les dimensions sont:

– diamètre 24 cm, hauteur 28 cm
– diamètre 28 cm, hauteur 40 cm
– diamètre 30 cm, hauteur 50 cm.

Chaque casserole est remplie jusqu'à 10 cm du bord. Aura-t-on assez de soupe ?

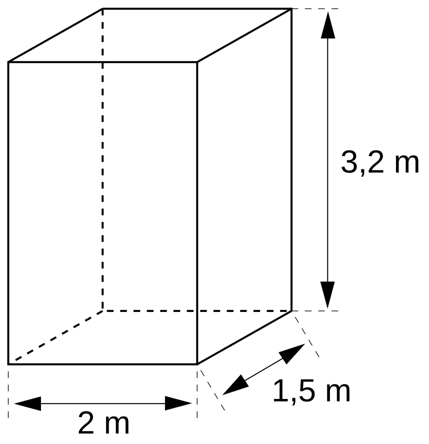
990 Les "briques" de lait contenant un litre mesurent 17 cm et 9,5 cm. Quelle est la mesure que doit (au moins) avoir la troisième dimension ?

991 Un récipient cylindrique de 15 cm de diamètre et de 20 cm de haut est rempli d'eau. Son contenu est versé dans une boîte parallélépipédique dont la base mesure 27 cm sur 23 cm. Quel est le niveau atteint par l'eau dans la boîte ?

992 Une piscine mesure 20 m de long, 12 m de large et 2,5 m de profondeur.
On recouvre le fond et les parois de carreaux de faïence de 10 cm de côté.
Que mesure la surface à carreler ?
Combien de carreaux seront-ils nécessaires ?
Quel volume d'eau la piscine contient-elle lorsqu’elle est pleine ?
Combien de temps mettra-t-on pour remplir la piscine avec un tuyau qui débite 600 litres d'eau en une minute ?

993 Cette figure indique les dimensions intérieures d'un réservoir.

1) Calculer le volume de ce réservoir.
2) On verse de l'eau dans ce réservoir jusqu'à 1 m du bord. Combien de litres d'eau a-t-on versés ?
3) On plonge dans ce réservoir, rempli à 1 m du bord, 24 cubes de pierre de 0,5 m d'arête chacun. L'eau va-t-elle déborder ? Justifier la réponse par un calcul.

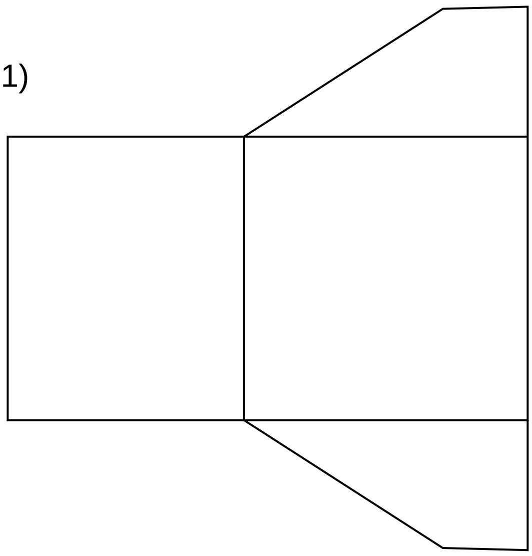


EXERCICES DE DÉVELOPPEMENT

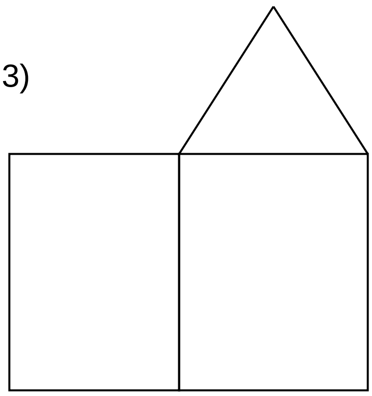
994 Reporter et compléter les développements ci-dessous de telle façon que :

1) devienne le développement d'un prisme droit dont la base est un trapèze,
2) devienne le développement d'un prisme droit dont la base est un quadrilatère,
3) devienne le développement d'un prisme droit dont la base est un triangle.

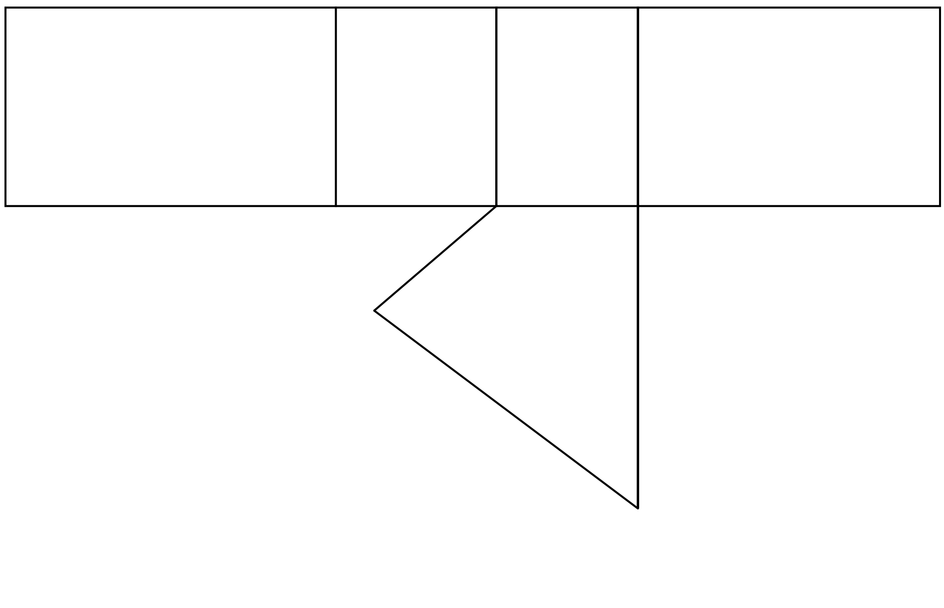
1)



3)

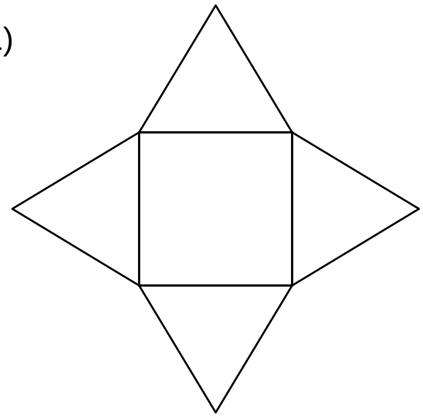


2)

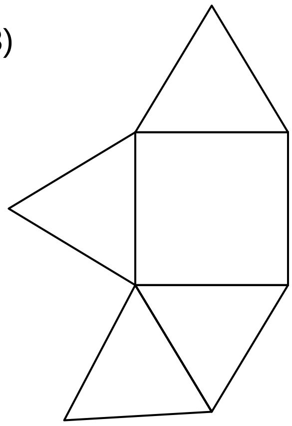


995 Quels sont, parmi les développements ci-dessous, ceux qui permettent de construire une pyramide à base carrée ?

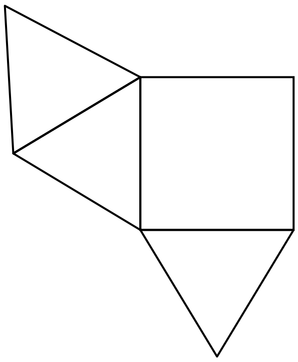
1)



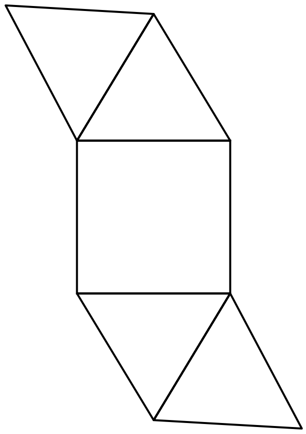
3)



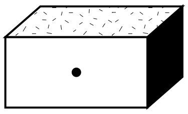
2)



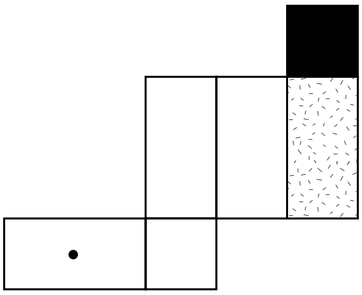
4)



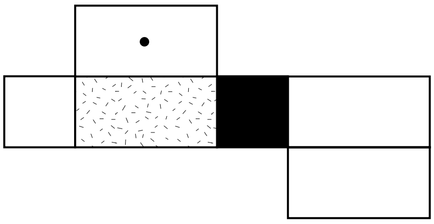
996 Parmi les développements suivants, lesquels correspondent au parallélépipède rectangle représenté ci-dessous ?



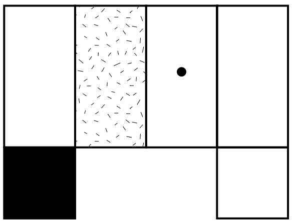
1)



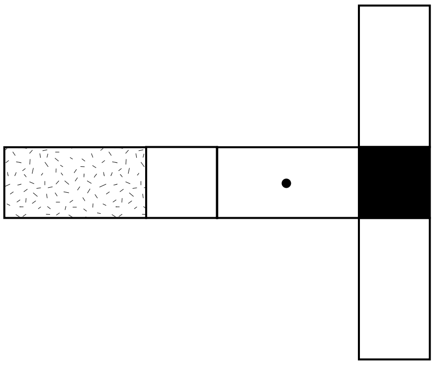
3)



2)

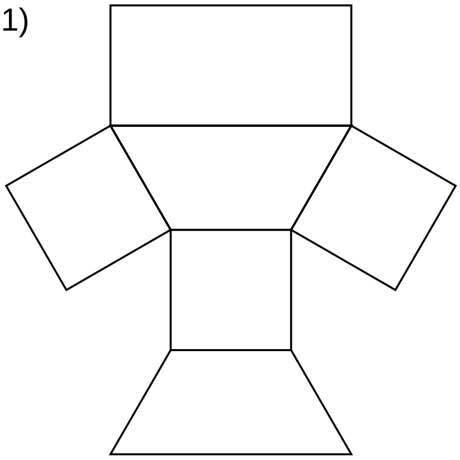


4)

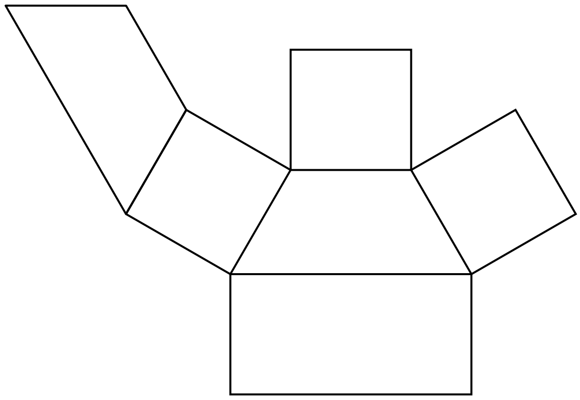


997 Quels sont, parmi les développements suivants, ceux qui permettent de construire un prisme droit dont la base est un trapèze ?

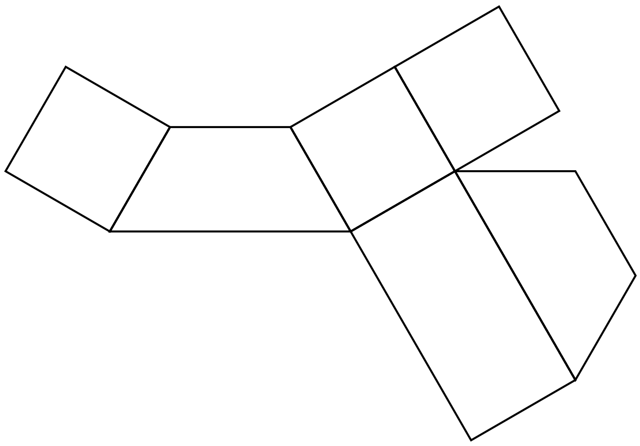
1)



3)



2)



998 Construire le développement d'un cube de 35 mm d'arête.

999 Construire le développement d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 3 cm, 4 cm et 5 cm.

1000 Construire le développement d'un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral. Le côté du triangle mesure 35 mm, la hauteur du prisme est de 50 mm.

1001 Construire le développement d'un prisme droit dont la base est un pentagone régulier. Le diamètre du cercle dans lequel le pentagone est inscrit (cercle circonscrit) mesure 6 cm. La hauteur du prisme mesure 3 cm.

1002 Construire le développement d'un tétraèdre régulier dont l'arête mesure 5 cm.

1003 Construire le développement d'un cylindre dont la hauteur mesure 6 cm et le diamètre 4 cm.

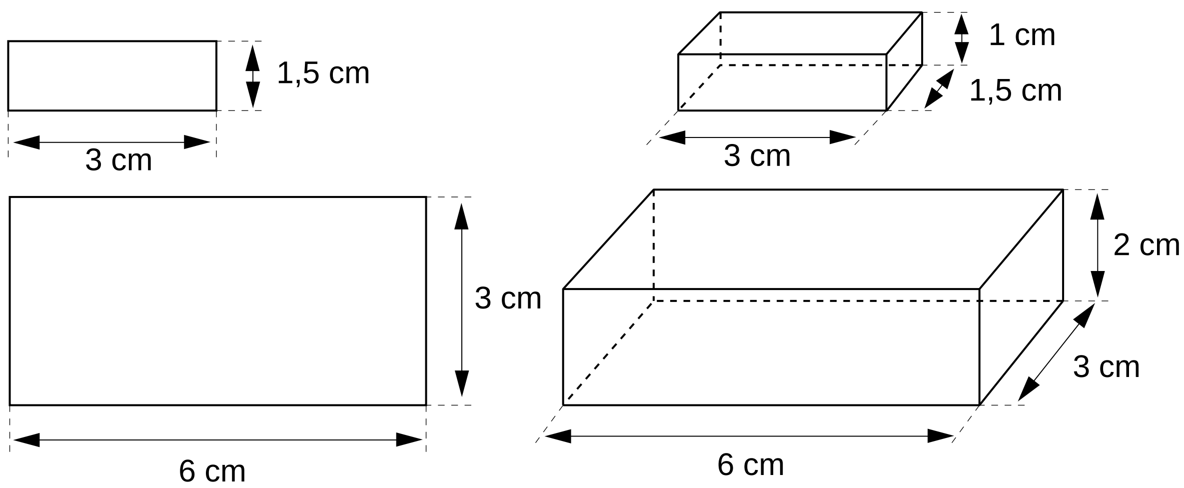
1004 Construire le développement d'une pyramide dont la base est un carré de 45 mm de côté. Les faces sont des triangles isocèles dont les deux autres côtés mesurent 4 cm.

1005 Pour cet exercice, observer les figures ci-dessous et s'aider d'exemples numériques simples si cela est nécessaire.

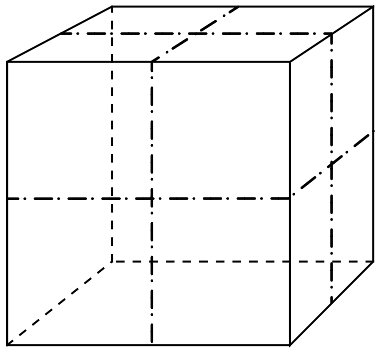
1) a) Que devient l'aire d'un rectangle si on double ses dimensions ?
   b) Que devient le volume d'un parallélépipède rectangle si on double ses dimensions ?

2) a) Que devient l'aire d'un rectangle si on triple ses dimensions ?
   b) Que devient le volume d'un parallélépipède rectangle si on triple ses dimensions ?

3) a) Que devient l'aire d'un rectangle si on multiplie ses dimensions par 10 ?
   b) Que devient le volume d'un parallélépipède rectangle si on multiplie ses dimensions par 10 ?



1006 Observer ce cube.
Chaque arête a été partagée en deux segments de même longueur; le cube est ainsi décomposé en plus petits cubes.
Combien y en a-t-il ?

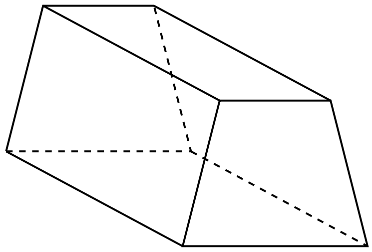


Compléter le tableau suivant :

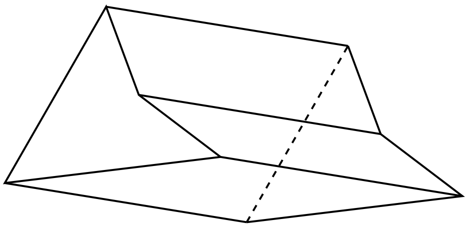
Si l'arête est partagée en	Le carré de base est partagé en	Le cube initial est partagé en
3 segments de même longueur	..... carrés de même arête	..... cubes de même arête
4 segments de même longueur	..... carrés de même arête	..... cubes de même arête
5 segments de même longueur	..... carrés de même arête	..... cubes de même arête
10 segments de même longueur	..... carrés de même arête	..... cubes de même arête

1007 Pour tous les corps ci-dessous, la formule V = A · h est applicable.
Dans chaque cas, hachurer en rouge une base et tracer en vert
la hauteur correspondante.

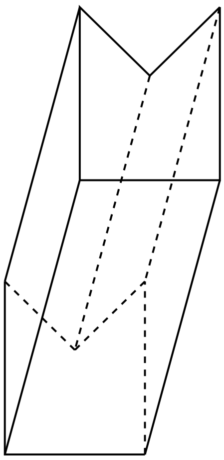
1)



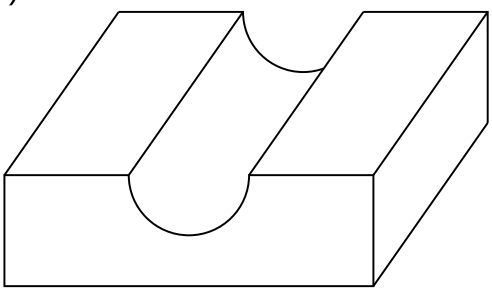
2)



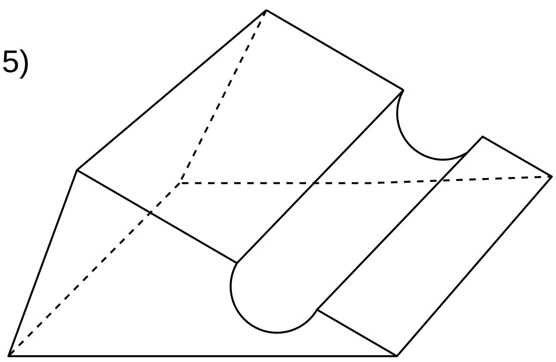
3)



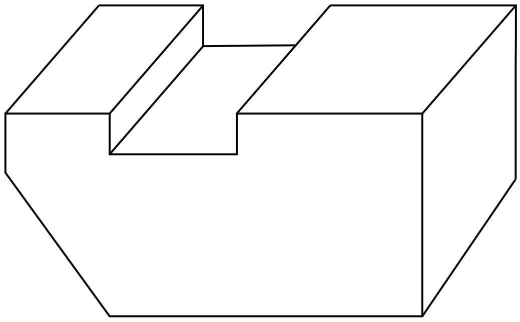
4)



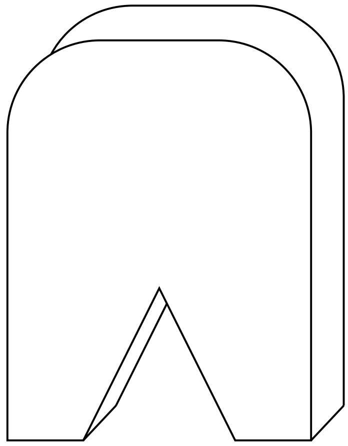
5)



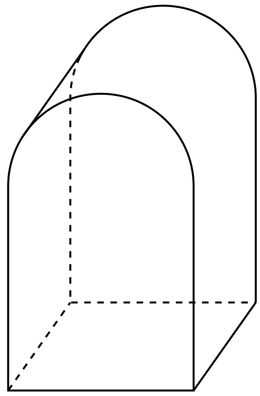
6)



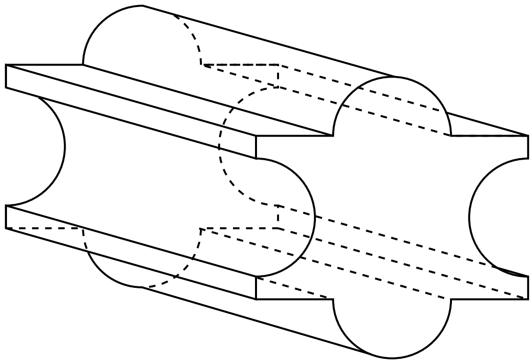
7)



8)



9)



1008 Calculer :

$7{,}42\ dm^3 + 0{,}013\ m^3 = ...\ cm^3$

$0{,}0361\ dam^3 + 0{,}000\,05\ hm^3 = ...\ dm^3$

$0{,}0065\ dam^3 + 1700\ dm^3 = ...\ m^3$

$0{,}0085\ m^3 + 4\,700\,000\ mm^3 = ...\ cm^3$

$90\,000\ cm^3 + 14\ dm^3 = ...\ m^3$

1009 Compléter :

$21\,000\ cm^3 - .....\ dm^3 = 0{,}015\ m^3$

$30\ mm^3 + ...\ dm^3 = 2500\ cm^3$

$.....\ m^3 + 7000\ cm^3 = 10\ dm^3$

$.....\ m^3 + 400\ dm^3 = 0{,}011\ dam^3$

Définition : **L'aire totale d'un polyèdre** est la somme des aires de toutes ses faces.

1010 Calculer l'aire totale d'un prisme droit à base carrée, de volume égal à 36 cm^3 . Le côté du carré mesure 3 cm.

1011 Calculer l'aire totale d'un cylindre dont le diamètre mesure 6 m et le volume 282,6 m^3.

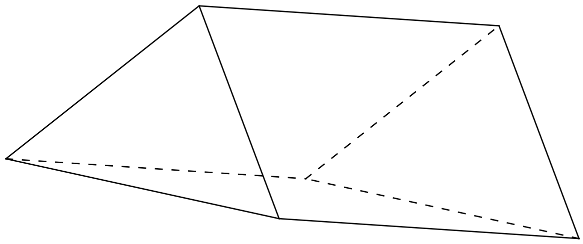
1012 Quel est le volume d'un prisme droit, de base carrée, dont l'aire totale est de 170 dm^2 ? Le côté du carré mesure 5 dm.

1013 Quel est le volume d'un prisme droit, à base rectangulaire, dont l'aire totale est de 1,9 m^2 ? Les dimensions du rectangle de base sont 10 dm et 3 dm.

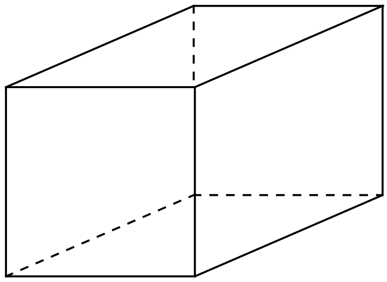
1014 Quel est le volume d'un cylindre dont le diamètre de la base mesure 2 m, et dont l'aire totale est de 69,08 m^2 ?

1015 Calculer la hauteur de chacun de ces prismes droits après en avoir hachuré une base.

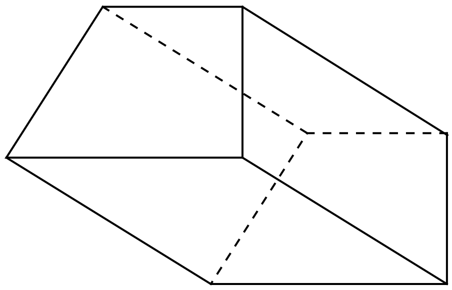
1) volume = 7,3 cm^3
aire de base = 0,05 cm^2



2) volume = 1,2 dm^3
aire de base = 4 dm^2



3) volume = 0,045 m^3
aire de base = 0,9 m^2



1016 Calculer la hauteur d'un prisme droit, sachant que l'aire de sa base est de 42,7 cm^2 et que son volume est de 785,68 cm^3.

1017 Le volume d'un prisme droit à base carrée est de 4900 cm^3.
Calculer le côté de sa base sachant que la hauteur du prisme mesure 25 cm.

1018 Quelle est la hauteur d'un cylindre dont le rayon de la base est de 4 cm et le volume de 125,6 cm^3 ?

1019 Calculer le rayon d'un cylindre, sachant que son volume est de 1846,32 cm^3 et que sa hauteur est de 12 cm.

1020 Quel rayon faut-il donner à une boîte cylindrique de 18 cm de hauteur pour que sa capacité soit de 1 litre ? (1 litre = 1 dm^3)

1021 Une citerne cylindrique a une capacité de 5000 litres. Son diamètre est de 1,8 m. Calculer la longueur de la citerne.

1022 Une citerne cylindrique contient 10 000 litres lorsqu'elle est pleine. Sa longueur est de 1,2 m. Quel est son diamètre ?

1023 On verse 1 décilitre de lait dans une tasse de forme cylindrique qui a 8 cm de diamètre intérieur. Calculer la hauteur du liquide dans la tasse.

1024 Si 1 cm^3 de fer a une masse de 7,9 g, alors 1 dm^3 de fer a une masse .... fois plus grande.

Si 1 dm^3 d'argent a une masse de 10,5 kg, alors 1 cm^3 d'argent a une masse .... fois plus petite.

Si 1 cm^3 d'acier a une masse de 7,7 g, alors 1 m^3 d'acier a une masse .... fois plus grande.

1025 Compléter les tableaux suivants :

	Volume	1 dm^3	1 cm^3	1 m^3	..... dm^3	..... dm^3
eau	Masse	1 kg	..... kg	..... kg	10 kg	100 g
		1000 g	..... g	..... t		

	Volume	1 cm^3	1 dm^3	1 m^3	..... cm^3	..... dm^3
fer	Masse	7,9 g	..... g	..... kg	790 g	790 g
			..... kg	..... t		

	Volume	1 cm^3	1 dm^3	1 m^3	..... cm^3	..... dm^3
plomb	Masse	11,3 g	..... g	..... kg	1130 g	1130 g
			..... kg	..... t		

1026 Soient

– un prisme droit à base carrée de côté a, et de hauteur h

– un prisme droit à base rectangulaire de dimensions a et $\frac{a}{2}$, et de hauteur h

– un cylindre de rayon a et de hauteur h.

Classer ces corps par ordre croissant de volume.

1027 Transformer dans l'unité indiquée :

3 h = ... min
3° = ... '
3 h 27 min = ... min
3° 27' = ... '

9' = ... " (secondes)
15' 2" = ... "
4° 2' 13" = ... "
2 h 15 min 29 s = ... s

1028 Transformer dans l'unité indiquée :

257' = ...° ....'
15 000" = ...° ....' ...."
3960 s = ... h .... min .... s
3875 min = ... h .... min

1029 Transformer dans l'unité indiquée :

1 h 2 min = ... min
1 h 2 min = ... s
4580 s = ... min .... s
4580 s = ... h .... min .... s
2° 7' = ...'
2° 7' = ..."
9780" = ...' ...."
9780" = ...° ....' ...."